

# Approximative Nachbildung des Deutschen Aktienindex (DAX)

## 1. Einführung

Eine geläufige Einteilung des Managementstils bei der Verwaltung von riskanten Vermögensgegenständen bezieht sich auf „aktives“ und „passives“ Management. Während sich passives Management mit der Abbildung von marktwertgewichteten Indizes begnügt, wird beim aktiven Management angestrebt, unterbewertete Titel auszuwählen (aktive Selektion), günstige Kauf- und Verkaufszeitpunkte zu finden (aktives Timing) oder auch Wertpapiermischungen zu generieren, die hinsichtlich Risiko und Rendite gegebene Indizes dominieren (aktive Diversifikation). Die Einteilung der Managementstile in „aktiv“ und „passiv“ geht auf TREYNOR/BLACK (1973) zurück. Nach dem Ansatz der Autoren halten Anleger neben einem aktiven Teilportfolio stets auch ein passives Teilportfolio, eine „*Approximation to the Market Portfolio*“. Die Aufgabe von Indexierungstechniken besteht in der Bildung eines inde-

xierten passiven Teilportfolios („*Index-Tracking*“) und der Steuerung des Risikos der Gesamtheit aus aktivem und passivem Teilportfolio.

Ausgehend von den Vereinigten Staaten und Großbritannien, hat die indexierte Vermögensanlage auch in Kontinentaleuropa in den letzten zehn Jahren zunehmende Verbreitung erfahren. Zur Abbildung des deutschen Aktienmarktes wird dabei häufig auf den DAX zurückgegriffen. Neben der effektiven Nachbildung mit allen im Index enthaltenen Titeln, stellt die approximative Nachbildung eine vereinfachte Nachbildungsalternative dar. Dabei steht dem erhöhten Abweichungsrisiko in der Regel ein verringerter Transaktionskosten- und Verwaltungsaufwand gegenüber. Ferner ergeben sich Möglichkeiten zur bewußten Strukturabweichung bei kontrolliertem Abweichungsrisiko. Aufgrund einer möglichen Kombination aktiver und passiver Stilelemente (sogenanntes „*Tilting*“), zeichnet sich der approximative Ansatz im Vergleich zur effektiven Nachbildung damit durch höhere Flexibilität aus.

Der vorliegende Artikel ist wie folgt gegliedert: Der nächste Abschnitt beschäftigt sich mit den Gründen, die in der Praxis der Vermögensanlage dafür sprechen können, Aktienindizes wie den DAX nachzubilden. Nach einer knappen Übersicht gängiger Nachbildungsmethoden, wird die Anwendung des Single-Index-Modells als Indexierungstechnik betrachtet. Dabei werden für das Tracking relevante Implikationen abgeleitet, die

\* Der Autor dankt den Herren Prof. Dr. G. Bamberg und Dr. K. Röder, Institut für Statistik und mathematische Wirtschaftstheorie der Universität Augsburg, sowie Herrn Prof. Dr. H. Zimmermann und dem anonymen Gutachter für die hilfreichen Anmerkungen. Herrn Dr. W. Grovermann, Bayerische Landesbank (Schweiz) AG, Zürich, ist der Autor für die ursprüngliche Anregung der Arbeit verbunden. Niklas Florian Wagner, Bayerische Vereinsbank AG, Geschäftsbereich Treasury, Aktienmanagement/Portfolio-Produkte Research, D-80311 München, Tel.: 049 89 - 378 15124, Fax: 049 89 - 378 27421.

sich sowohl aus dem Modell als auch aus empirischen Ergebnissen zum Verhalten von Wertpapierrenditen ergeben. Der danach folgende Abschnitt beschäftigt sich mit einer empirischen Auswertung zur approximativen Nachbildung des DAX-Indexes. Es wird untersucht, inwieweit, selbst bei Verwendung eines schlecht diversifizierten Trackingportfolios, eine langfristige Replikation des DAX möglich ist. Die Schlußbetrachtung soll wichtige Ergebnisse knapp rekapitulieren.

## 2. Motive für die Nachbildung von Aktienindizes

Bevor auf die Nachbildung des DAX-Indexes eingegangen wird, sollen an dieser Stelle kurz allgemeine Motive für die Nachbildung von Aktienindizes dargelegt werden. Die ersten beiden Motive sind den Ergebnissen der Portfeuille- und Kapitalmarkttheorie entnommen, die beiden letzten Motive entstammen der Praxis des Portfoliomanagements:

- *Die Hypothese informationseffizienter Kapitalmärkte kann nicht verworfen werden:* Für den Portfoliomanager besteht im betrachteten Markt kein Wettbewerbsvorteil hinsichtlich der Informationsverarbeitung. Demzufolge kann bei aktivem Management keine risikobereinigte Überrendite erwartet werden und es bietet sich Indexierung als passive Veranlagungsform an.[1] Die Informationseffizienzhypothese wird durch eine Fülle von empirischen Untersuchungen gestützt, die belegen, daß in der Vergangenheit aktive Portfoliomanager im Vergleich zu marktwertgewichteten Indizes keine stabilen risikobereinigten Überrenditen erzielen konnten.[2]
- *Die Hypothese der näherungsweise ex-ante Risiko-Rendite-Effizienz marktwertgewichteter Indizes mit ausreichend hoher Titellanzahl wird nicht abgelehnt:* Es besteht kein Anlaß, die aus der Kapitalmarkttheorie abgeleitete Hypothese abzulehnen, daß marktwertgewichtete Indizes als Schätzer für das Marktportfeuille einen

optimalen Trade-Off zwischen Rendite und Risiko bieten. Damit stellen breit gestreute Indizes in Ermangelung besseren Wissens eine ex-ante effiziente Anlagealternative dar.[3] Bei der Verwendung des DAX-Indexes wird für den deutschen Markt mit den enthaltenen Standardwerten nur ein Teil des Aktienmarktes abgedeckt. Trotzdem war der DAX-Index in der Vergangenheit stark mit dem wesentlich breiter diversifizierten CDAX korreliert.[4]

- *Verwendung von Indexderivaten beim Portfoliomanagement:* Im Rahmen des Portfoliomanagements werden oft Indexderivate eingesetzt. Am deutschen Markt kann dazu auf die Indexprodukte der Deutschen Terminbörse (DTB) zurückgegriffen werden, die auf den DAX lauten. Ziel des Einsatzes von Derivaten kann es sein, flexibel und mit geringem Transaktionskostenaufwand auf veränderte kurzfristige Markteinschätzungen reagieren zu können, ohne reale Portfolios umschichten zu müssen. Daneben bieten sich insbesondere nicht-spekulative Hedging-Strategien an. Ferner besteht die Möglichkeit, bei einer möglichen Fehlbewertung der Indexinstrumente Arbitrage-Strategien durchzuführen.[5] Die Voraussetzung ist stets ein Aktiendepot, welches dem Renditeverhalten des Indexes sehr nahe kommt.
- *Wahl von Wertpapierindizes als Benchmark:* Bei einer Benchmark handelt es sich um ein, hinsichtlich Titel und Anteile, genau definiertes Vergleichsportfolio. Es sollte eine naive Anlagemöglichkeit darstellen, kontinuierlich bestehen und kostengünstig nachzubilden sein. Die Aufgabe einer Benchmark ist es, Anlagestilvorgaben des Investors in eine operationalisierte Form zu bringen und einen Maßstab zur Performancemessung zu liefern. Bei den bekannten Performanceindizes wie dem DAX handelt es sich um beliebte Risikoprofile, die häufig als Benchmark bzw. Teil einer Benchmark gewählt werden. Der Erfolg des Anlagemanagements wird dann relativ zu dem gewählten Index gemessen. Folglich benötigt das Ma-

nagement auch bei aktiver Ausrichtung Möglichkeiten zur Nachbildung des Indexes und zur Kontrolle des Abweichungsrisikos.

### 3. Ansätze zur Indexnachbildung

Die Ansätze zur approximativen Indexnachbildung streben eine möglichst gute Nachbildung der Rendite eines gewählten Benchmarkindex durch die Rendite eines realen Portfolios an. Die Güte der Nachbildung wird anhand bestimmter Kriterien gemessen, die sich auf die Abweichung zwischen der Portfoliorendite  $R_p$  und der Rendite des Benchmarkindex  $R_B$  beziehen. Der „Tracking-Error“  $R_E$  eines Portfolios ist dann als Differenz zweier Zufallsvariablen definiert[6]

$$R_E \equiv R_p - R_B. \quad (1)$$

Zur Indexnachbildung kommen allgemein folgende Ansätze in Frage:

- *Effektive Nachbildung* des gewählten Indexes („*Full Replication*“). Dies kann theoretisch zu einer völlig fehlerfreien Nachbildung führen, wenn die vom Index unterstellten Handlungsregeln in allen Details genau nachvollzogen werden können.
- *Approximative Nachbildung* mit einer Titelauswahl („*Sampling*“). Darunter fällt das sogenannte *Stratifying Sampling*: Es erfolgt eine heuristische Titelauswahl durch die Aufteilung des Indexes in Sektoren, sogenannte „Zellen“, für die dann jeweils repräsentative Werte ausgewählt werden. Außerdem gibt es die Methode des *Optimizing Sampling*: Das Ziel ist dabei die Erreichung eines optimalen Zielfunktionswertes unter Einhaltung gegebener Nebenbedingungen, welche die Eigenschaften des Portfolios quantitativ beschreiben. Man verwendet Ansätze der linearen, sowie der quadratischen Programmierung. Bei Verfahren mit quadratischer Zielfunktion lassen sich Portfolio-Selection Modelle (Full-Variance-Modell, Multi-Index-Modelle, Single-Index-Modell) und

statistische Verfahren (insbesondere multiple Regressionsanalyse) unterscheiden.

Grundsätzlich ist bei Indexierungsstrategien, analog zu Problemen der Portfolio-Selection, ein Trade-Off zwischen Risiko und Rendite des Portfolios bei gegebenem Anlagebetrag zu berücksichtigen. Das Risiko wird dabei als Abweichungsrisiko meist durch die Varianz des Tracking-Errors gemessen. Die Renditekomponente ergibt sich durch die um die Kosten der Nachbildung des Indexes verminderte Nettorendite.[7] Als kostenbestimmende Größe wird meist die Titelanzahl  $N$  im Trackingportfolio herangezogen.[8]

Ob ein Portfolio für einen Investor „optimal“ ist, entscheidet sich demnach zum einen nach dem von ihm gewählten Gütekriterium zur Messung des Abweichungsrisikos, zum anderen danach, wie er Abweichungsrisiko und Nettorendite gegeneinander abwägt. Während die individuelle Tracking-Risikoaversion bei Arbitrage oder Hedging hoch ist, wird sie bei passiver, kostenminimierter Vermögensanlage ohne strikte periodische Benchmarkorientierung eher gering ausfallen. Dies ist beispielsweise der Fall, wenn die Indexnachbildung durch die ersten beiden Punkte in Abschnitt 2 motiviert wird. Die Bildung eines konkreten Trackingportfolios wird damit nicht zuletzt stark vom einzelnen Anleger und seiner Motivation zur Indexnachbildung bestimmt. Im folgenden wird von einer gegebenen Titelauswahl mit  $N$  Aktien ausgegangen.

### 4. Das Tracking-Modell

Es folgt nun die Betrachtung einer Möglichkeit zur Bestimmung der Gewichtung von Trackingportfolios für den DAX. Dazu soll die Analyse von Tracking-Strategien im Rahmen des quadratischen Optimierungsansatzes gewählt werden. Die Varianz des Tracking-Errors erlangt dabei zentrale Bedeutung als Gütekriterium.[9] Es wird das Portfolio-Selection Modell nach SHARPE verwendet. Das Modell, auch Single-Index-Modell

genannt, stellt einen vereinfachten Problemansatz dar, der auf den portfoliotheoretischen Arbeiten von MARKOWITZ basiert.

#### 4.1 Annahmen und Implikationen

Bei der Formulierung des Single-Index-Modells werden heute in der Literatur, abweichend von SHARPE (1963), die Renditen des  $i$ 'ten riskanten Wertpapiers  $R_i$  nicht in Abhängigkeit von einem absoluten Indexstand, sondern in Abhängigkeit von einer Indexrendite, beschrieben. Wählt man die Benchmarkrendite  $R_B$  als erklärenden Faktor, so resultiert für alle  $N$  Titel ein „Return Generating Process“ der Form

$$R_i = \alpha_i + \beta_i R_B + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, N. \quad (2)$$

Dabei bezeichnen  $\alpha_i$  und  $\beta_i$  konstante Regressionskoeffizienten, bei den  $\varepsilon_{i,t}$  handelt es sich um normalverteilte Störterme, an die für alle betrachteten Zeitpunkte  $t$  folgende Voraussetzungen der linearen Regression geknüpft sind:

$$E(\varepsilon_{i,t}) = 0, \quad (3.1)$$

$$\sigma_{\varepsilon_{i,t}}^2 = \text{const.}, \quad (3.2)$$

$$\sigma_{\varepsilon_{i,t}, \varepsilon_{j,t}} = 0 \quad \forall i \neq j, \quad (3.3)$$

$$\sigma_{\varepsilon_{i,t}, R_{B,t}} = 0. \quad (3.4)$$

Es wird also ergänzend angenommen, daß die Störterme einzelner Aktien untereinander (3.3) und von der Markt- bzw. Benchmarkrendite (3.4) unabhängig sind.[10] Die Benchmarkrendite ist in einem solchen Einfaktorenmodell die einzige Quelle von Korrelation zwischen den Titelrenditen.

Die Ableitung der Varianz des Tracking-Errors im Single-Index-Modell soll im folgenden kurz angedeutet werden. Für die Rendite  $R_p$  eines Portfolios folgt, durch lineare Aggregation der gewichteten Titelrenditen  $R_i$ , analog zu (2):

$$R_p = \alpha_p + \beta_p R_B + \varepsilon_p. \quad (4)$$

Mit der Definition des Tracking-Errors (1) läßt sich damit die Varianz des Tracking-Errors herleiten. Man erhält den Ausdruck,

$$\sigma_E^2 = \text{Var}(\alpha_p + \beta_p R_B + \varepsilon_p - R_B),$$

den man nach Ausklammern von  $R_B$  mit den Annahmen (3.3) und (3.4) zu

$$\sigma_E^2 = (\beta_p - 1)^2 \sigma_B^2 + \sigma_{\varepsilon_p}^2 \quad (5)$$

vereinfachen kann. Der erste Summand in (5) kann als systematische, der zweite Summand als unsystematische Varianz des Tracking-Errors bezeichnet werden.

Unsystematische Fehler entstehen durch unzureichende Diversifikation des Trackingportfolios. Systematische Tracking-Errors werden immer dann eingegangen, wenn eine Abweichung des Portfoliobetas von dem Beta der Benchmark vorliegt. Letzteres ist definitionsgemäß gleich eins. Es kann gefolgert werden, daß breite Diversifikation in einem Portfolio zwar das unsystematische (Tracking-)Risiko verringert, aber noch kein indexnahes Portfolio mit entsprechend geringer Varianz des Tracking-Errors garantiert. Da man in der Praxis ein Beta von eins nur näherungsweise aufrechterhalten kann, muß neben dem unsystematischen stets auch ein systematisches Tracking-Risiko eingegangen werden.

Die systematische Varianz des Tracking-Errors  $(\beta_p - 1)^2 \sigma_B^2$  hängt von der betragsmäßigen Abweichung des Trackingportfoliobetas von eins und von der Varianz der Benchmarkindex-Renditen  $\sigma_B^2$  ab:

– Weicht man beim Tracking von einem optimalen, auf eins normierten Beta ab, so muß man je nach Umfang der Abweichung und Höhe der Benchmarkvarianz mehr oder weniger stark steigende systematische Schwankungen des Tracking-Errors in Kauf nehmen. Bei gegebener Benchmarkvarianz verhält sich die Wurzel

aus der systematischen Varianz des Tracking-Errors proportional zur betragsmäßigen Abweichung des Portfoliobetas vom Wert eins; d.h. eine Verdoppelung der betragsmäßigen Betaabweichung führt zu einer Verdoppelung der Volatilität des systematischen Tracking-Errors (vgl. dazu den ersten Summanden in (5)).

Da sich in empirischen Arbeiten zum Verhalten der Korrelationsstruktur von Wertpapierrenditen gezeigt hat, daß starke Marktbewegungen häufig eine Veränderung der kurzfristigen Korrelationsstruktur bewirken (vgl. z.B. HEPP (1990)), kann gefolgert werden, daß in diesem Fall die Gefahr einer verschlechterten Abbildungsgüte des Trackingportfolios besteht.

- Eine Veränderung der Varianz der Renditen der Benchmark wirkt sich ebenfalls auf das Tracking-Risiko in (5) aus. Dies ergibt sich zum einen direkt über die Benchmarkvarianz als Variable in (5). Zum anderen kommt es indirekt zu einer Wirkung auf die Korrelationsstruktur und damit auf das Trackingportfoliobeta.

Die empirischen Belege hinsichtlich des Verhaltens von Titel- und Indexvarianzen deuten in diesem Zusammenhang darauf hin, daß steigende Kurse sinkende Renditevarianzen und sinkende Kurse erhöhte Varianz bewirken. Bei einem Rückgang des Benchmarkindexes ist folglich mit einer stärkeren Erhöhung der Varianz des Tracking-Errors als bei einem Anstieg zu rechnen.

Bei starken Indexbewegungen ist eine verringerte Abbildungsgüte des Trackingportfolios zu erwarten. Dies konnte bereits bei einer empirischen Untersuchung zum Tracking des DAX-Indexes festgestellt werden (vgl. LOISTL (1992), S. 528–535). Nach BLUME (1971) kann man davon ausgehen, daß sich die Stabilität des Trackingportfoliobetas bei der Bildung gut diversifizierter Trackingportfolios wesentlich erhöht. Unter Einbeziehung der Ergebnisse von KAPLANIS (1988) und BÜHLER/ZIMMERMANN (1994) deutet dies

darauf hin, daß neben den vergleichsweise stabilen Renditekorrelationen, insbesondere steigende Benchmarkvolatilität zu erhöhtem Tracking-Risiko führt.

## 4.2 Optimierungsansatz

Im folgenden kann nun der Optimierungsansatz auf Basis des Single-Index-Modells abgeleitet werden. Es wird von einer gegebenen Titelauswahl ausgegangen. Da der systematische Teil des Tracking-Errors in (5) bei einem Trackingportfoliobeta von eins verschwindet, ist die Minimierung der Varianz des Tracking-Errors gleichbedeutend mit der Minimierung des unsystematischen Portfoliorisikos unter der Nebenbedingung eines auf den Wert eins festgelegten Portfoliobetas. Durch die Wahl der Titelgewichte  $x_i$  soll das unsystematische Risiko minimiert werden, welches mit der Unabhängigkeitsannahme (3.3) als quadratische Zielfunktion der Form

$$\sigma_{\varepsilon_p}^2 = \sum_{i=1}^N x_i^2 \sigma_{\varepsilon_i}^2 \rightarrow \min \quad (6.1)$$

geschrieben werden kann. Die einschlägigen Nebenbedingungen lauten:

$$\beta_p = \sum_{i=1}^N x_i \beta_i = 1 \quad (6.2)$$

$$\sum_{i=1}^N x_i = 1 \quad (6.3)$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, N. \quad (6.4)$$

Der obige Optimierungsansatz geht auf RUDD/ROSENBERG (1979) und RUDD (1980) zurück. Die Autoren schlagen im Rahmen eines Multi-Index-Modells die Bildung eines Indexportfolios durch Minimierung der Residualvarianz bei einem auf eins festgelegten Portfoliobeta vor. Der Single-Index-Ansatz findet sich auch bei JANßEN/RUDOLPH (1992) (S. 133ff.).

Zu diesem Optimierungsansatz sollen noch einige kritische Anmerkungen gemacht werden:

- Die Anwendung der Tracking-Modelle mit historischen Schätzern steht und fällt letztlich allgemein mit der Stabilität der Korrelationsstruktur der Titelrenditen im Zeitablauf. Wäre diese nur für sehr kurze Zeitabschnitte gegeben, so müßte das Trackingportfolio laufend umgeschichtet werden. Dies läuft aber dem Sinn einer passiven Anlagestrategie zuwider.
- Aufgrund der Veränderung der Korrelationsstruktur der Renditen und der oben gemachten Aussagen zur Benchmarkvarianz ist mit einer im Zeitablauf schwankenden Abbildungsgüte zu rechnen. Das Geschick des Portfoliomanagers wird dann darin liegen, im „richtigen“ Zeitpunkt umzuschichten und zudem nicht auf kurzfristige, nur vorübergehende Veränderungen der Korrelationsstruktur zu reagieren.
- Das Single-Index-Modell ist eines der denkbar einfachsten Modelle, welches unter Berücksichtigung unterschiedlicher Korrelationen zwischen Wertpapierrenditen konstruiert werden kann. Da das Modell nur systematisches und unsystematisches Risiko verarbeitet, ohne letzteres in einen unternehmensspezifischen und einen branchenspezifischen Teil aufzuspalten, gilt es aufgrund der Annahme (3.3) oft als zu starke Vereinfachung. RUDD UND ROSENBERG (1979) (S. 24ff.) warnen deshalb vor Portfolios, welche Branchengewichtungen aufweisen, die deutlich von denen des Marktportefeuilles abweichen.
- Im Rahmen des Index-Trackings können diese Einwände gegen das Modell allerdings zum größten Teil entkräftet werden, wenn vorab ein Stratifying-Sampling-Ansatz zur Titelvorauswahl unter Berücksichtigung der Branchenstruktur erfolgt und erst dann eine Optimierung zur Ermittlung der Titelgewichte durchgeführt wird. Um extreme Gewichtungen einzelner Titel zu vermeiden, kann es sinnvoll sein, die Leerverkaufsrestriktion durch eine Beschränkung der Titelgewichte auf ein Intervall zu ersetzen.[11]

- Da RUDD (1980) (S.64) in einer empirischen Auswertung feststellt, daß Tracking-Errors in erster Linie auf den unternehmensspezifischen Teil des unsystematischen Risikos des Indexportfolios zurückzuführen sind, dürfte die Kombination Stratification/Single-Index-Modell unter Kosten-Nutzen Gesichtspunkten damit insgesamt eine günstige Methode der Schätzung zukünftiger Korrelationen darstellen. Dies gilt insbesondere für einen Index wie den DAX, der relativ wenige Titel enthält.

### 5. Empirische Untersuchung zum Tracking des DAX-Indexes

Die Datenbasis für die Untersuchung bilden die jeweiligen Tagesschlußkurse der DAX-Werte und des DAX-Indexes an der Frankfurter Wertpapierbörse im Zeitraum vom 2.1.1989 bis zum 30.1.1995. Aus diesen werden nach Reinvestition von theoretischen Bezugsrechtserlösen und Bardividenden in die jeweilige ausschüttende Gesellschaft, stetige Renditen berechnet.[12] Das Jahr 1989 dient zur Ermittlung der historischen Schätzer für die Optimierung zur Bildung des Trackingportfolios zum Jahresende 1989. Im Zeitraum vom 2.1.1990 bis zum 30.1.1995 erfolgt dann die Auswertung des Verhaltens mehrerer Sechs-Titel-Trackingportfolios, die auf einer identischen Titelauswahl beruhen.

Die Untersuchung konzentriert sich auf den Tracking-Error, der allein der Tatsache zuzuschreiben ist, daß der Index approximativ, d.h. lediglich mit einer Auswahl von Werten, nachgebildet wird („*auswahlbedingter Tracking-Error*“). Die Fehlerquellen, die auch bei effektiver Nachbildung bestehen, bleiben unberücksichtigt (vgl. dazu auch EBERTZ/RISTAU (1993)). Dies bedeutet, daß sowohl Transaktionskosten, die bei Reinvestitionen anfallen, als auch auf Unteilbarkeiten zurückzuführende Ungenauigkeiten vernachlässigt werden.[13]

### 5.1 Vorgehensweise zur Bildung der Trackingportfolios

Bei der Bildung der Trackingportfolios wird davon ausgegangen, daß bei einer zugrundegelegten Kostenstruktur und festgelegter Risikoaversion für die näherungsweise Nachbildung des DAX-Indexes eine Titellanzahl von  $N = 6$  aus insgesamt 30 Titeln gewählt wurde. Dies ist als Untergrenze der Titellanzahl bei entsprechend geringer Risikoaversion zu verstehen. Bei Verwendung von mehr als sechs Titeln erhält man besser diversifizierte Portfolios, deren Abbildungsgüte über der des vorgestellten Sechs-Titel-Portfolios liegt. Die Verbesserung läßt sich dabei durch eine Analyse der Verringerung des historischen Trackingportfolio-Residualrisikos abschätzen. Die Halbierung der Residualvolatilität des Portfolios mit sechs Aktien impliziert im Fall des DAX in etwa die Verdreifachung der Titellanzahl.[14]

Die Titelauswahl und -gewichtung zur Bildung des Trackingportfolios erfolgt zweistufig anhand einer Kombination von „Stratifying Sampling“ und „Optimizing Sampling“. Dabei ist die Titelauswahl als Vorschlag zu werten und somit nur eine von vielen denkbaren Möglichkeiten. Die Vorgehensweise beinhaltet folgende Schritte:

- Zerlegung des Indexes in Zellen, die den Branchen entsprechen,
- Berücksichtigung der Branchen mit hoher Marktkapitalisierung,
- Auswahl repräsentativer Titel anhand der Kapitalisierung („Value Ranking“) und
- Durchführung einer Optimierung gemäß (6.1–4) mittels historischer Schätzer, die aus den Renditen der vorangehenden 250 Börsentage ermittelt werden.

Nach diesen Überlegungen läßt sich ein aus sechs Titeln bestehendes Trackingportfolio (6-TPF) ableiten, das Ende 1989 grob 50% der Marktkapitalisierung des Indexes abgedeckt hätte. Die ausgewählten Werte sind: Allianz Holding (ALV), Daimler Benz (DAI), Deutsche Bank (DBK), Hoechst (HFA), Siemens (SIE) und Veba (VEB). Das Portfolio beinhaltet wegen seiner Ausrichtung auf kapitalisierungsstarke Werte zwangsläufig einen Selection-Bias. Die Gewichtungen finden sich in Tabelle 1.

**Tabelle 1: Übersicht über alternative Trackingportfoliogewichtungen zum 2.1.1990**

Trackingportfolios:	6-TPF	6-ADJ-TPF	6-LOW-TPF	6-HIG-TPF	6-ADH-TPF	6-MLR-TPF	6-REF-TPF
Ziel-Beta:	1,000	1,000	0,995	1,005	1,005	–	–
Gewichte in %							
ALV	12,61	12,75	12,75	12,46	12,78	16,54	16,67
DAI	12,96	12,38	12,48	13,44	12,82	18,19	16,67
DBK	17,62	17,24	17,44	17,81	17,70	11,74	16,67
HFA	16,10	14,72	16,97	15,25	12,98	17,99	16,67
SIE	26,86	29,82	26,96	26,75	30,17	16,53	16,66
VEB	13,84	13,10	13,40	14,29	13,55	19,01	16,66

Grundlage der Ermittlung: 250 börsentägliche Renditerealisationen im Zeitraum 3.1.1989–2.1.1990.

Quelle: Eigene Berechnungen

## 5.2 Modifizierte Vorgehensweisen bei der Gewichtung

In der Literatur finden sich vielfältige Arbeiten zum Verhalten und zur Schätzung von Aktienbetas. Um Hinweise bezüglich der Relevanz von Ergebnissen ausgewählter Arbeiten zu erhalten, werden an dieser Stelle Alternativoptimierungen zur Bestimmung der Trackingportfoliogewichtung durchgeführt. Im folgenden Abschnitt werden die Ergebnisse der Portfolios verglichen.

Wie erstmals von BLUME (1971) analysiert, besitzen die Schätzungen der Betas von Einzeltiteln wie auch von Portfolios eine intertemporale Mean-Reversion-Tendenz („*Regression Tendency*“): Sowohl deutlich unter, als auch über eins liegende Schätzungen tendieren im Zeitablauf dazu, sich dem Wert eins anzunähern. Nach BLUME (1975) liegt die Ursache dafür zum einen in einer statistisch begründeten Verzerrung der Schätzung von Betas ungleich eins (sogenannter „*Order-Bias*“); zum anderen konnte der Autor eine darüber hinaus bestehende Mean-Reversion-Tendenz feststellen, die auf eine tatsächliche Instabilität der Betas zurückzuführen war.

Die Arbeit von SCHULTZ/ZIMMERMANN (1989) beschäftigt sich mit alternativen Verfahren zur Verbesserung der Prognose von Betas auf Grundlage historischer Schätzungen. In ihrer empirischen Untersuchung kommen die Autoren zu dem Ergebnis, daß insbesondere die von BLUME vorgeschlagene Regressionsmethode zu einer Verbesserung der Schätzung zukünftiger Aktienbetas führt. In Anbetracht dieser Ergebnisse wird in der vorliegenden Arbeit ein modifiziertes Portfolio (6-ADJ-TPF) gebildet, bei dem die damaligen historischen Schätzer nur zu zwei Dritteln in die Titelbetaprognose für die Optimierung eingehen. Im letzten Drittel fließt der Wert eins in die Prognose ein. Die genannte Gewichtung wird in Anlehnung an die empirischen Ergebnisse von BLUME und SCHULTZ/ZIMMERMANN, aber ohne die Durchführung einer konkreten historischen Regressionsanalyse, vorgenommen.

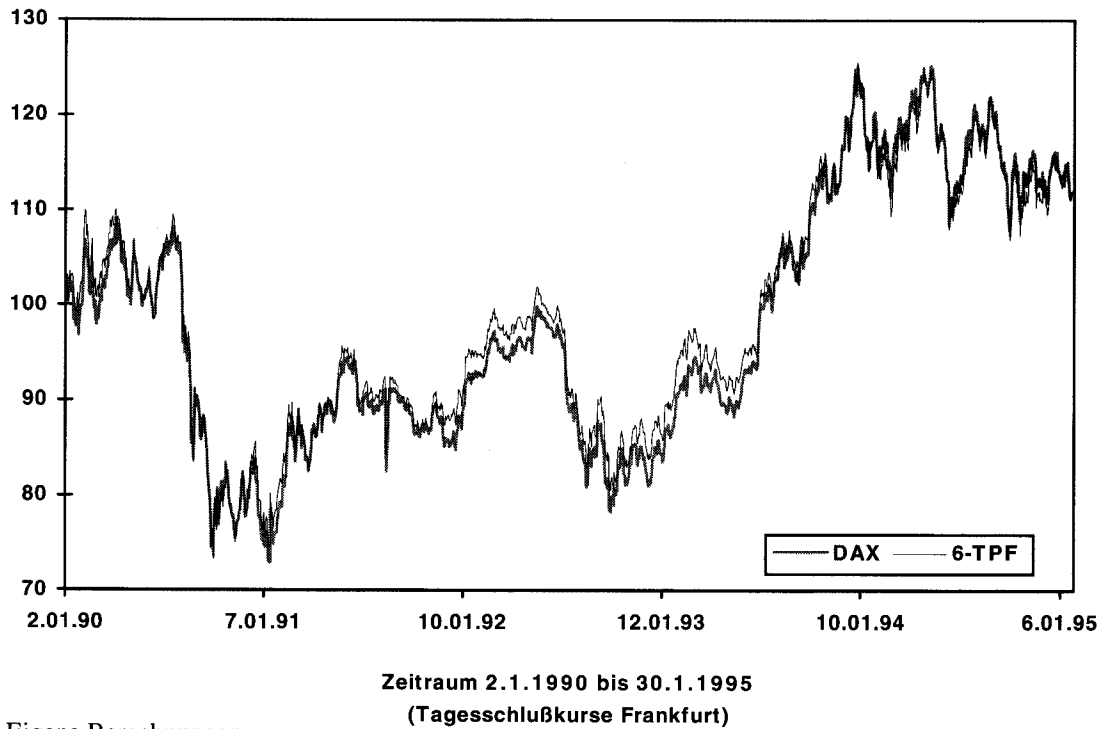
Ergänzend werden zwei weitere Vergleichsportfolios mit den originären Betaschätzungen auf ein Beta von 0,995 bzw. 1,005 hin optimiert (6-LOW-TPF, 6-HIG-TPF). Die Bildung des Trackingportfolios mit einem Beta von 1,005 wird zudem mittels der adjustierten Schätzungen der Titelbetas vorgenommen (6-ADH-TPF). Alternativ zur Single-Index Modellierung wird eine Schätzung der Optimalgewichte im Jahr 1989 durch das Verfahren der multiplen linearen Regression vorgenommen. Dabei werden als Regressand die Indexrendite, als Regressoren die sechs ausgewählten Titelrenditen verwendet. Die unrestringierte OLS-Schätzung der Regressionskoeffizienten liefert nach entsprechender Normierung die Gewichte für das Regressionsportfolio (6-MLR-TPF). Um einen Anhaltspunkt zur Wirkung der anfänglichen Optimierungen zu erhalten, wird ferner ein naives Referenzportfolio gebildet, welches im Gegensatz zu den anderen Trackingportfolios anfänglich gleiche Anteilswerte aufweist (6-REF-TPF). Einen Überblick zu den Anfangsgewichtungen der alternativen Trackingportfolios liefert Tabelle 1.

## 5.3 Empirische Ergebnisse zum Abbildungsverhalten

Bei den ermittelten empirischen Ergebnissen wird der Frage nachgegangen, wie das langfristige Abbildungsverhalten ohne Umschichtungen bei einer Nachbildung des DAX-Indexes zu beurteilen ist. Das Wertentwicklungsverhalten des 6-TPF im Untersuchungszeitraum wird in Abbildung 1 dem des DAX gegenübergestellt. Zu Beginn der Auswertung erfolgt eine Umbasierung des DAX-Indexes auf 100. Mit diesem Ausgangswert ergeben sich die täglichen Werte für den DAX und die sechs Titelpositionen durch stetige Verzinsung mit den historischen Tagesrenditen. Die anschließend ermittelte Rendite des Trackingportfolios abzüglich der Rendite des DAX-Indexes des jeweiligen Börsentages ergibt den auswahlbedingten Tracking-Error. Dieser wird neben der kumulierten Wertdifferenz zwischen Index- und Tracking-

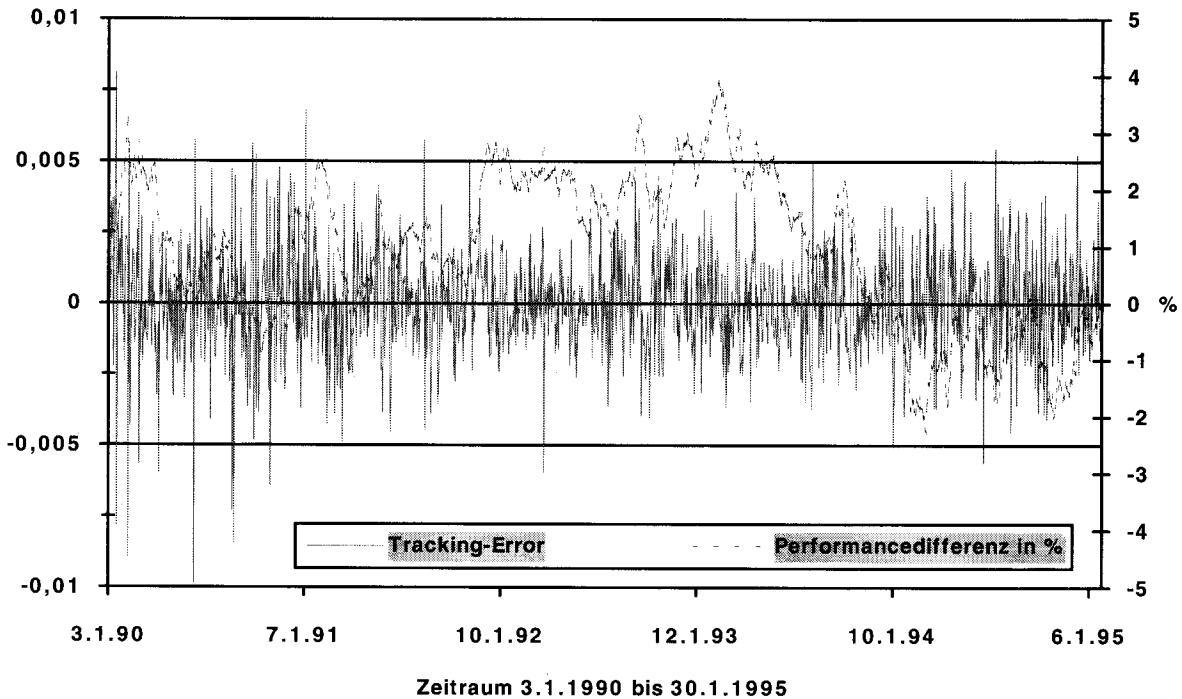


Abbildung 1: Performancevergleich Trackingportfolio (6-TPF) gegen Benchmark (DAX)



Quelle: Eigene Berechnungen

Abbildung 2: Auswahlbedingter täglicher Tracking-Error und kumulierte Performancedifferenz für das Trackingportfolio (6-TPF)



Quelle: Eigene Berechnungen

portfolio in Abbildung 2 aufgezeigt. Die Ergebnisse zeigen ein erstaunlich gutes langfristiges Tracking-Verhalten. Das schlecht diversifizierte Trackingportfolio bildet die Performance des Indexes im gesamten Betrachtungszeitraum gut nach. Abgesehen von einigen Ausreißern (bis zu  $-1\%$  und  $+0,8\%$ ) bewegt sich der Tracking-Error in der groben täglichen Bandbreite zwischen  $-0,5$  und  $+0,5\%$ . Dieser Wert ist isoliert betrachtet ziemlich hoch; wie die Auswertung zeigt, kommt es aber im Zeitablauf zu einem Ausgleich positiver und negativer Renditeabweichungen. Die Bandbreite der kumulierten Performancedifferenz liegt im Gesamtzeitraum zwischen  $+3,96\%$  und  $-2,30\%$ . Man hätte allerdings ex-ante auch mit höheren Abweichungen rechnen müssen: Die ermittelte Stichprobenstandardabweichung des Tracking-Errors von gerundet  $3\%$  p.a. läßt nach Ablauf von fünf Jahren auf einem Konfidenzniveau von  $90\%$ , d.h. in 9 von 10 Realisationen, kumulierte Abweichungen von bis zu  $11\%$  zu.[15]

In Tabelle 2 werden folgende empirische Kennzahlen zu den unterschiedlich gewichteten Sechstitel-Trackingportfolios angegeben: mit dem Faktor 250 annualisierter Mittelwert der Realisationen des Tracking-Errors in % ( $\bar{r}_E$ ),  $t$ -Statistik zur Nullhypothese „Der erwartete Tracking-Error ist gleich null.“, maximaler und minimaler Tracking-Error ( $MAX_E$ ,  $MIN_E$ ), täglicher mittlerer betragsmäßiger Tracking-Error in % ( $MAD_E$ ), annualisierte Stichprobenstandardabweichung des Tracking-Errors in % ( $s_E$ ), Schätzung des Trackingportfoliobetas ( $\beta_P$ ),  $t$ -Statistik zur Nullhypothese „Das Trackingportfoliobeta ist gleich eins.“, Standardfehler der Schätzung des Trackingportfoliobetas ( $s_\beta$ ), sowie der empirische Korrelationskoeffizient zwischen den Renditen des Trackingportfolios und des DAX-Indexes ( $r_{BP}$ ).

Die Ergebnisse zu den alternativen Trackingportfolios können wie folgt zusammengefaßt werden: Das 6-TPF-MLR liefert eine schlechtere Nachbildung als das 6-TPF-REF, welches besser diversifiziert ist (vgl. dazu die Korrelationskoeffizienten). Beide Portfolios weisen signifikant von eins abweichende Betas auf. Dies ist bei sämtlichen

Single-Index Portfolios nicht der Fall. Die Optimierungen bewirken bessere Nachbildungsergebnisse als im Fall des gleichgewichteten Referenzportfolios, was auf eine verbesserte Einhaltung des Indexbetas zurückzuführen ist (vgl. 6-TPF). Diese Resultate können hinsichtlich des Trackingportfoliobetas durch eine Adjustierung der Schätzung der Titelbetas (vgl. 6-TPF-ADJ) und hinsichtlich der Korrelation mit dem Index durch eine Optimierung auf ein über eins liegendes Trackingportfoliobeta (vgl. 6-TPF-HIG) verbessert werden. In der Kombination erhält man mit dem 6-TPF-ADH ein Trackingportfolio, das hinsichtlich der Kriterien mittlere absolute Abweichung, Standardabweichung, Betaabweichung und Korrelation von keinem anderen Portfolio dominiert wird.

Die bei allen Portfolios festzustellende Tendenz zu einer über eins liegenden Schätzung des Betas im Betrachtungszeitraum kann durch die Anfangsoptimierung auf ein Beta von  $0,995$  nicht verringert werden (vgl. 6-TPF-LOW). Für die Trackingportfoliobetas von 6-TPF-LOW und 6-TPF-HIG resultiert ex-post ein Wert, der sehr nahe bei dem des 6-TPF liegt. Dies bestätigt die unter 5.2 angeführte Mean-Reversion-Tendenz, die zu einer Dämpfung der Auswirkung möglicher Schätzfehler bei den Titelbetas führt.

Die Tendenz zu einer über eins liegenden Beta-schätzung bei den Portfolios erklärt sich durch den mit der Auswahl hoch gewichteter Werte bedingten Selection-Bias. Nach Untersuchungen zur Verzerrung der Schätzung von Aktienbetas besitzt die Schätzung des Betas, im Vergleich zum Index überdurchschnittlich umsatzstarker Aktien, einen positiven Bias. Dies gilt damit auch für das Beta eines aus solchen Aktien zusammengesetzten Portfolios. Da im vorliegenden Fall mit der hohen Kapitalisierung überdurchschnittlicher Umsatz in den verwendeten Aktien einhergeht, ist anzunehmen, daß das jeweilige wahre Trackingportfoliobeta im Untersuchungszeitraum geringer als die angegebene Schätzung ist. Das wahre Beta des 6-TPF-ADH liegt unter der Schätzung von  $1,006$ . Die Betaabweichung des Portfolios ist somit geringer als die Auswertung es nahelegt (vgl. die

Tabelle 2: Empirische Kennzahlen alternativer Sechs-Titel-Trackingportfolios ohne Umschichtungen

Portfolio:	Umschichtungsregel:	$\bar{r}_E$ (t) <sup>+</sup> % p.a.	MAX <sub>E</sub> MIN <sub>E</sub> %	MAD <sub>E</sub> %	s <sub>E</sub> % p.a.	$\beta_P$ (t) <sup>+</sup>	s <sub><math>\beta</math></sub>	$r_{BP}$
<b>6-TPF</b>	HR0	-0,0350 (-0,026)	0,81 -0,99	0,144	2,998	1,008 (1,69)	0,00458	0,9872
<b>6-REF-TPF</b>	HR0	0,309 (0,23)	0,85 -0,93	0,145	3,053	1,022 (4,73)*	0,00463	0,9872
<b>6-ADJ-TPF</b>	HR0	-0,174 (-0,13)	0,78 -0,92	0,144	2,995	1,006 (1,22)	0,00458	0,9871
<b>6-LOW-TPF</b>	HR0	-0,00834 (-0,0062)	0,84 -1,04	0,145	3,032	1,007 (1,62)	0,00463	0,9869
<b>6-HIG-TPF</b>	HR0	-0,0602 (-0,046)	0,79 -0,94	0,143	2,973	1,008 (1,75)	0,00454	0,9874
<b>6-MLR-TPF</b>	HR0	0,640 (0,45)	0,88 -0,99	0,153	3,222	1,023 (4,78)*	0,00488	0,9859
<b>6-ADH-TPF</b>	HR0	-0,256 (-0,19)	0,74 -0,96	0,143	2,966	1,006 (1,22)	0,00453	0,9874

Auswertung auf Basis von 1271 Renditerealistationen im Zeitraum 3.1.1990 bis 30.1.1995; identische Titelauswahl, ohne Umschichtungen

<sup>+</sup>Aufgrund von Rundungsfehlern sind nicht alle Werte exakt aus der Tabelle nachvollziehbar;

\*Wert der *t*-Statistik bedeutet Signifikanz zum Konfidenzniveau von 99,9%;

Quelle: Eigene Berechnungen

Übersicht zu Verfahren der unverzerrten Schätzung von Aktienbetas bei MCINISH/WOOD (1986).

Das Vorliegen verzerrter Betaschätzungen erklärt auch das verbesserte Nachbildungsverhalten bei einer Optimierung auf ein Trackingportfoliobeta über eins (vgl. 6-TPF-HIG im Vergleich zum 6-TPF). Da die Schätzungen der Titelbetas nach oben verzerrt sind, kann im vorliegenden Beispiel eine Optimierung auf den Wert von 1,005 ein näher am Index liegendes Beta ergeben, als eine Optimierung auf den Wert von 1,000. Bei der Optimierung besser diversifizierter Trackingportfolios

ist zu berücksichtigen, daß dieser Verzerrungseffekt geringer wird, da der Selection-Bias in der Titelauswahl zurückgeht.

Als Schlußfolgerung kann damit festgehalten werden, daß die durchgeführten Single-Index-Optimierungen zu einer verbesserten Nachbildungsgüte beitragen. Das Beta der Trackingportfolios stabilisiert sich zudem nahe bei eins.

### 5.4 Umschichtung von Trackingportfolios

In diesem Abschnitt werden beispielhaft Umschichtungsstrategien für das Trackingportfolio 6-ADH-TPF simuliert. Entscheidungen zur Umschichtung eines Trackingportfolios („Rebalancing“) können allgemein durch eines oder mehrere der folgenden drei Kriterien ausgelöst werden:

- Ablauf eines vorgegebenen Zeitintervalls.
- Überschreitung einer vorgegebenen wertmäßigen Differenz zwischen Soll- und Ist-Gewichtung (bzw. Stückzahl) im Portfolio.
- Veränderung einer oder mehrerer vorab bestimmter Kennzahlen des Trackingportfolios über einen tolerierten Bereich hinaus.

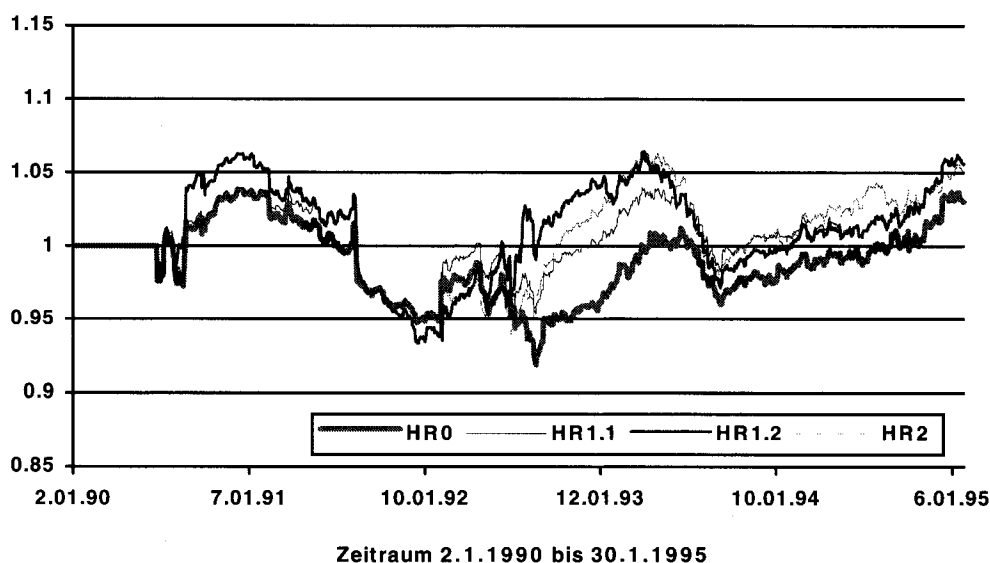
In der vorliegenden Arbeit soll das erste und das letzte Kriterium für das Tracking des DAX-Indexes näher betrachtet werden. Das Umschichten nach Ablauf eines fest vorgegebenen Zeitintervalls ist eine bei Portfoliooptimierungen häufig anzutreffende Umschichtungsstrategie. Als Kennzahlen zur Umschichtung des Trackingportfolios

nach dem letzten Kriterium kommen insbesondere die gleitende Schätzung der Varianz des Tracking-Errors und die des Trackingportfoliobetas in Betracht. Für letzteres Vorgehen findet man in der Praxis den Begriff „Beta-Monitoring“. Diese Methode soll als zweite Umschichtungsregel verwendet werden.

In der Literatur finden sich kaum Hinweise zur Formulierung und empirischen Untersuchung einer adäquaten Handlungsregel zur Umschichtung von Trackingportfolios im Zeitablauf. Hier werden nun exemplarisch zwei konkrete Handlungsregeln für das Trackingportfolio 6-ADH-TPF herangezogen:

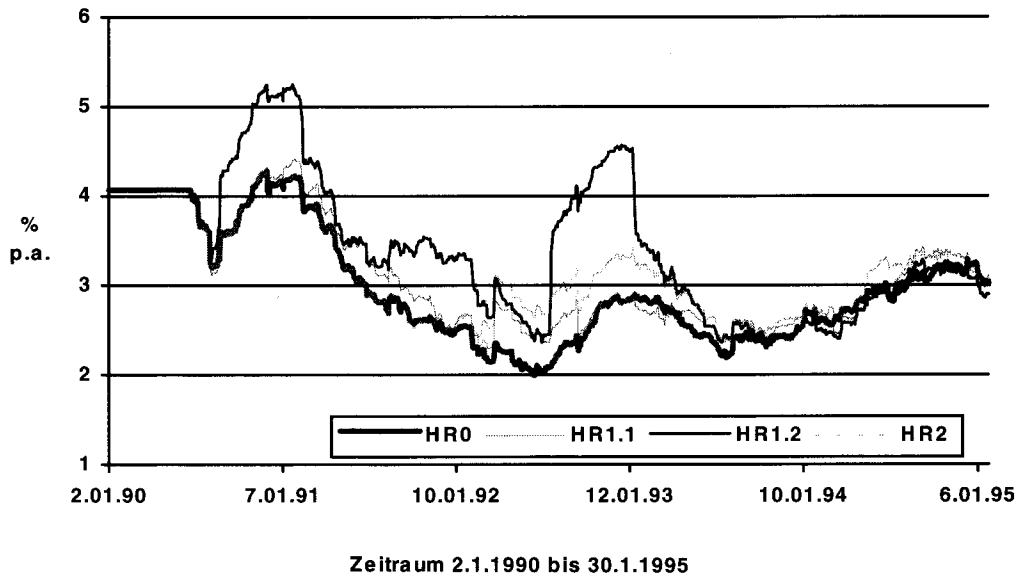
- HR 1: „Schichte um, sobald ein vorgegebenes Zeitintervall  $d$  abgelaufen ist.“
- HR 2: „Schichte um, sobald die gleitende  $c$ -Tage-Schätzung des Trackingportfoliobetas betragsmäßig um mehr als  $e$  vom Ziel-Beta abweicht. Schichte erneut um, falls dieses Kriterium  $c$  Börsentage nach der letzten Umschichtung wiederum erfüllt ist.“ („Beta-Monitoring“).

Abbildung 3: Gleitende Schätzung des Trackingportfoliobetas (6-TPF-ADH) auf 120-Tage-Basis bei den Handlungsregeln HR0, HR1.1, HR1.2 und HR2



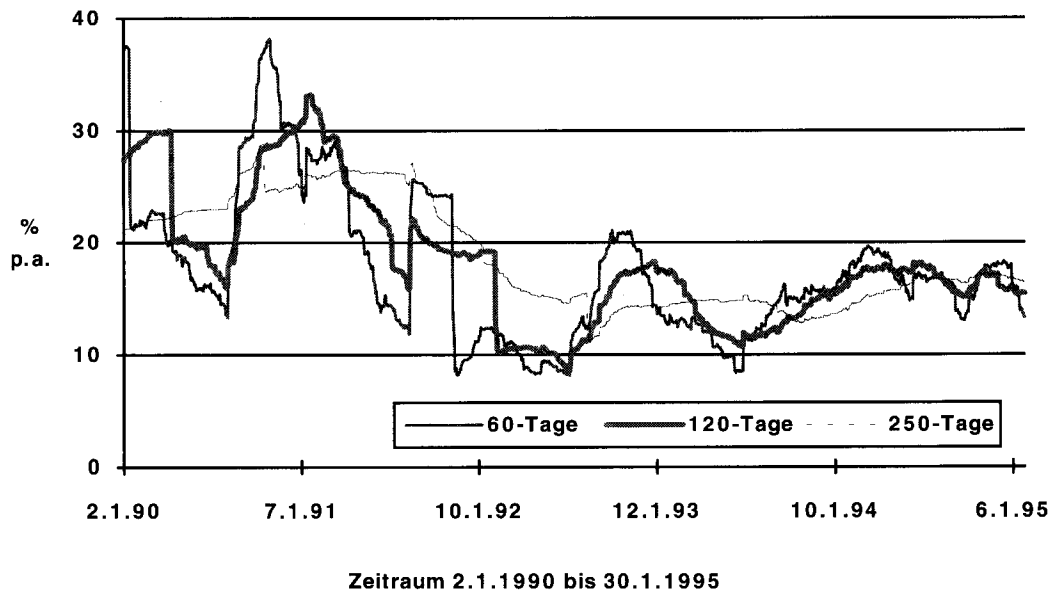
Quelle: Eigene Berechnungen

Abbildung 4: Gleitende Schätzung der Varianz des Tracking-Errors (6-TPF-ADH) auf 120-Tage-Basis bei den Handlungsregeln HR0, HR1.1, HR1.2 und HR2



Quelle: Eigene Berechnungen

Abbildung 5: Gleitende Schätzung der Volatilität des DAX-Indexes auf 60, 120 und 250-Tage-Basis



Quelle: Eigene Berechnungen

**Tabelle 3: Übersicht zu den untersuchten Umschichtungsregeln für das Trackingportfolio (6-ADH-TPF)**

Handlungsregel:	Beta-Monitoring: Schätzzeitraum $c$ , Toleranzgrenze $e$ ;	Umschichtungszeitintervall $d$ :	Umschichtungszeitpunkte	Anzahl Umschichtungen:
<b>HR0</b>	–	–	–	0
<b>HR1.1</b>	–	jährlich	Jahresultimo 12.90 bis 12.93	4
<b>HR1.2</b>	–	halbjährlich	Jahres- und Halbjahresultimo 6.90 bis 6.94	9
<b>HR2</b>	120 BTg, 0,035	frühestens nach 120 BTg	5.9.91, 2.3.92, 25.8.92, 16.2.93, 19.7.94;	5

Schätzzeitraum zur Ermittlung der Kennzahlen für die Optimierungen: vorangehende 250 Börsentage, Verwendung adjustierter Beta-Schätzungen, Ziel-Beta für alle Optimierungen: 1,005; „BTg“: Börsentage;

Zur Ermittlung der historischen Schätzer für die Optimierungen wird weiterhin der Zeitraum der vorangehenden 250 Börsentage gewählt. Bei Alternativoptimierungen mit 120-Tage Schätzern resultieren häufiger unausgewogene Portfolios, was zu verschlechterten out-of-Sample Ergebnissen führt. Da die jeweiligen Optimierungen nach (6.1–4) selbst auf 250-Tage-Basis zum Teil unausgewogene Optimierungsergebnisse liefern, wird die Nichtnegativitätsbedingung (6.4) durch die Forderung einer Mindestgewichtung aller Titel von 5% ersetzt. Damit fließt in die Optimierungen die Tatsache ein, daß eine Tendenz zur Gleichgewichtung der Portfolios ex-ante hohe Diversifikation sicherstellt (vgl. die Ergebnisse zum 6-REF-TPF).

Für das Beta-Monitoring ist neben der Bereitstellung der historischen Kennzahlen der einzelnen Titel zudem eine Schätzung des Trackingportfoliobetas notwendig. In Abbildung 3 wird die gleitende Schätzung des Trackingportfoliobetas (6-ADH-TPF) auf Basis der jeweiligen 120 vorangehenden Börsentage dargestellt. Der 120-Tage-Schätzzeitraum hat sich nach Vergleichen mit 60-,

180-, 250- und 290-Tage-Schätzungen als guter Kompromiß erwiesen: Die 60-Tage-Schätzung ermöglicht eine kurzfristige Beurteilung der Wirkung einzelner, insbesondere schockartiger, Indexbewegungen auf die Schätzung Korrelationsstruktur der Renditen. Für eine Umschichtungsstrategie ist diese Schätzung allerdings zu erratisch. Entscheidungen zur Umschichtung sollten sich eher an mittel- bis langfristigen Abweichungen des Portfoliobetas orientieren. Für Schätzzeiträume von 250 bzw. 290 Tagen wiederum erhält man Verläufe, ähnlich der Abbildung 3, mit geringerem Abweichungsbetrag. Darauf basierende Handlungsregeln zur Umschichtung mit einer entsprechenden engeren Toleranzgrenze würden ähnliche Ergebnisse wie im folgenden liefern. Ähnliches gilt auch für eine aufwendigere Variante des Beta-Monitorings, bei der durch Einbeziehung des Standardfehlers der Schätzung des Trackingportfoliobetas die Bildung eines Konfidenzintervalls für das wahre Beta vorgenommen wird.

Neben der gleitenden Schätzung des Betas in Abbildung 3 wird in Abbildung 4 die gleitende 120-Tage-Schätzung der Volatilität des Tracking-

Errors für das Trackingportfolio 6-ADH-TPF dargestellt. Die Abbildung 5 liefert ergänzend die gleitende Schätzung der Volatilität des DAX-Indexes auf 60, 120 und 250-Tage-Basis. Bei einem Vergleich der Abbildungen 4 und 5 kann man den grundsätzlichen Gleichlauf der 120-Tage-Schätzungen der Indexvolatilität und der Volatilität des Tracking-Errors erkennen. Der wichtigste Einfluß auf zeitliche Schwankungen der Abbildungsgüte liegt bei der Volatilität des DAX, während die Abweichungen des Betas vom Zielwert 1,005 in Abbildung 3 diesen Einfluß vermitteln (vgl. auch Gleichung (5)). Da die Volatilität des Tracking-Errors damit unbeeinflussbaren Schwankungen unterliegt, kommt die hier gewählte Schätzung des Trackingportfoliobetas eher als Grundlage für eine Umschichtungsregel in Frage. Eine vergleichende Übersicht zu den untersuchten Umschichtungsregeln findet sich in Tabelle 3. Die empirischen Ergebnisse mit den Kennzahlen aus Tabelle 2 finden sich in Tabelle 4. Für die vorlie-

gende Untersuchung läßt sich feststellen, daß sämtliche Umschichtungsregeln zu unbefriedigenden Ergebnissen führen. Sie bewirken ausnahmslos eine Erhöhung der Stichprobenstandardabweichung des Tracking-Errors im Vergleich zur Unterlassensalternative HR0. Ein Vergleich der Ergebnisse für die Regeln HR1.1 und HR1.2 zeigt, daß eine Verkürzung des Umschichtungsintervalls zu einer verschlechterten Indexnachbildung führen kann. Insbesondere im Fall der Handlungsregel HR1.2 bewirken einzelne Umschichtungen eine deutliche vorübergehende Erhöhung der Varianz des Tracking-Errors (vgl. Abb. 4). Das Beta-Monitoring nach HR2 liefert paradoxerweise eine signifikante Abweichung des Trackingportfoliobetas im Gesamtzeitraum. Die Ergebnisse sind allgemein stark von der zufälligen Auswahl der Optimierungszeitpunkte abhängig. Es erscheint fraglich, ob mit komplizierteren Handlungsregeln Verbesserungen durch Umschichtungen des Trackingportfolios möglich sind.

**Tabelle 4: Empirische Kennzahlen alternativer Sechs-Titel-Trackingportfolios (6-TPF-ADH) bei Umschichtungen nach den Handlungsregeln HR1.1, HR1.2 und HR2**

Portfolio:	Umschichtungsregel:	$\bar{r}_E$	$MAX_E$	$MAD_E$	$s_E$	$\beta_P$	$s_\beta$	$r_{BP}$
		(t) <sup>+</sup> % p.a.	$MIN_E$ %	%	% p.a.	(t) <sup>+</sup>		
<b>6-ADH-TPF</b>	HR1.1	0,444 (0,32)	0,83 -1,05	0,147	3,098	1,020 (4,22) <sup>*</sup>	0,00471	0,9868
<b>6-ADH-TPF</b>	HR1.2	-0,283 (-0,19)	0,83 -1,37	0,159	3,441	1,028 (5,31) <sup>*</sup>	0,00521	0,9842
<b>6-ADH-TPF</b>	HR2	0,260 (0,19)	0,78 -1,19	0,149	3,152	1,019 (3,93) <sup>*</sup>	0,00479	0,9863

Auswertung auf Basis von 1271 Renditerealisationen im Zeitraum 3.1.1990 bis 30.1.1995;

<sup>+</sup> Aufgrund von Rundungsfehlern sind nicht alle Werte exakt aus der Tabelle nachvollziehbar;

<sup>\*</sup> Wert der t-Statistik bedeutet Signifikanz zum Konfidenzniveau von 99,9%;

Quelle: Eigene Berechnungen

## 5.5 Anmerkungen zu den Umschichtungen

Die unbefriedigenden Ergebnisse bei der Umschichtung des Trackingportfolios 6-ADH-TPF können zumindest teilweise damit erklärt werden, daß die Abweichung im Portfoliobeta für die Abbildungsgüte des Trackingportfolios im Gesamtzeitraum praktisch keine Rolle spielt. Spaltet man die Stichprobenvarianz des Tracking-Errors gemäß Beziehung (5) auf, so zeigt sich, daß der weitaus überwiegende Teil des Abweichungsrisikos auf unsystematisches Risiko (Volatilität von 2,965% p.a.) und nur ein sehr geringer Teil auf systematisches Risiko (0,101% p.a.) zurückzuführen ist. Unsystematisches Risiko kann nur durch verbesserte Diversifikation verringert werden. Bei einer kurzfristigen Betrachtung treten aufgrund der Instabilität der Titelbetas Abweichungen des Trackingportfoliobetas vom Wert 1,005 auf. Das Ziel, solche vorübergehenden Abweichungen im Portfoliobeta mittels Umschichtungen zu reduzieren, kann mit den vorliegenden Strategien allerdings offensichtlich nicht erreicht werden. Im vorliegenden Untersuchungszeitraum besteht damit kein Anlaß zur Umschichtung des Trackingportfolios.

Hier kann auch das Beta-Monitoring nichts bewirken. In Abbildung 5 erkennt man Schocks in der Korrelationsstruktur anhand gleichgerichteter starker Veränderungen der drei Schätzungen der Indexvolatilität. Insbesondere der durch den Sturz Gorbatschows bewirkte Kurseinbruch vom 19.8.1991 als Einmalereignis erlaubt die Analyse möglicher verzerrender Wirkungen auf die Schätzung des Trackingportfoliobetas: Es kommt zu einer temporären Verzerrung der 120-Tage-Schätzung des Trackingportfoliobetas nach unten (vgl. Abb. 3 und 5). Dieses Beispiel macht deutlich, daß eine ausschließlich am historischen Portfoliobeta orientierte Umschichtungsstrategie bei Schockereignissen am Markt kritisch zu betrachten ist. Offensichtlich ist Beta-Monitoring als Indikator für Umschichtungen dann nur eingeschränkt sinnvoll. Dies hängt auch damit zusammen, daß es der oben erwähnten Mean-Reversion-

Tendenz nicht Rechnung trägt. Im vorliegenden Fall weicht das langfristige Trackingportfoliobeta nur unwesentlich von eins ab, so daß Umschichtungen, die auf kurzfristig verzerrte Betaschätzungen reagieren, die Abbildungsgüte nicht verbessern. Geeignete Umschichtungsstrategien bilden den kritischen Punkt bei der Durchführung einer approximativen Indexnachbildung. Hier muss darauf geachtet werden, langfristige Abweichungen im Trackingportfoliobeta zu identifizieren.

## 6. Zusammenfassung

Ausgehend von der Feststellung, daß eine Nachbildung des DAX aus verschiedenen Motiven heraus angestrebt werden kann, ist in diesem Beitrag auf die praktische Umsetzung einer approximativen Nachbildungsstrategie eingegangen worden. Wie die Ergebnisse zeigen, läßt sich die approximative Nachbildung des DAX bereits mit einfachen Mitteln zufriedenstellend lösen. Damit ergibt sich ein Hinweis auf die Möglichkeit der Durchführung passiver Strategien mit geringem Transaktionskostenaufwand. Zusammenfassend kann man feststellen:

- Durch die Auswahl stark gewichteter Titel und deren Gleichgewichtung im Trackingportfolio ist bereits eine, unter Berücksichtigung der geringen Titellanzahl, brauchbare Indexnachbildung möglich. Allerdings ist diese Vorgehensweise mit einer für den Gesamtzeitraum signifikanten Betaabweichung verbunden.
- Mit der Bildung eines optimierten, vergleichsweise schlecht diversifizierten Portfolios kann bereits ein Trackingportfolio mit einem langfristig stabilen, nahe bei eins liegendem Beta erzielt werden. Aus den Ergebnissen anderer Arbeiten ist bekannt, daß sich die Indexnachbildung bei stärker diversifizierten Trackingportfolios maßgeblich verbessert.
- Eine anfängliche Optimierung gemäß des Single-Index-Modells ermöglicht ein verbessertes Abbildungsverhalten des Trackingportfo-



lios. Bei der Anwendung des Modells sind Modifikationen der historischen Schätzer und des Ziel-Betas für das Trackingportfolio sinnvoll. In Phasen hoher Benchmarkvolatilität muß eine verschlechterte Abbildungsgüte toleriert werden und umgekehrt.

- Bei einer langfristig ausgelegten Nachbildung wirkt sich die Mean-Reversion-Tendenz der Titelbetas auf den Wert eins hin vorteilhaft aus. Die Untersuchungsergebnisse lassen im konkreten Fall nicht darauf schließen, daß die Fähigkeit des Portfolios zur Nachbildung des Index nachläßt.
- Die erzielten Resultate zeigen, daß durch die verwendeten Umschichtungsstrategien keine Verbesserung der Ergebnisse erreicht werden kann. Dies steht im Einklang mit der Erkenntnis, daß langfristig in erster Linie das unsystematische Risiko des Trackingportfolios und das Niveau der Benchmarkvolatilität für die Varianz des Tracking-Errors verantwortlich sind. Kurzfristig unterliegt das Abbildungsverhalten unkontrollierbaren Schocks, die zu systematischen Tracking-Abweichungen führen.
- Die Erhöhung der Titelanzahl ist das wirksamste Mittel zur Verbesserung der Abbildungsgüte, da damit sowohl das unsystematische Portfoliorisiko, als auch die Variabilität des Trackingportfoliobetas reduziert wird. Bei hoher Risikoaversion ist eine möglichst vollständige Abbildung des Index zu empfehlen.

**Fussnoten:**

- [1] Dazu kommt die Überlegung, daß Anleger durch ein Abweichen von der Marktwertgewichtung nur auf Kosten eines anderen Marktteilnehmers, der seinerseits von der Marktwertgewichtung abweichend investiert ist, einen über der Markttrendite liegenden Ertrag erzielen können. Bei der Nachbildung eines marktwertgewichteten Indexes investiert man bei Informationseffizienz entsprechend der, mit den Anlagebeträgen gewichteten, Erwartungen aller aktiven Marktteilnehmer, ohne die bei aktivem Management anfallenden Kosten tragen zu müssen. Darin unterscheidet sich die Nachbildung marktwertgewichteter Indizes von anderen Formen der passiven Veranlagung wie z.B. der Bildung gleichgewichteter Portfolios. Vgl. dazu auch GARCIA/GOULD (1991).
- [2] Für den deutschen Aktienmarkt sei exemplarisch auf die Arbeiten von KASERER/PFAU (1993) und STEINER/WITTRÖCK (1994) verwiesen.
- [3] Dieses Motiv für Indexierung wird zunehmend kritisiert, da marktwertgewichtete Indizes und entsprechend auch Nachbildungen derselben als „Durchschnittsportfolio“ für einen gegebenen Anleger bei unvollkommenen Märkten und/oder heterogenen Erwartungen der Marktteilnehmer i.d.R. nicht MARKOWITZ-effizient sind. Dennoch kann man einschränkend argumentieren, daß die Nachbildung von Indizes im Normalfall eine einfache und kostengünstige Methode zur Erzielung gut diversifizierter Portfolios darstellt.
- [4] Die hohe Korrelation sagt nichts über die Effizienz der Indizes aus, sie weist lediglich auf eine hohe Abhängigkeit in der Wertentwicklung hin, die auf die hohe Gewichtung der DAX-Werte im CDAX zurückzuführen ist. Zur Korrelation vgl. LANG (1993). Für die Konzeption des Deutschen Aktienindexes, sowie die Struktur und die Ermittlung der Anteilswerte sei auf JANßEN/RUDOLPH (1992) verwiesen.
- [5] Zu empirischen Ergebnissen im Bereich der DAX-Futures-Arbitrage vgl. z.B. die Arbeit von BAMBERG/RÖDER (1994). Bei Arbitrage wird man eine effektive Nachbildung des DAX-Portfolios anstreben. Für Privatanleger bietet sich zur effektiven Nachbildung insbesondere der Erwerb von DAX-Indexzertifikaten an.
- [6] Die Bezeichnung „Tracking-Error“ wird in der Literatur nicht einheitlich benutzt. Für obige Definition vgl. RUDD (1980), S. 60, 64, SHARPE (1992), S. 11 und ROLL (1992), S.15. Teilweise wird der Begriff „Tracking-Error“ auch für die Standardabweichung der Renditedifferenz verwendet, vgl. RICE/AU (1988), S. 89, LOISTL (1992), S. 530 und KLEEBERG/SCHLENGER (1994), S. 233.
- [7] Die Kosten der Indexnachbildung schließen neben Verwaltungs- und direkten Transaktionskosten auch mögliche liquiditätsbedingte Transaktionskosten („Market-Impacts“) mit ein.
- [8] Vgl. dazu auch den Abschnitt „Tracking-Error und Optimierungsansatz“ bei KLEEBERG/SCHLENGER (1994).
- [9] Dabei werden im Unterschied zum linearen „Mean Absolute Deviation (MAD)“-Kriterium betragsmäßig hohe Abweichungen von der Benchmarkrendite überproportional gewichtet. Zum quadratischen Tracking-Ansatz vgl. RUDD/ROSENBERG (1979), RUDD (1980), RICE/AU (1988), HAUGEN/BAKER (1990), SHARPE (1992) und ROLL (1992). Zu linearen Tracking-Modellen vgl. RUDOLF/WOLTER/ZIMMERMANN (1995).
- [10] Die letzte Annahme ist für eine Benchmark, die ihrerseits aus den Titeln  $i = 1, \dots, N$  bzw. aus einer Auswahl aus diesen Titeln besteht, nicht exakt. Sie gilt strenggenommen nur für einen exogen vorgegebenen Marktfaktor.
- [11] Anmerkung: Der Grundidee der Markowitz-Optimierung folgend sollte zuerst der Optimierunginput auf seine Kompatibilität mit den eigenen Erwartungen hin überprüft werden. Da gleichgewichtete Portfolios out-of-Sample (d.h. ex-ante) hohe Diversifikation sicherstellen, wird später im empirischen Teil dieser Arbeit eine ergänzende Minimalgewichtungsrestriktion verwendet, wodurch eine Tendenz zur Gleichgewichtung bewirkt wird.
- [12] Da beim DAX jährlich zum Verkettungstermin eine erneute Umverteilung der Bardividenden auf alle Aktien des Indexes erfolgt, was hier im Trackingportfolio unpraktikabel wäre, resultiert beim Tracking im Vergleich zum DAX langfristig eine Übergewichtung von Aktien mit überdurchschnittlicher Dividendenrendite.
- [13] Transaktionskosten bewirken eine Reduzierung der erwarteten Rendite des Trackingportfolios. Unter der Annahme, daß sie vollkommen gleichmäßig über das Jahr verteilt anfallen, bewirken sie keine Erhöhung der Varianz des Tracking-Errors. Ziel einer passiven Strategie sind möglichst geringe Transaktionskosten bei gegebener Varianz des Tracking-Errors. Dabei können Transaktionskosten beispielsweise durch Steuerguthaben auf Dividendenerlöse (abhängig vom persönlichen Grenzsteuersatz des Anlegers) oder durch Wertpapierleihe gegenüber dem Index kompensiert werden; vgl. auch EBERTZ/RISTAU (1993) und KLEEBERG/SCHLENGER (1994).
- [14] Zum historischen Tracking-Risiko/Titelanzahl Trade-Off für DAX-Trackingportfolios mit bis zu 22 Werten vgl. auch WAGNER (1996).

[15] Dies ergibt sich unter der Annahme normalverteilter Tracking-Error-Realisationen durch Ermittlung des entsprechenden Konfidenzintervalls. Eine Volatilität des Tracking-Errors von 3% p.a. ist relativ hoch und üblicherweise dem Bereich aktiv verwalteter Portfolios zuzurechnen.

#### Literatur:

BAMBERG, G. and K. RÖDER (1994): „The Intraday Ex Ante Profitability of DAX-Futures Arbitrage for Institutional Investors in Germany – The Case of Early and Late Transactions“, *Finanzmarkt und Portfolio Management* 8, pp. 50–62.

BLUME, M. E. (1971): „On the Assessment of Risk“, *Journal of Finance* 26, pp. 1–10.

BLUME, M. E. (1975): „Betas and their Regression Tendencies“, *Journal of Finance* 30, pp. 785–796.

BÜHLER, A. und H. ZIMMERMANN (1994): „Instabile Risikoparameter und Portfolioselektion“, *Finanzmarkt und Portfolio Management* 8, pp. 212–228.

EBERTZ, T. und R. RISTAU (1993): „Ein Jahr Oppenheim DAX-Werte-Fonds“, *Die Bank*, Nr. 7, pp. 401–404.

GARCIA, C. B. and F. J. GOULD (1991): „Some Observations on Active Manager Performance and Passive Indexing“, *Financial Analysts Journal* 47, November–December, pp. 11–13.

HAUGEN, R. H. and N. BAKER (1990): „Dedicated Stock Portfolios“, *Journal of Portfolio Management*, Summer, pp. 17–22.

HEPP, S. W. (1990): „The Stability of the Estimated Risk-Structure of Asset Returns“, *Finanzmarkt und Portfolio Management* 4, pp. 43–49.

JANBEN, B. und B. RUDOLPH (1992): „Der Deutsche Aktienindex DAX“, Knapp, Frankfurt am Main.

KAPLANIS, E. C. (1988): „Stability and Forecasting of the Comovement Measures of International Stock Market Returns“, *Journal of International Money and Finance* 7, pp. 63–75.

KASERER, C. und S. PFAU (1993): „Performance deutscher Aktienfonds“, *Die Bank*, Nr. 10, pp. 596–600.

KLEEBERG, J. M. und C. SCHLENGER (1994): „Konzeption und Performance einer europäischen Indexanlage“, *Finanzmarkt und Portfolio Management* 8, pp. 229–241.

LANG, A. J. (1993): „Indices für den deutschen Aktienmarkt“, *Die Bank*, Nr. 11, pp. 648–650.

LOISTL, O. (1992): „Computergestütztes Wertpapiermanagement“, 4. Auflage, Oldenbourg, München-Wien.

MCINISH, T. H. and R. A. WOOD (1986): „Adjusting Beta Bias: An Assessment of Alternative Techniques: A Note“, *Journal of Finance* 41, pp. 277–286.

RICE, R. K. and K. L. AU (1988): „Tracking Error: A Tool for the Active Fund Manager as well as the Index Fund“, *Journal of International Securities Markets* 2, Summer, pp. 89–95.

ROLL, R. (1992): „A Mean/Variance Analysis of Tracking Error“, *Journal of Portfolio Management* 18, Summer, pp. 13–22.

RUDD, A. (1980): „Optimal Selection of Passive Portfolios“, *Financial Management* 9/10, Spring, pp. 57–66.

RUDD, A. and B. ROSENBERG (1979): „Realistic Portfolio Optimization“, in: E.J. Elton and M.J. Gruber (eds.): *Portfolio Theory, 25 Years after*, Studies in the Management Sciences 11, North-Holland, Amsterdam, New York, Oxford.

RUDOLF, M., H.-J. WOLTER and H. ZIMMERMANN (1995): „A Linear Model for Tracking Error Minimization“, Workingpaper Swiss Institute of Banking and Finance, University of St. Gallen, May.

SCHULTZ, J. und H. ZIMMERMANN (1989): „Risikoanalyse Schweizerischer Aktien: Stabilität und Prognose von Betas“, *Finanzmarkt und Portfolio Management* 3, pp. 196–209.

SHARPE, W. F. (1963): „A Simplified Model for Portfolio Analysis“, *Management Science* 9, pp. 277–293.

SHARPE, W. F. (1992): „Asset Allocation: Management Style and Performance Measurement“, *Journal of Portfolio Management* 18, Winter, pp. 7–19.

STEINER, M. und C. WITTRÖCK (1994): „Timing-Aktivitäten von Aktieninvestmentfonds und ihre Identifikation im Rahmen der externen Performance-Messung“, *Zeitschrift für Betriebswirtschaft* 64, pp. 593–617.

TREYNOR, J. L. and F. BLACK (1973): „How to Use Security Analysis to Improve Portfolio Selection“, *Journal of Business* 46, pp. 66–86.

WAGNER, N. F. (1996): „Optimale Portfolios zum Tracking des DAX“, erscheint in: *Die Bank*.