

Volatilitäts-Smile von DAX®-Optionen

1. Einleitung

Ein erfolgreiches Engagement in Optionen setzt wie kaum eine andere Kapitalanlageform vom Investor eine genaue Kenntnis der preisbildenden Faktoren voraus. Einer dieser Faktoren ist die Volatilität. Im Gegensatz zu den Prämissen der BLACK-SCHOLES-Formel ist die Volatilität in der Regel keine konstante Grösse. Die implizite Volatilität gehandelter Optionen unterscheidet sich je nach zugrundeliegendem Basispreis. Im Hinblick auf die Ausgestaltung und Anwendung des an der deutschen Börse geplanten VOLAX-Futures® auf die implizite Volatilität von Optionen ist die Kenntnis der Volatilitätsstruktur von besonderer Bedeutung. Die Autoren stellen ein Verfahren vor, mit dem dieser sog. Volatilitäts-Smile geschätzt werden kann und geben Hinweise auf mögliche Ursachen und Anwendungsmöglichkeiten des Smiles. Bei der Berechnung von Preisen für Standardoptionen an der DTB spielt neben den bekannten Parametern wie Restlaufzeit, Basispreis, Kurs des Basiswertes und dem Zinssatz für die Laufzeit der

* Die Autoren danken Thomas Kraus und Heinz Zimmermann für die wertvollen Kommentare. Der Beitrag liegt inhaltlich in der alleinigen Verantwortung der Autoren. Er darf nicht als Auffassung der BHF-BANK AG bzw. der Dresdner Bank AG interpretiert werden. Dipl. Wirtschaftsingenieur Klaus Ripper, Gervinusstr. 48, D-64287 Darmstadt, E-Mail: DEBHFLDJ@IBMAIL.COM; Dipl. Kaufmann Achim Günzel, Aulweg 11, D-35392 Giessen, E-Mail: Achim.Guenzel@Dresdner-Bank.com

Option die Volatilität eine entscheidende Rolle. Diese ist ein Mass für die Schwankungen des Basiswertes in einer festgelegten Zeit. Je höher die Schwankungen, desto höher ist die Volatilität. Mit steigender Volatilität steigt auch die Prämie der Option, da die Wahrscheinlichkeit zunimmt, dass die Option „ins Geld läuft“. Für den Optionsstillhalter steigt daher das Risiko, dass die Option einen inneren Wert erhält und er seinen Zahlungsverpflichtungen nachkommen muss. Er verlangt somit eine höhere Prämie.

Eine in der Praxis häufig verwendete Formel zur Bestimmung von Optionspreisen ist die Formel von BLACK und SCHOLES (BS-Formel)[1].

$$C = SN(d_1) - Xe^{-r(T-t)}N(d_2)$$

mit

$$d_1 = \frac{\ln(S/X) + (r + \sigma^2/2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}$$

C: Preis des Calls

X: Strike-Preis der Option

r: risikoloser Zinssatz

N(•): Wert der Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung an der Stelle (•)

S: Preis des zugrundeliegenden Kassamarktinstrumentes

σ : Volatilität des Kassamarktinstrumentes

(T-t): Laufzeit der Option

Hinsichtlich des Kursverlaufs des Underlying basiert das BLACK-SCHOLES-Modell auf der Annahme, dass der Kurs des Basiswertes einem geometrischen Wiener Prozess folgt.[2] Bei diesem Prozess sind die kurzfristigen Renditen normalverteilt. Ihre Volatilität wird bei BLACK und SCHOLES (1973) pro Zeitintervall und im Zeitablauf als konstant vorausgesetzt. Somit unterstellt die BS-Formel als Ergebnis eine symmetrische logarithmische Normalverteilung, kurz Lognormalverteilung, der Kurse des Basiswertes. Die Einflussfaktoren Laufzeit, Basispreis und Zinssatz sind am Markt direkt zu beobachten und daher einfach zu quantifizieren. Die Bestimmung der Volatilität ist aufwendiger. Im allgemeinen unterscheidet man zwei Ansätze: die implizite und die empirisch geschätzte Volatilität. Unter letzterer subsumiert man die historische Volatilität sowie die mit Hilfe von statistischen Modellen, z.B. aus der Familie der GARCH-Modelle[3], geschätzte Volatilität. Gemeinsam ist beiden, dass sie aus der Zeitreihe der historischen Kurse des zugrundeliegenden Kassamarktinstrumentes berechnet werden. Im Unterschied zur historischen ist die implizite Volatilität am Markt beobachtbar. Sie entspricht derjenigen Volatilität, die bei einem unterstellten Optionspreismodell bei gegebenem Basispreis, Preis des Underlyings, Laufzeit und Zinssatz den theoretischen Preis der Option mit dem gehandelten Preis in Übereinstimmung bringt. In diesem Beitrag wird zur Berechnung der impliziten Volatilitäten das BS-Modell unterstellt. Aus ihm kann die implizite Volatilität nicht durch algebraische Auflösung gewonnen werden, sondern nur mit Hilfe von numerischen Algorithmen kann eine Lösung gefunden werden.[4]

2. Der Volatilitäts-Smile

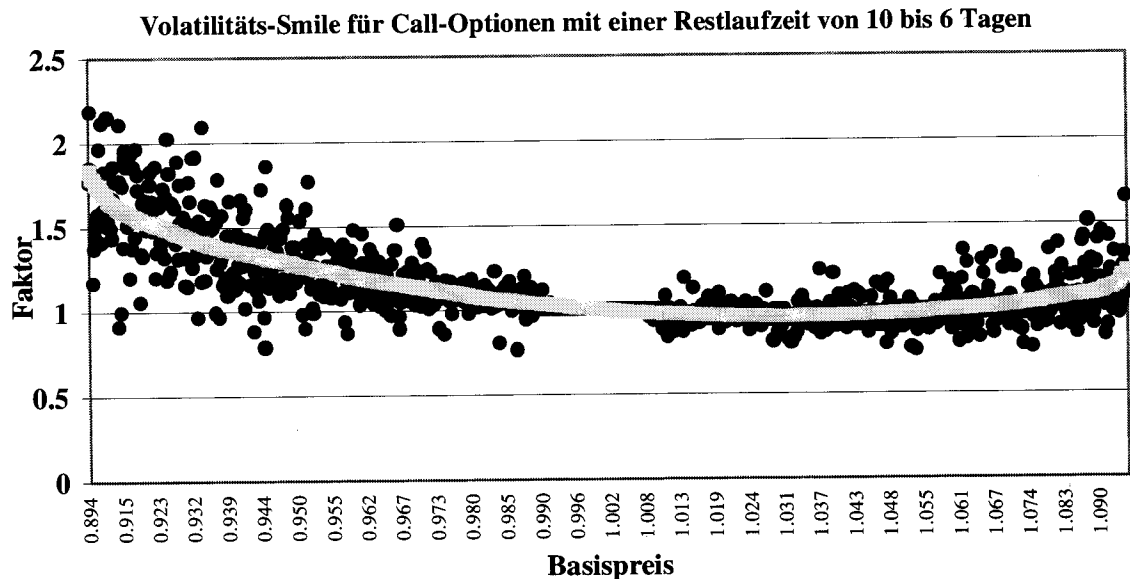
Während das BS-Modell von einer bekannten und zudem über die Laufzeit hinweg konstanten Volatilität des zugrundeliegenden Prozesses ausgeht, weicht die Praxis der DAX®-Optionen[5] an der DTB jedoch erheblich von dieser Theorie ab. Für

eine Optionsgattung, d.h. Optionen auf den gleichen Basiswert, wird im allgemeinen von den Marktteilnehmern für jeden Basispreis und für jede Laufzeit eine unterschiedliche implizite Volatilität angenommen.[6] Akzeptiert man das BS-Modell als Paradigma, so muss der Volatilitäts-Smile als persistente Anomalie aufgefasst werden. Dieser Sachverhalt existiert nicht nur bei DAX®-Optionen. Auch für amerikanische und andere europäische Optionsmärkte konnten vergleichbare systematische Abweichungen der impliziten Volatilitäten von Optionen unterschiedlicher Basispreise beobachtet werden.[7]

Zur Untersuchung dieser Anomalie wurde auf die Daten der 1-, 2- und 3-Monats DAX®-Option an der DTB zurückgegriffen. Die Historie umfasste die Jahre 1995 und 1996. Es standen jeweils für Calls und Puts ca. 15000 Settlement-Preise der Optionen zur Verfügung. Für jeden Handelstag wurde zunächst eine at-the-money Option bestimmt. Diese definiert sich als diejenige Option einer vorgegebenen Laufzeit, deren Strike-Preis dem Schlusskurs des IBIS-DAX® des gleichen Tages am nächsten lag.[8] In die Untersuchung werden für jede Laufzeit alle gehandelten Kontrakte einbezogen, mit den drei jeweils höheren und niedrigeren Strike-Preisen.[9] Daher ergeben sich pro Handelstag 3 Datensätze für Puts und Calls mit je 7 Optionen, eine at-the-money, drei out-of-the-money und drei in-the-money. Die Optionsdaten werden anschliessend, jeweils für Puts und Calls nach der Restlaufzeit in Klassen eingeteilt. Mit dieser Vorgehensweise ist sichergestellt, dass einerseits in jeder Klasse nur gleichartige Optionsdaten vorhanden sind, andererseits in jeder Klasse genügend Daten zur Durchführung einer Schätzung existieren.

Abbildung 1 veranschaulicht den Smile-Effekt exemplarisch für an der DTB gehandelte Call-Optionen mit einer Restlaufzeit zwischen 10 und 6 Tagen. Auf der Abszisse ist das Verhältnis des Basispreises der Option zum Schlusskurs des IBIS-DAX® abgetragen. Ist der Wert grösser als eins bedeutet dies, dass die Option aus dem Geld ist, d.h. keinen inneren Wert hat. Ist der Wert

Abbildung 1: Scatterplot des Volatilitätssmile



kleiner als eins, so ist die Option in-the-money und weist demnach einen inneren Wert auf. Je kleiner dieses Zahlenverhältnis ist, desto weiter ist die Option „im Geld“. Auf der Ordinate ist das Verhältnis der impliziten Volatilität der Call-Option zu der impliziten Volatilität der at-the-money Call-Option abgetragen.

Wie aus Abbildung 1 ersichtlich, weist der Scatterplot eine leichte Krümmung auf. Daher nennt man die Struktur der impliziten Volatilitäten über die Basispreise von Optionen in der Praxis kurz „Smile“ oder „Volatilitäts-Smile“.

3. Schätzung des Volatilitäts-Smile

Zur Schätzung des Volatilitäts-Smiles präferiert TOMPKINS (1994) eine Mittelwertbildung über vordefinierte Klassen. Dabei bestimmt sich eine Klasse sowohl durch einen Laufzeitenbereich als auch durch einen Bereich der normierten Basispreise.[10] Wie bei Klassenbildung üblich, stößt diese Methode an ihre Grenzen bei schwach be-

setzten Klassen und in dem Grenzbereich zweier Klassen. Daneben sind, im Gegensatz zu Schätzverfahren, nur eingeschränkt Teststatistiken anwendbar, so dass Verzerrungen unvermeidlich sind.

Im Gegensatz zur Bildung des Mittelwertes innerhalb einer Klasse, wird in diesem Beitrag ein Schätzverfahren präferiert. Aus Abbildung 1 ist schon visuell zu erkennen, dass auf Grund der eingeführten Normierung die Varianz der Störvariablen für in und out-of-the-money Optionen stark zunimmt. Um die Hypothese der Heteroskedastizität zu stützen, wurde ein BREUSCH-PAGAN-Test implementiert.[11] Dieser LAGRANGE-Test zeichnet sich durch eine hohe Robustheit gegenüber möglicher Heteroskedastizitätsformen aus.[12] Unter der Nullhypothese ist die Teststatistik asymptotisch χ^2 -verteilt. Für die normierten Optionspreise mit einer Restlaufzeit von 10 bis 6 Tagen (Abbildung 1) ergibt sich eine χ^2 -Teststatistik von 600. Der tabellierte Wert ist $\chi^2(0,99) = 9,21$, so dass die Hypothese der Homoskedastizität abgelehnt werden muss.[13]

Tabelle 1: Geschätzte Koeffizienten

	Koeffizienten	Standardfehler	oberes Konfidenzintervall	unteres Konfidenzintervall
Konstante	22,677	0,636	21,428	23,925
Linear	-39,74	1,272	-42,244	-37,253
Quadratisch	18,07	0,636	16,824	19,319

Diese Heteroskedastizität muss bei einer adäquaten Schätzung berücksichtigt werden[14]. Um diesem Sachverhalt gerecht zu werden, wurde eine restringierte, verallgemeinerte Methode der kleinsten Quadrate nach AITKEN verwendet.[15] Das verwendete Verfahren erlaubt auch bei Zunahme der Varianz der Störvariablen einen erwartungstreuen Schätzer. Herkömmliche OLS-Schätzer sind bei heteroskedastischen Störvariablen weniger effizient.[16]

Formal basiert die Schätzung auf folgender Gleichung für den Parametervektor β :

$$\beta = (X' H' H X)^{-1} X' H' H y$$

mit X als Matrix der Exogenen und dem endogenen Vektor y.

Die Transformationsmatrix H stellt sicher, dass im Falle heteroskedastischer Störvariablen die GLS[17] zu einem linearen und unverzerrten Schätzer führt. Zur Bestimmung dieser Transfor-

Tabelle 2: Geschätzte Volatilitätsfaktoren incl. 95% Konfidenzintervall von Call-Optionen für den Zeitraum 1995–1996[18]

	95–81 Tage	80–65 Tage	64–47 Tage	46–33 Tage	32–19 Tage	18–11 Tage	10– 6 Tage	5–1 Tage
0,95	1,185 ±0,0037	1,194 ±0,0038	1,225 ±0,0068	1,253 ±0,0105	1,329 ±0,020	1,466 ±0,043	1,733 ±0,112	2,734 ±0,804
0,96	1,114 ±0,0027	1,150 ±0,0028	1,174 ±0,0049	1,194 ±0,0077	1,248 ±0,014	1,343 ±0,031	1,525 ±0,082	2,199 ±0,590
0,97	1,104 ±0,0018	1,109 ±0,0019	1,125 ±0,0033	1,139 ±0,0052	1,173 ±0,0099	1,233 ±0,021	1,343 ±0,055	1,745 ±0,399
0,98	1,067 ±0,001	1,070 ±0,0011	1,080 ±0,0020	1,088 ±0,0031	1,107 ±0,0059	1,138 ±0,012	1,193 ±0,033	1,387 ±0,237
0,99	1,032 ±0,0005	1,033 ±0,0005	1,038 ±0,0009	1,041 ±0,0014	1,049 ±0,0027	1,060 ±0,0058	1,078 ±0,015	1,136 ±0,107
1	1	1	1	1	1	1	1	1
1,01	0,970 ±0,0005	0,969 ±0,0053	0,965 ±0,0009	0,963 ±0,0014	0,960 ±0,0027	0,958 ±0,0057	0,960 ±0,014	0,982 ±0,103
1,02	0,943 ±0,0010	0,941 ±0,0011	0,935 ±0,0020	0,935 ±0,0032	0,930 ±0,0059	0,934 ±0,012	0,958 ±0,032	1,078 ±0,225
1,03	0,918 ±0,0018	0,916 ±0,0019	0,908 ±0,0033	0,904 ±0,0053	0,908 ±0,0098	0,927 ±0,020	0,992 ±0,054	1,284 ±0,376
1,04	0,895 ±0,0027	0,893 ±0,0028	0,884 ±0,0049	0,881 ±0,0079	0,894 ±0,014	0,936 ±0,030	1,057 ±0,080	1,585 ±0,557
1,05	0,874 ±0,0036	0,871 ±0,0039	0,862 ±0,0067	0,861 ±0,010	0,886 ±0,020	0,957 ±0,042	1,149 ±0,109	1,969 ±0,762

mationsmatrix wird jedoch eine a priori Information über die Struktur der Varianzen der Störvariablen vorausgesetzt. Sind diese nicht bekannt, so müssen aus der Stichprobe im Umfang T neben den K Regressionskoeffizienten noch T Varianzen, also T + K Unbekannte, geschätzt werden. Dass dies ohne stark vereinfachende Annahmen für die Struktur der Varianzen nicht möglich ist, bedarf hier keiner weiteren Problematisierung. Gewöhnlich unterstellt man einen linearen Zusammenhang zwischen der Varianz der Störvariablen und dem Niveau der Exogenen. Aus der visuellen Inspektion kann dieser Zusammenhang jedoch nicht unterstellt werden, da auf Grund der Normierung die Varianz der Störvariablen bei at-the-money Optionen sehr gering ist und für deep out- und in-the-money Optionen ansteigt. Es wurde daher ein quadratischer Zusammenhang der Varianz formuliert, wobei der Scheitelpunkt der Parabel stets der at-the-money Punkt ist.

$$\sigma_t^2 = c * t^2 \quad \text{mit: } t \in [-1, 1]$$

Um die out/in-the-money Optionen anhand der at-the-money Option bewerten zu können, muss die Schätzung auf einen Bezugspunkt normiert werden. Daher ist neben obiger Formulierung noch sicher zu stellen, dass die Schätzung für die at-the-money Option stets für den Abszissenwert von 1 einen Ordinatenwert von 1 aufweist. Folgende Restriktion stellt diese notwendige Bedingung sicher:

$$\sum_{i=1}^K \beta_i = 1$$

Exemplarisch sind die Koeffizienten für den Volatilitäts-Smile für Call-Optionen mit einer Restlaufzeit von 64 bis 47 Tagen angeführt bei einer quadratischen Spezifikation und einer unterstellten quadratischen Abhängigkeit der Varianzen.

Das relativ hohe Bestimmtheitsmass R^2 von 0,89 und die Signifikanz der einzelnen Parameter sind ein Mass für die Güte der Schätzung.

Anhand der Koeffizienten der GLS-Schätzung kann für vordefinierte Basispreisrelationen[19] und

Abbildung 2: Volatilitätsfaktor der Call-Optionen in Abhängigkeit des Basispreises und der Restlaufzeit

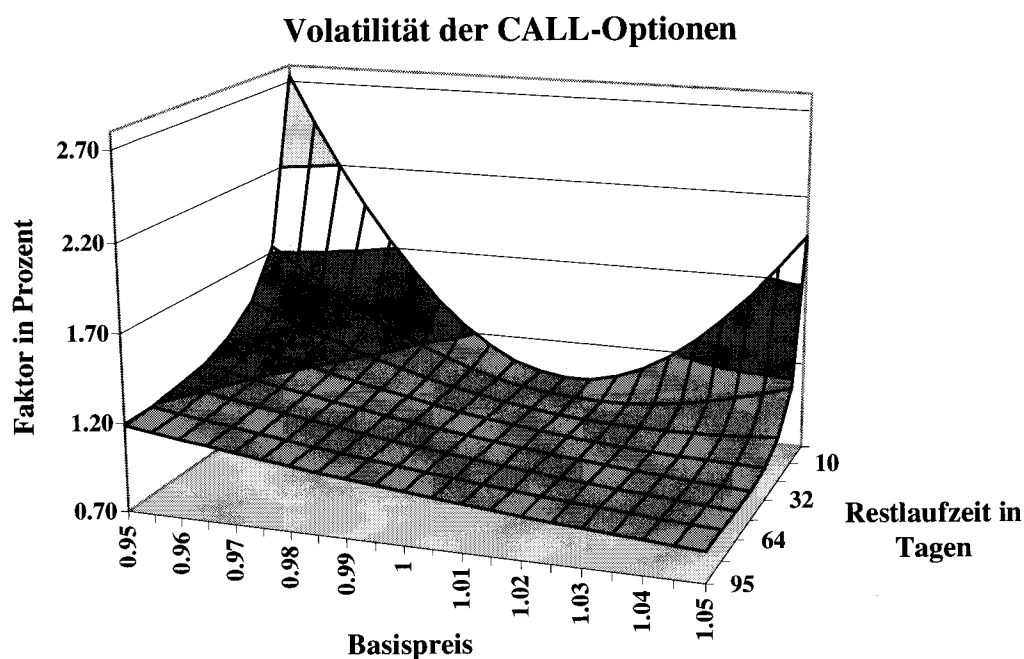
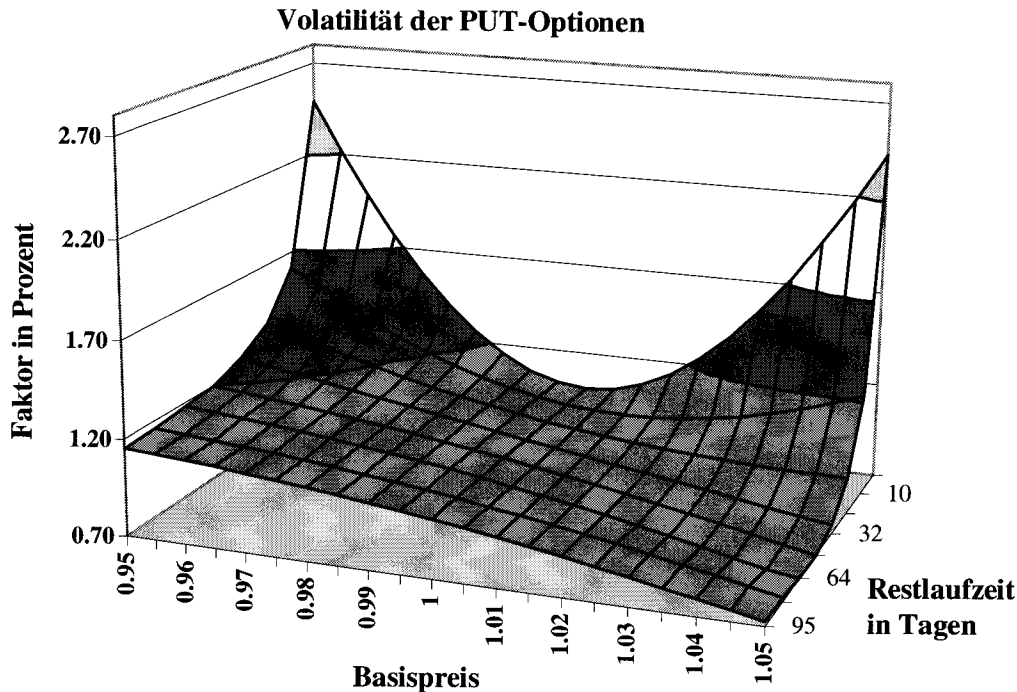


Abbildung 3: Volatilitätsfaktor der Put-Optionen in Abhängigkeit des Basispreises und der Restlaufzeit



Restlaufzeiten eine Volatilitätsmatrix bestimmt werden. Für jede Restlaufzeit und jedes Verhältnis zwischen Basispreis der Option und Schlusskurs des IBIS-DAX® ergibt sich in Relation zur at-the-money Call-Option der geschätzte Volatilitätsfaktor der out/in-the money Option aus der Tabelle 2. Für jeden Faktor ist das 95% Konfidenzintervall der Schätzung aus der Tabelle 2 zu entnehmen.

Aus der Tabelle 2 ist ersichtlich, dass die geschätzte implizite Volatilität für out-of-the-money Calls mit einer Restlaufzeit von 5 bis 1 Tagen bis zum Faktor 2 höher ist als die implizite Volatilität der at-the-money Optionen. Für kurze Restlaufzeiten (geringer als 10 Tage) wird im statistischen Mittel eine Prämie für Call- und Put-Optionen (Abbildung 2 und 3), die deep out-of-the-money und deep in-the-money sind, verlangt. Für Optionen mit einer Restlaufzeit von mehr als 18 Tagen

sind die out-of-the-money DAX®-Optionen hingegen preiswerter als die in-the-money Optionen. Der Smile ist umso ausgeprägter, je kürzer die Restlaufzeit einer Option ist.

4. Mögliche Erklärungsansätze für den Smile

Die Ursachen des Smile-Effektes können vielfältiger Natur sein.[20] Aus Abbildung 2 ist zu entnehmen, dass mit Abnahme der Restlaufzeit der Smile-Effekt zunimmt. Kurzlaufende Optionen besitzen einen geringen Zeitwert. Andererseits können jedoch nur ganzzahlige Kurse gestellt werden. Unter Berücksichtigung des Preisbildungsprozesses führt diese „Rundungsproblematik“[21] bezogen auf den Zeitwertanteil zu einer erheblichen Verzerrung der impliziten Volatilität für dieses Laufzeitsegment.[22] Die Preisänderung

um volle Einheiten führt zu erheblichen Sprüngen in der impliziten Volatilität. Dies wird aufgrund der im Verhältnis zum Kurs hohen Transaktionskosten begünstigt, da mögliche Arbitrageure nur bei sehr starken Verzerrungen am Markt agieren können.

Eine modelltheoretisch fundierte Erklärung für das Smile-Phänomen ist, dass die Marktteilnehmer bezüglich des Preisverhaltens des DAX® keine normalverteilten Renditen und somit keine Lognormalverteilung der Kurse unterstellen.[23] Die Wahrscheinlichkeit des Auftretens hoher Kursausschläge ist deutlich grösser als bei der von BLACK und SHOLES unterstellten Verteilung. Im Vergleich zur Lognormalverteilung ist die reale Verteilung der Renditen daher stark leptokurtisch.[24] Dies würde jedoch unmittelbar zu einem symmetrischen Smile führen. Aus Tabelle 2 ist jedoch eine Asymmetrie der Preisfaktoren zu entnehmen. Dies bedeutet, dass der Markt zusätzlich zur Leptokurtosis eine schiefe Verteilung unterstellt.[25] Die Wahrscheinlichkeit extremer täglicher Kursverluste ist grösser als die von extremen Kursgewinnen. Beispielsweise bewerten die Marktteilnehmer die Wahrscheinlichkeit einer 20% Kurskorrektur innerhalb eines Tages höher als diejenige für einen 20% Kursanstieg. Der Markt könnte noch heute ein „Gedächtnis“ bezüglich der Crashes von 1987 und 1989 aufweisen und daher eine asymmetrische Verteilung unterstellen, die sich in der Struktur der Volatilität widerspiegelt. Die Wahrscheinlichkeit eines Aktiencrashes schlägt sich in der impliziten Volatilitätsstruktur nieder und vom Käufer wird daher eine Prämie für deep out-of-the-money Put-Optionen verlangt. Die implizite Volatilität einer Optionsgattung ist im Gegensatz zu den Annahmen des BS-Modells daher nicht identisch für verschiedene Basispreise.

Einen ähnlichen Erklärungsansatz bieten HILLIARD und SCHWARTZ (1996). Sie unterstellen dem stochastischen Prozess, dem der Basiswert folgt, eine stochastische Volatilitätskomponente. Im Gegensatz dazu ist die Volatilität bei BLACK und SHOLES konstant.[26] In ihrer Untersu-

chung werden unterschiedliche Korrelationen zwischen den Änderungen der Volatilität und den Preisveränderungen des Underlyings unterstellt und für diese Prozesse jeweils „faire“ Optionspreise mittels Binomialbäumen berechnet. Werden die ermittelten Preise in die BS-Formel eingesetzt, ergeben sich unterschiedliche Formen des Smiles. So sind bei einer negativen Korrelation zwischen den Änderungen der Volatilität und den Preisveränderungen des Underlyings steigende Kurse des Underlyings mit einer Abnahme der Volatilität verbunden. Die sich daraus ergebende Verteilung der Preise ist rechtssteil. Der Preis für out-of-the-money Call-Optionen muss daher niedriger sein als vom BS-Modell angegeben. Im Umkehrschluss ergibt sich bei Anwendung der BS-Formel eine niedrigere implizite Volatilität. Out-of-the-money Put-Optionen müssen hingegen einen höheren Preis haben als vom BS-Modell zu erwarten ist. Für eine positive Korrelation zwischen den Änderungen der Volatilität und den Preisveränderungen des Underlyings gelten analoge Überlegungen.

Für langlaufende DAX®-Optionen unterstellt der Markt hingegen eher eine dem theoretischen Bewertungsmodell entsprechende Lognormalverteilung der Renditen. Der nur leicht geneigte Verlauf der Kurve für langlaufende Optionen in Abbildung 2 und 3 unterstreicht diesen Effekt. Für diese kann daher die BS-Formel zur Kalkulation des Optionspreises Verwendung finden. In der Praxis wird jedoch noch häufig die BS-Formel zur Bewertung kurzlaufender Optionen verwendet, da sich dieses Modell etabliert hat.

5. Implikationen des Volatilitäts-Smiles

Eine mögliche Handelsstrategie, stets Optionen mit der geringsten impliziten Volatilität zu kaufen und die mit der höchsten zu verkaufen, wird nicht entlohnt. Vielmehr sollten die Optionen in Bezug zum Smile bewertet werden, um als preiswert oder teuer klassifiziert werden zu können.

Die Auswirkungen des Smile-Effekts sind ausser beim Pricing auch beim Risikocontrolling für Op-

tionen zu beachten. Bei Kursänderungen des Underlying weicht die Preisveränderung einer Option von der vom BS-Modell unterstellten Preisveränderung ab, da der Option ein anderer Smile-Faktor zugeordnet werden muss. Ohne Berücksichtigung dieses Effektes können sich Über- bzw. Unterschätzungen der resultierenden Preisveränderungen ergeben.

Implikationen hat der Smile für die Spezifikation des VOLAX-Futures® auf die implizite Volatilitäten von DAX®-Optionen.[27] Aufgrund der Smile-Struktur der impliziten Volatilität ergibt sich keine einheitliche implizite Volatilität für Optionen mit gleicher Restlaufzeit. Zur Lösung der Smile-Problematik wird als Underlying für den Future die implizite Volatilität am at-the-money-Punkt verwendet. Daher werden jeweils zwei Puts und zwei Calls am at-the-money-Punkt zur Berechnung des VOLAX-Futures® herangezogen. Die implizite Volatilität bestimmt sich für den VOLAX-Future® als der gewogene Durchschnitt der impliziten Volatilität dieser vier um den at-the-money-Punkt liegenden Optionen mit gleicher Restlaufzeit.[28]

6. Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurde statt der in der Praxis verwendeten Klassenbildung zur Quantifizierung des Smile-Effektes ein GLS-Schätzverfahren angewandt. Bei dem verwendeten Verfahren können die durch die Klassenbildung auftretenden Verzerrungen vermieden werden. Die durchgeführten Untersuchungen ergaben, dass die in der Praxis verwendete BS-Formel zur Bewertung von DAX®-Optionen insbesondere für kurze Laufzeitbereiche unzureichend ist. Aufgrund des geschätzten Smile-Faktors kann diese Verzerrung jedoch korrigiert werden.

Fussnoten

- [1] Vgl. BLACK, SCHOLES (1973).
- [2] Die Prämissen der BLACK-SCHOLES-Formel werden bei HULL (1993), pp. 197 ff. ausführlich erläutert.
- [3] Ein umfangreicher Überblick findet sich bei ENDERS (1995), ZAGST (1996) sowie ENGLE (1982). Anwendungen sowie Modellerweiterungen finden sich bei RIPPER (1997), pp. 177–181 und RÖCK (1997).
- [4] Approximationsformeln zur Berechnung der impliziten Volatilität zeigt CORRADO, MILLER (1996). Zur numerischen Berechnung der impliziten Volatilität wird sehr häufig das Näherungsverfahren von NEWTON/RAPHSON verwendet. In diesem Beitrag wurde jedoch der VAN WIJNGAARDEN-DEKKER-BRENT Algorithmus verwendet, da dieser die partielle Ableitung der Optionspreisformel nach der Volatilität nicht benötigt. Softwaretechnisch wurden die Berechnungen mit der Statistiksoftware GAUSS von APTECH Systems (1994) umgesetzt.
- [5] Bei DAX®-Optionen bedarf es keiner gesonderten Berücksichtigung etwaiger Dividendenausschüttungen, da der DAX® als Performanceindex konzipiert ist. Die Anwendung der BS-Formel erscheint somit gerechtfertigt.
- [6] Zur Fristenstruktur der impliziten Volatilität siehe WERNER (1997). In diesem Beitrag wird dieser Sachverhalt nicht weiter problematisiert.
- [7] Für einen knappen Überblick über die von verschiedenen Autoren durchgeführten Studien siehe MAYHEW (1995), pp. 14 ff.
- [8] Der Schlusskurs des IBIS-DAX® wird börsentäglich um 17:00 festgestellt. An diesem Kurs orientiert sich auch der Settlement-Preis der DAX®-Optionen an der DTB, die ebenfalls bis 17:00 gehandelt werden.
- [9] An der DTB werden die Basispreise der DAX®-Optionen in einer festen Abstufung von 25 Basispunkten festgelegt. Die Einführung neuer Basispreise folgt einem Reglement in Abhängigkeit vom jeweiligen DAX®-Schlusskurs. Da dadurch jedoch nicht sichergestellt ist, dass zu jedem Zeitpunkt drei Optionen existieren, deren Basispreis über bzw. unter dem der at-the-money-Option liegt, werden fehlende Optionen nicht berücksichtigt.
- [10] TOMPKINS (1994) verwendet 8 Restlaufzeitklassen (96 bis 5 Tage) und 21 Basispreise. Daher ergeben sich 168 Klassen.
- [11] Siehe BREUSCH und PAGAN (1979).
- [12] Da die Varianz auf Grund der Normierung jeweils symmetrisch um die at-the-money Option ist, eignet sich der GOLDFELD-QUANDT Test weniger. Da dieser Test den Datensatz in zwei Gruppen unterteilt, eignet sich der Test vorwiegend bei einer einseitigen Zunahme der Varianz.
- [13] Für alle Restlaufzeitklassen (Tabelle 2) muss die Nullhypothese mit einem Signifikanzniveau von 1% abgelehnt werden.
- [14] Siehe RINNE (1976), pp. 128 ff.
- [15] Für eine ausführliche Darstellung siehe JUDGE, GRIFFITHS, HILL, LÜTKEPOHL, LEE (1985), pp. 169 ff.
- [16] Vgl. ASSENMACHER (1984), pp. 151 ff.
- [17] Eine ausführliche Beschreibung des Algorithmus findet sich bei PRESS, FLANNERY, TEUKOLSKY, VETTERLING (1994), pp. 558.
- [18] Die Basispreisrelationen von 0,95 bis 1,05 wurde in Anlehnung an TOMPKINS (1994) gewählt. Prinzipiell können die Abstufungen auf Grund der Schätzung beliebig fein gewählt werden.
- [19] Für die Daten der Put-Optionen wurde eine vergleichbare Schätzung durchgeführt. Die Ergebnisse werden anhand der Abbildung 3 dargestellt.
- [20] Einen systematischen Literaturüberblick über die implizite Volatilität und den Smile-Effekt findet sich bei MAYHEW (1995).
- [21] Siehe auch HERRMANN, R. und A. NARR (1997).
- [22] Dies ist auch unter dem Begriff „Ganzzahlenproblematik“ bekannt. Siehe TOMPKINS (1994), pp. 156 und HERRMANN R. und A. NARR (1997).
- [23] Siehe TOMPKINS (1994), pp. 156 ff. und PAULSON (1997), pp. 171.
- [24] Zur Schätzung der Leptokurtosis siehe SACHS (1992), pp. 169.
- [25] Siehe PAULSON, A. und J. SCACCHIA (1997).
- [26] GESKE, R. (1979) entwickelte eine Erweiterung der BS-Formel für den Fall, dass der Aktienkurs einem Random Walk folgt, dessen Varianz proportional zur Wurzel des Aktienkurses ist.
- [27] Siehe Produkt und Konzeptbeschreibung VOLAX-Future® (1998).
- [28] Vgl. WERNER (1997).

Literatur

- APTECH Systems (1994) Inc.: „GAUSS Handbook“, Vol. I & II.
- ASSENMACHER, W. (1984): Einführung in die Ökonometrie, München, Wien: Oldenbourg Verlag.
- BLACK, F. und M. SCHOLES (1973): „The Pricing of Options and Corporate Liabilities“, *Journal of Political Economy* 81(3), pp. 637–654.
- BREUSCH, T. S. und A. R. PAGAN (1979): „A Simple Test for Heteroskedasticity and Random Coefficient Variation“, *Econometrica* 47, pp. 1287–1294.
- CORRADO, CH. J. und T. W. MILLER (1996): „A note on a simple, accurate formula to compute implied standard deviations“, *Journal of Banking and Finance* 20, pp. 595–603.
- ENDERS, W. (1995): *Applied Econometric Time Series*, John Wiley & Sons.
- ENGLE, R. F. (1982): „Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation“, *Econometrica* 50, pp. 987–1007.
- GESKE, R. (1979): „The Valuation of Compound Options“, *Journal of Financial Economics* 7, pp. 63–81.
- HERRMANN, R., und A. NARR (1997): „Risk Neutrality“, *RISK*, August, pp. 23–29.
- HILLIARD, J. E. und A. SCHWARTZ (1996): „Binomial Option Pricing under Stochastic Volatility on Correlated State Variables“, *The Journal of Derivatives* 4(1) 1996, pp. 23–39.
- HULL, J. C. (1993): *Options, Futures, and other Derivative Securities*, Englewood Cliffs: Prentice-Hall.
- JUDGE, G., W. E. GRIFFITHS, C. HILL, H. LÜTKE-POHL und T.-C. LEE (1985): *The Theory and Practice of Econometrics*, New York: Wiley & Sons.
- MAYHEW, S. (1995): „Implied Volatility“, *Financial Analysts Journal*, July–August, pp. 8–20.
- PAULSON, A., J. SCACCHIA und D. GOLDENBERG (1997): „Skewness and Kurtosis in Pricing European and American Options“, *IEEE Conference on Computational Intelligence for Financial Engineering*, New York, pp. 171–176.
- PRESS, W., B. FLANNERY, S. TEUKOLSKY und W. VETTERLING (1994): *Numerical Recipes in Pascal*, Cambridge University Press.
- RINNE, H. (1976): *Ökonometrie*, Stuttgart: Kohlhammer.
- RIPPER, K. und B. FREISLEBEN (1997): „Volatility Estimation with Neural Network“, *IEEE Conference on Computational Intelligence for Financial Engineering*, New York, pp. 177–181.
- RÖCK, B. (1997): „Volatilität: Theoretische Konzepte, empirische Ergebnisse und praktische Anwendungen“, *BHF Asset Management*, pp.1–67.
- SACHS, L. (1992): *Angewandte Statistik*, Springer Verlag.
- TOMPKINS, R. (1994): *Options Explained*, Macmillan Press Ltd.
- VOLAX-Future Produkt und Konzeptbeschreibung (1998): *Publikation der Deutschen Börse*, pp. 1–33.
- WERNER, E. (1997): „Future auf implizite Volatilitäten in DAX-Optionen“, *Die Bank*, 6/97, pp. 342–345.
- ZAGST, R., F. HERMANN, und W. SCHMID (1996): „Univariate und bivariate GARCH-Modelle zur Schätzung des Beta-Faktors“, *Finanzmarkt und Portfolio Management* 10, pp. 45–51.