CONNY PAAPE*

Zur Kreuzproduktproblematik in der Attributionsanalyse von Investmentfonds

1. Problemstellung

Ist die Diskussion über die Anzahl, Ausgestaltung und Berechnung von Attributionskennzahlen erst einmal abgeschlossen[1], stellt es kein Problem mehr dar, diese auch für einzelne Perioden zu berechnen (im Idealfall hat eine Einzelperiode dabei die Länge eines Tages, im Normalfall dagegen eher die eines Monats). Die nächste Schwierigkeit taucht jedoch auf, wenn derartige Periodenergebnisse zu einem Gesamtergebnis (beispielsweise einem Jahreswert) aggregiert werden sollen. Bei Gewichten wird dazu entweder das Anfangs- oder das Endgewicht des Gesamtzeitraumes oder ein arithmetisches Mittel aus den einzelnen Periodengewichten gebildet. Bei Renditen dagegen gelangt man normalerweise über eine geometrische Verknüpfung der Periodenrenditen zu aggregierten Werten.[2] Diese Vorgehensweise findet sich üblicherweise so auch für die Gesamtfondsrendite und die Gesamtbenchmarkrendite eines mehrere Perioden umfassenden Analysezeitraumes. Für die Gesamtperformance als Differenz aus Gesamtfondsrendite und Gesamtbenchmarkrendite jedoch ist dieser Weg nicht gangbar, wie das Beispiel in Tabelle 1 deutlich macht.

Das Ergebnis der „geometrischen" Berechnungsweise der Gesamtperformance (–1,02%) weicht also von der exakten Lösung (–1,1%) bereits in diesem einfachen Beispiel (betragsmässig) um 0,08% ab. Festzuhalten bleibt, dass sich die Gesamtperformance nicht durch die geometrische Verknüpfung der Periodenergebnisse bestimmen lässt. Mathematisch gesehen liegt das daran, dass die hintereinander ausgeführten Berechnungsschritte nicht kommutativ sind, d. h. nicht vertauscht werden dürfen. Die geometrische Verknüpfung von Fondsrenditen und Benchmarkrenditen mit anschliessender Subtraktion der entstandenen Gesamtbenchmarkrendite von der Gesamtfondsrendite führt mithin nicht auf das gleiche Ergebnis wie umgekehrt die Subtraktion der Benchmarkrendite von der Fondsrendite mit anschliessender geometrischer Verknüpfung der entstandenen Periodenperformances.

Der aufgezeigte Unterschiedsbetrag ist gemeinhin als Kreuzprodukt bekannt. Woher dieser genau stammt, wie er sich berechnen lässt und auch wie er sich vermeiden lässt, wollen wir im folgenden zunächst an obigem Beispiel aufzeigen. Erst nachdem dann eine Lösungsmöglichkeit bekannt ist, erweitern wir das Beispiel, in dem wir die Performance durch eine Attributionsanalyse in ihre Bestandteile Attribution und Selektion aufschlüsseln. Auch im Falle dieser Grössen stossen

* Die Autorin dankt auf diesem Wege noch den Gutachtern Thomas Stucki und Heinz Zimmermann für die wertvollen Hinweise und Michael Krautzberger von der DWS für die überaus gute Zusammenarbeit. Conny Paape, Professur Wirtschaftsmathematik, TU Chemnitz, D-09107 Chemnitz.

Tabelle 1: Kreuzproduktproblematik bei der Performanceberechnung

Periode	1	2	geom. Verknüpfung zur Gesamtrendite
Fonds	10%	8%	$(1.10 \cdot 1.08) - 1 = \rightarrow = 18.8\%$
Benchmark	9%	10%	$(1.09 \cdot 1.10) - 1 = \rightarrow = 19.9\%$
Performance	+1%	−2%	$(1.01 \cdot 0.98) - 1 = -1.02\% = -1.1\%$

wir auf die Kreuzprodukte. Nun können wir aber den zuvor gefundenen Lösungsweg übertragen und für den Fall von n Perioden ($n \in \mathbb{N}$) – als Verallgemeinerung des zwei Perioden Falles – einen mathematischen Beweis anführen.

2. Ein Lösungsansatz

Wir haben bisher festgestellt, dass die Performance eines Fonds nicht über die geometrische Verknüpfung von Periodenperformances berechnet werden kann und die gleiche Problematik für Attributionskennzahlen angedeutet. Bevor wir aber zu den Attributionskennzahlen kommen, wollen wir das obige Beispiel aus Tabelle 1 allgemein formulieren, da dann die Kreuzprodukte greifbarer werden. Bezeichnen wir mit R^F_1 und R^F_2 die Fondsrenditen der ersten respektive der zweiten Periode, entsprechend R^B_1 und R^B_2 als Benchmarkrenditen der ersten und zweiten Periode. Dann lesen sich die beiden Berechnungsmöglichkeiten für die Gesamtperformance über beide Perioden wie folgt:

Exakte Berechnung:
Fonds:

$$(1 + R^F_1)(1 + R^F_2) - 1 = R^F_1 + R^F_2 + R^F_1 R^F_2$$

Benchmark:

$$(1 + R^B_1)(1 + R^B_2) - 1 = R^B_1 + R^B_2 + R^B_1 R^B_2 \qquad (1)$$

Performance als Differenz:

$$(R^F_1 - R^B_1) + (R^F_2 - R^B_2) + (R^F_1 R^F_2 - R^B_1 R^B_2)$$

Mit den Werten aus Tabelle 1 ergibt sich:
Fonds:

$$(1 + 0.10)(1 + 0.08) - 1 = 0.188 = 18.8\%$$

Benchmark:

$$(1 + 0.09)(1 + 0.10) - 1 = 0.199 = 19.9\%$$

Performance als Differenz dieser beiden:

$$-0.011 = -1.1\%$$

Berechnung mit Kreuzprodukten:
Performance:

$$[1 + (R^F_1 - R^B_1)][1 + (R^F_2 - R^B_2)] - 1 =$$

$$= \underbrace{(R^F_1 - R^B_1) + (R^F_2 - R^B_2) + (R^F_1 R^F_2 - R^B_1 R^B_2)}_{\text{exakte Performance}} -$$

$$\underbrace{[(R^F_1 - R^B_1)R^B_2 + R^B_1(R^F_2 - R^B_2)]}_{\text{Kreuzprodukte}} \qquad (2)$$

und im Beispiel:

$$-0.011 - [-0.0008] = -0.0102 = 1.02\ \%.$$

Die Kreuzprodukte $(R^F_1 - R^B_1)R^B_2 + R^B_1(R^F_2 - R^B_2)$ bestehen also aus dem Zusammenspiel von Performance der ersten Periode multipliziert mit der Benchmarkrendite der zweiten und der Benchmarkrendite der ersten Periode multipliziert mit der Performance der zweiten. In dem wir diese Effekte mitberücksichtigen, lässt sich eine dritte Berechnungsmöglichkeit angeben, die jeweils die Vorteile der beiden erstgenannten Methoden einschliesst: zum einen ist sie exakt (wie die erste Methode), zum anderen (wie die zweite vorgestellte Methode) auch auf Attributionskennzahlen übertragbar.

Modifizierte Berechnung ohne Kreuzproduktproblematik:
Performance:

$$(R^F_1-R^B_1) + (R^F_2-R^B_2) + (R^F_1R^F_2 - R^B_1R^B_2) =$$

exakte Berechnung

$$(R^F_1-R^B_1)+[(1 + R^F_1)R^F_2 - (1 + R^B_1)R^B_2] \tag{3}$$

Performance der ersten Periode — modifizierte Performance der zweiten Periode

im Beispiel:

$-1{,}1\% = [0.10 - 0.09] + [(1 + 0.10)0.08 - (1 + 0.09)0.10] = 1.0\% + (-2.1\%)$.

Anders ausgedrückt werden hier zur Gesamtperformance nicht einfach die Periodenergebnisse aufaddiert, sondern berücksichtigt, dass die Renditen der ersten Periode durchaus Einfluss auf die Renditen der nachfolgenden (hier zweiten) Perioden haben.
Betrachten wir uns das oben aufgezeigte Beispiel noch einmal näher und unterstellen verschiedene Attributionsvariablen.[3] In Anlehnung an die Praxis[4] und die bei ANKRIM (1992) formulierten Attributionskennzahlen weisen wir im folgenden als Attributionsgrössen Allokation und Selektion aus. Für das obige Beispiel gehen wir weiter davon aus, dass der Fonds nur die Asset-Klassen Aktien und Renten enthalte.[5] Die Allokation gibt dabei an, welcher Teil der Performance durch gezielte Umverteilung der Vermögensanteile – im Vergleich zur Investmentstruktur der Benchmark – erzielt werden konnte. Die Selektion dagegen betrachtet nicht so sehr die absoluten Vermögensgruppierungen, als vielmehr im Detail die Auswahl der Investitionen im Fonds im Vergleich zu der in der Benchmark. Um die genauen Definitionen der Grössen angeben zu können, führen wir jeweils für die Bereiche Aktien und Renten die folgenden Grössen ein:

all_i Allokation in Periode i,
sel_i Selektion in Periode i,
g^F_i Fondsgewicht in Periode i,
r^F_i Fondsrendite in Periode i,
g^B_i Benchmarkgewicht in Periode i,
r^B_i Benchmarkrendite in Periode i,
R^B_i Gesamt-Benchmarkrendite in Periode i,

Allokation und Selektion einer Periode können wir dann definieren als

$$all_i = (g^F_i - g^B_i)(r^B_i - R^B_i)$$
$$sel_i = (r^F_i - r^B_i)g^F_i \tag{4}$$

d. h., die Allokation betrachtet die unterschiedliche Gewichtung von Fonds und Benchmark innerhalb eines Sektors und „gewichtet" diesen Unterschiedsbetrag mit dem Erfolg, den der entsprechende Benchmarksektor im Vergleich zur Gesamtbenchmarkrendite der Periode geleistet hat.[6]
Die Selektion betrachtet die Differenz in den tatsächlich erwirtschafteten Erfolgen von Fonds und Benchmark und gewichtet diesen Betrag dann mit dem Fondsgewicht der Position.[7]
Für das obige Beispiel nehmen wir für Periode 1 die in Tabelle 2 angegebenen Werte an.

Tabelle 2: Gewichte und Renditen für Fonds und Benchmark im Beispiel

1. Periode	Fondsgewicht	Fondsrendite	Benchmarkgewicht	Benchmarkrendite
Aktien	60%	12%	50%	10%
Renten	40%	7%	50%	8%
gesamt	100%	10%	100%	9%

Tabelle 3: Attributionsvariablen für Periode 1 und 2

Periode	1	2	geom. Verknüpfung
Aktien-Allokation	0,1%	0,2%	(1,001 · 1,002) – 1 = 0,3002%
Renten-Allokation	0,1%	0,2%	(1,001 · 1,002) – 1 = 0,3002%
Aktien-Selektion	1,2%	–1,2%	(1,012 · 0,988) – 1 = –0,0144%
Renten-Selektion	–0,4%	–1,2%	(0,996 · 0,988) – 1 = –1,5952%
	+1,0%	–2,0%	–1,0092%

Dann lassen sich die Attributionsvariablen und ihre „ungenaue" geometrische Verknüpfung wie in Tabelle 3 ausgewiesen berechnen.
Es ist also offensichtlich, dass die geometrische Verknüpfung hier wieder nicht ans Ziel, sprich eine Gesamtperformance von –1,1%, führt. Für die Berechnung von Gesamtallokations- bzw. Gesamtselektionswerten aus den beiden angegebenen Perioden wählen wir daher einen anderen Weg. Zum einen berücksichtigen wir, dass alle Attributionsvariablen einer Periode zusammen die Performance der Periode ergeben (0,1% + 0,1% + 1,2% – 0,4% = +1,0% bzw. 0,2% + 0,2% –1,2% – 1,2 = –2,0%). Zum anderen übertragen wir die eben hergeleitete, additive Formel für die Gesamtperformance auf die Attributionsvariablen. Die Attributionswerte der ersten Periode werden demnach unverändert, die der zweiten Periode modifiziert übernommen. Die Modifikation muss dabei gerade so ausgelegt sein, dass die „neuen" Attributionsvariablen zusammen die modifizierte Performance der zweiten Periode ergeben (also –2,1%). Dazu berechnen wir, welchen Prozentanteil eine Attributionsvariable an der Performance ihrer Periode hat (Beispiel Aktien-Selektion: –1,2%/(–2,0%) = 60%). Dann berechnen wir einen entsprechenden Prozentanteil an der modifizierten Performance (Beispiel Aktien-Selektion: 60% von –2,1% sind –1,26%) und weisen ihn der Attributionsvariablen zu (modifizierte Aktien-Selektion = –1,26%). Insgesamt ergeben sich so in Periode 2 die in Tabelle 4 wiedergegebenen Werte.

Tabelle 4: Modifizierte Attributionsvariablen für Periode 2

Attributionsvariablen	absoluter Anteil an der Periodenperformance	prozentualer Anteil an der Periodenperformance	absoluter Anteil an der modifizierten Periodenp.
Aktien-Allokation	0,2%	0,2% / (–2,0%) = –10%	–10% · (–2,1%) = 0,21%
Renten-Allokation	0,2%	0,2% / (–2,0%) = –10%	–10% · (–2,1%) = 0,21%
Aktien-Selektion	–1,2%	–1,2% / (–2,0%) = 60%	60% · (–2,1%) = –1,26%
Renten-Selektion	1,2%	–1,2% / (–2,0%) = 60%	60% · (–2,1%) = –1,26%
Performance	+2,0%	–2,0% / (–2,0%) = 100%	100% · (–2,1%) = –2,1%

Damit lassen sich die Gesamtattributionswerte für den Analysezeitraum nun additiv berechnen:

Tabelle 5: Additive Berechnung der Attributionsvariablen

	Unveränderte 1. Periode		modifizierte 2. Periode		Summe
Aktien-Allokation	0,1%	+	0,21%	=	0,31%
Renten-Allokation	0,1%	+	0,21%	=	0,31%
Aktien-Selektion	1,2%	+	(–1,26%)	=	–0,06%
Renten-Selektion	–0,4%	+	(–1,26%)	=	–1,66%
Performance	1,0%	+	(–2,1%)	=	–1,10%

Im Anschluss wollen wir nun zeigen, dass der aufgezeigte Weg nicht nur für dieses spezielle Beispiel die richtigen Werte liefert, sondern sich auch im allgemeinen Fall als korrekt erweist.

3. Verallgemeinerung

Wir haben anhand eines Beispiels zu Anfang gesehen, dass die Übertragung der für Renditen an sich üblichen geometrischen Berechnungsweise (geometrische Verknüpfung von Einzelrenditen zur Gesamtrendite) auf die Performance einen Fehler liefert, den wir auf die sogenannten Kreuzprodukte zurückgeführt haben. Ähnliche Probleme tauchten auch bei dem Versuch auf, Gesamtattributionswerte mittels einer geometrischen Verknüpfung von Attributionswerten einzelner Perioden zu erreichen. Wir wollen dieses Problem und auch die oben angedeutete Lösung einer additiven Berechnung nun auf den n-Perioden-Fall verallgemeinern ($n \in \mathbb{N}$) und einen Beweis skizzieren.
Bezeichnen wir dazu mit

- P die Gesamtperformance des analysierten Zeitraumes,
- P_i die Performancewerte in den Perioden i, i = 1,..,n,
- R^F die Gesamtrendite des Fonds im analysierten Zeitraum,
- R^F_i die Fondsrendite in Periode i, i = 1,..,n,
- R^B die Gesamtrendite der Benchmark im analysierten Zeitraum.

Im Falle der Performance haben wir im zwei-Perioden-Fall in Formel (1) die geometrische Berechnungsweise aufgezeigt sowie in Formel (3) die von uns entwickelte additive. Im n-Perioden-Fall lauten diese:

$$P = \underbrace{\left[\prod_{i=1}^{n}\left(1+R_i^F\right)-1\right]-\left[\prod_{i=1}^{n}\left(1+R_i^B\right)-1\right]}_{\text{geometrisch}} = \underbrace{\sum_{i=1}^{n}\left\{\left[R_i^F\cdot\prod_{j=1}^{i-1}\left(1+R_j^F\right)\right]-\left[R_i^B\cdot\prod_{j=1}^{i-1}\left(1+R_j^B\right)\right]\right\}}_{\text{additiv}} \qquad (5)$$

Der Beweis dieser für die Attributionsrechnung zentralen Aussage ist leicht mittels Induktion über die Periodenanzahl n zu zeigen.[8]
Gehen wir nun zu unserem Hauptanliegen, den Attributionskennzahlen, über. Um die modifizierten Kennzahlen benennen zu können, seien sie wie folgt bezeichnet:

- all^{mod}_i die modifizierte Aktien- bzw. Rentenallokation in Periode i,
- sel^{mod}_i die modifizierte Aktien- bzw. Rentenselektion in Periode i,
- P^{mod}_i die modifizierte Performance in Periode i.
- all die gesamte Allokation des analysierten Zeitraumes in einem Bereich (Aktien/Renten),
- sel die gesamte Selektion des analysierten Zeitraumes in einem Bereich (Aktien/Renten).

Dann können wir für beliebig viele Perioden n die in Tabelle 6 abgebildeten Werte berechnen.
Die angegebenen Attributionskennzahlen beziehen sich dabei jeweils nur auf einen Bereich. Wie in Tabelle 4 angegeben, müssten diese Allokations- und Selektionswerte also jeweils für den Aktienbereich und für den Rentenbereich berechnet werden. Damit können wir jetzt abschliessend den Beweis für unsere Formeln skizzieren: Die Modifikation der Attributionsvariablen einer Periode war gerade so vorgenommen worden, dass die

Tabelle 6: Übersicht über Import- und Outputdaten im n-Perioden-Fall

Periode	1	2	...	n	1 bis n
Fonds	R_1^F	R_2^F	...	R_n^F	$R^F = \prod_{i=1}^{n}\left(1+R_i^F\right)-1$
Benchmark	R_1^B	R_2^B	...	R_n^B	$R^B = \prod_{i=1}^{n}\left(1+R_i^B\right)-1$
Performance	$P_1 = R_1^F - R_1^B$	$P_2 = R_2^F - R_2^B$	...	$P_n = R_n^F - R_n^B$	$P = R^F - R^B$
mod. Performance	$P_1^{mod} = P_1$	$P_2^{mod} = \left(1+R_1^F\right)R_2^F - \left(1+R_1^B\right)R_2^B$	...	$P_n^{mod} = R_n^F \prod_{j=1}^{n-1}\left(1+R_j^F\right) - R_n^B \prod_{j=1}^{n-1}\left(1+R_j^B\right)$	$P = \sum_{i=1}^{n} P_i^{mod}$
Allokation	all_1	all_2	...	all_n	all = ???
mod. Allokation	$all_1^{mod} = all_1$	$all_2^{mod} = all_2 \cdot P_2^{mod} / P_2$	...	$all_n^{mod} = all_n \cdot P_n^{mod} / P_n$	$all = \sum_{i=1}^{n} all_i^{mod}$
Selektion	sel_1	sel_2	...	sel_n	sel = ???
mod. Selektion	$sel_1^{mod} = sel_1$	$sel_2^{mod} = sel_2 \cdot P_2^{mod} / P_2$	...	$sel_n^{mod} = sel_n \cdot P_n^{mod} / P_n$	$sel = \sum_{i=1}^{n} sel_i^{mod}$

Summe aller modifizierten Allokations- und Selektionsvariablen (über alle Bereiche) die modifizierte Periodenperformance ausmachte. Dass die Summe der modifizierten Periodenperformances wieder die Gesamtperformance ergibt, kann mittels Induktion gezeigt werden (siehe (5)).

4. Zusammenfassung

Ausgehend von der Performance eines Fonds, die üblicherweise als Differenz aus erwirtschafteter Fondsrendite und gegebener Benchmarkrendite angegeben wird, haben wir gezeigt, dass die Gesamtperformance eines über mehrere Perioden analysierten Fonds sich nicht mittels einer geometrischen Verknüpfung der Performance-Ergebnisse der Einzelperioden errechnen lässt. Es ergibt sich hierbei ein Fehler, der aufgrund seiner spezifischen Struktur unter dem Namen Kreuzproduktproblematik bekannt ist. Um dennoch einen analytischen Zugang (zunächst) für die Gesamtperformance des Fonds zu finden, formulierten wir die exakte Berechnung der Performance über die Differenz aus Gesamtfondsrendite und Gesamtbenchmarkrendite um und erhielten eine additive Verknüpfung aus den leicht modifizierten Performancewerten werden der Einzelperioden. Wir konnten dann zeigen, dass sich diese additive Verknüpfung auch auf die von uns definierten Attributionskennzahlen übertragen lässt. Ansatzpunkt war hier, dass die Summe der Attributionskennzahlen einer Periode stets die Performance der Periode ausmacht, d. h., dass auch die modifizierten Attributionskennzahlen die modifizierte Periodenperformance ergeben müssen. Durch die vorgenommene Modifikation der Attributionskennzahlen und anschliessender Addition konnte also ein Weg angegeben werden, Gesamtattributionskennzahlen für einen Fonds exakt zu berechnen, ohne auf die Kreuzproduktproblematik zu stossen.

Fussnoten

[1] Vergleiche FAMA (1972), BRINSON, FACHLER (1985), BRINSON, HOOD, BEEBOWER (1986), ANKRIM (1992), SHARPE (1992), ANKRIM, HENSEL (1994).

[2] Die Berechnung einer Gesamtrendite R über die geometrische Verknüpfung von n Periodenrenditen R_i, i = 1,.., n, wird normalerweise mittels

$$R = \prod_{i=1}^{n} (1 + R_i) - 1 \text{ berechnet.}$$

[3] Wir unterstellen einen national operierenden Fonds, wodurch die Währungsproblematik nicht zum Tragen kommt. Die unten noch darzulegende Berechnungsweise ist dennoch ohne weiteres auch auf einen internationalen Fonds anwendbar.

[4] In Deutschland weisen sowohl die grösste deutsche Fondsgesellschaft, die DWS Deutsche Gesellschaft für Wertpapiersparen mbH, als auch die grösste deutsche Performancemessungsgesellschaft, die DPG Deutsche Performance-Messungsgesellschaft für Wertpapierportfolios mbH, in den Attributionsanalysen nationaler Fonds nur Allokations- und Selektionsvariablen aus.

[5] Problematik und Lösungsansatz lassen sich ebenso für eine andere Formulierung der Attributionskennzahlen (Stichwort Timing), eine weitere Aufschlüsselung der Asset-Klassen (Berücksichtigung des Geldmarktsektors) sowie der betrachteten Ebenen (neben Gesamt- und Asset-Klassen-Ebene auch Währungs- und Einzelpapierebene) aufzeigen. Aus Gründen der Übersichtlichkeit haben wir darauf hier verzichtet.

[6] Im Gegensatz zu vielfach veröffentlichter, gegenteiliger Meinung, ist der Vergleich mit der Gesamtbenchmarkrendite durchaus von Bedeutung und hebt sich gerade dann bei Betrachtung der Gesamtsituation nicht wieder auf, wenn bei tieferen Ebenen (Währungs- und Einzelpapierebene), nicht die Gesamtbenchmarkrendite, sondern die Benchmarkrendite der nächsthöheren Ebene zum Vergleich herangezogen wird.

[7] In der Literatur findet sich hier oftmals als Gewichtung auch die der Benchmarkposition (g^B_i), wobei dies dann auf eine dritte Attributionsgrösse, meist „interaction effect“ genannt, führt. In der Praxis wird aus Vereinfachungsgründen (und Problemen bei der Zuordnung) das Fondsgewicht (g^F_i) hier vorgezogen.

[8] Für die zweite Formulierung muss zum einen folgende Konvention beachtet werden:

$$\prod_{j=1}^{0} a_j = 1$$

zum anderen ist es für eine programmtechnische Umsetzung innerhalb eines Computerprogramms gut zu wissen, dass der Ausdruck rekursiv formuliert werden kann. Dies verringert den Aufwand bei der Berechnung um ein Vielfaches.

Literatur

ANKRIM, E. M. (1992): „Risk-Adjusted Performance Attribution“, Financial Analysts Journal, March/April, pp. 74–82.

ANKRIM, E. M. und CH. R. HENSEL (1994): „Multicurrency Performance Attribution“, Financial Analysts Journal, March–April, pp. 29–35.

BRINSON, G. P. und N. FACHLER (1985): „Measuring Non – U. S. Equity Portfolio Performance“, Journal of Portfolio Management, Spring, pp. 73–76.

BRINSON, G. P., L. R. HOOD und G. L. BEEBOWER (1986): „Determinants of Portfolio Performance“, Financial Analysts Journal, July/August, pp. 39–44.

BRINSON, G. P., B. D. SINGER und G. L. BEEBOWER (1991): „Determinants of Portfolio Performance II: An Update“, Financial Analysts Journal, May–June, pp. 40–48.

FAMA, E. F. (1972): „Components of Investment Performance“, Journal of Finance, pp. 551–567.

HENSEL, Ch. R., D. DON EZRA und J. H. ILKIW (1991): „The Importance of the Asset Allocation Decision“, Financial Analysts Journal, July–August, pp. 65–72.

SHARPE, W. F. (1992): „Asset allocation: Management style and performance measurement“, Journal of Portfolio Management 18, Winter, pp. 7–19.