ALFRED HAMERLE UND DANIEL RÖSCH*

# Kapitalmarktanomalien und Rendite-Risiko-Beziehung bei einem ineffizienten Marktindex

## 1. Einleitung

Nicht zuletzt seit der vielbeachteten Studie von FAMA/FRENCH (1992) ist die Diskussion um die Identifikation der Bestimmungsfaktoren von Aktienrenditen neu aufgelebt. Nach dieser Untersuchung ist der aus dem Capital-Asset-Pricing-Model (CAPM), dem auch heute noch wichtigsten Kapitalmarktmodell, abgeleitete Beta-Faktor nicht preisbestimmend. Im Gegensatz dazu scheinen einige rein empirisch identifizierte, aus theoretischer Sicht nicht einwandfrei begründbare Einflußgrößen einen vergleichsweise hohen Erklärungsbeitrag zu leisten. Zu diesen sog. Anomalien zählen die Unternehmensgröße, der Quotient aus Buch- und Marktwert, das Kurs-/Gewinn-Verhältnis oder die vergangene Kursentwicklung.

Betrachtet man ausschließlich die Rendite-Risiko-Beziehung, machen ROLL/ROSS (1994) deutlich, daß bei Verwendung eines ineffizienten Index als Surrogat für das unbeobachtbare Marktportefeuille nahezu jede beliebige Relation zwischen erwarteter Rendite und Beta-Faktor möglich ist. Dies wird von KANDEL/STAMBAUGH (1995) bestätigt. REICHLING (1995) hat darauf hingewiesen, daß aus diesem Grund die Wertpapierkennlinie zu flach ausfallen kann. Während diese Autoren durchwegs portefeuilletheoretisch in den Verteilungsparametern, d.h. in den erwarteten Renditen, Varianzen und Kovarianzen argumentieren, werden im vorliegenden Beitrag die statistisch-ökonometrischen Probleme beim Einsatz eines ineffizienten Index erörtert, wenn die unbekannten Verteilungsparameter durch am Kapitalmarkt beobachtbare Größen geschätzt werden müssen. Eine naheliegende Möglichkeit besteht in der Verwendung von Zeitreihen der Renditen der Unternehmen und eines Aktienindex. Dabei wird unterstellt, daß ein stationärer Kapitalmarkt vorliegt und daß die angenommene Rendite-Risiko-Beziehung im gesamten Beobachtungszeitraum gilt. Es wird gezeigt, daß der Einsatz eines ineffizienten Index zu erheblichen Verzerrungen der Parameterschätzungen in der Querschnittsregression führen kann. Dies unterstützt und ergänzt die theoretischen Befunde von ROLL/ROSS (1994) und KANDEL/STAMBAUGH (1995) aus statistischer Sicht. In der Diskussion dieser Autoren stellt der Beta-Faktor den einzigen Bestimmungsfaktor der Aktienrenditen dar. Das Problem verzerrter Parameterschätzungen bleibt jedoch bestehen und verstärkt sich im allgemeinen noch, wenn neben den in bezug auf den ineffizienten Index berechneten Beta-Faktoren weitere Einflußfaktoren in die Querschnittsbeziehung aufgenommen werden. Dies können die Residualvarianzen oder die quadrierten Beta-Faktoren sein (z.B. FAMA/MACBETH, 1973), aber auch die Unter-

* Wir danken einem anonymen Gutachter für wertvolle Anregungen. Alfred Hamerle, Daniel Rösch, Universität Regensburg, D-93040 Regensburg, Tel.: +49 941 - 943 2588, Fax: +49 941 - 943 4936.

nehmensgröße, der Quotient aus Buch- und Marktwert oder andere unternehmensspezifische Variablen. Es stellt sich heraus, daß die Beurteilung der Signifikanz der Bestimmungsfaktoren aufgrund der Index-Verzerrung unzutreffend sein kann.

Um die Probleme illustrieren zu können, wird ein künstlicher Kapitalmarkt betrachtet. In diesem Kapitalmarkt gilt das CAPM und demnach eine lineare Rendite-Risiko-Beziehung. Andere Variablen als der Beta-Faktor besitzen nachweislich keinen Einfluß auf die erwarteten Renditen der Unternehmen. Als Marktportefeuille-Proxies werden der DAX und ein gleichgewichtetes Portefeuille eingesetzt. Beide Proxies sind nicht risikoeffizient, obwohl die Korrelationen mit dem risikoeffizienten Marktportefeuille sehr hoch sind. Werden die Beta-Faktoren in bezug auf die ineffizienten Indexportefeuilles berechnet und allein oder zusammen mit anderen potentiellen Bestimmungsfaktoren in eine Querschnittsregression eingebracht, so ergeben sich verzerrte Parameterschätzungen, die eine Signifikanz einzelner Einflußfaktoren vortäuschen. Es stellt sich heraus, daß einige der vermeintlichen „kapitalmarkttheoretischen Anomalien" die Folge einer inkorrekten statistischen Spezifikation des zugrundeliegenden Regressionsmodells aufgrund einer ineffizienten Benchmark sein können.

## 2. Statistisch-ökonometrische Spezifikation

Seien $\mu_i = E(R_i)$ die erwarteten Renditen der risikobehafteten Finanztitel (i = 1,...,N), $r_f$ sei der risikolos erzielbare Zinssatz und $\mu_M = E(R_M)$ sei die erwartete Rendite des Portefeuilles M. Ist das Portefeuille M risikoeffizient, folgt unmittelbar die lineare Beziehung

$$\mu_i - r_f = (\mu_M - r_f)\beta_{iM} \qquad i = 1,\dots,N, \tag{1}$$

zwischen $\mu_i$ und den Risikomaßen

$$\beta_{iM} = \mathrm{Cov}(R_i, R_M) / \mathrm{Var}(R_M).$$

Bei Gültigkeit des CAPM repräsentiert M das Marktportefeuille (ROLL, 1977).

Beziehung (1) stellt eine Ex-ante-Version dar, die einer empirischen Überprüfung nicht unmittelbar zugänglich ist. Stattdessen müssen am Kapitalmarkt beobachtbare Größen verwendet werden. Naheliegend ist der Einsatz von Zeitreihen der Renditen. Dabei bezeichnet $Z_{it} = R_{it} - r_f$ die Überschußrendite des Unternehmens i in der Zeitperiode t (i = 1,...,N; t = 1,...,T). Man erhält die statistische Regressionsbeziehung

$$Z_{it} = (\mu_M - r_f)\beta_{iM} + u_{it} \tag{2}$$

mit den „Fehlervariablen" $u_{it}$. Die eigentliche empirische Überprüfung des Einflusses der Beta-Faktoren auf die Renditen erfolgt durch eine Querschnittsanalyse der Form

$$\overline{R}_i = \gamma_0 + \gamma_1\beta_{iM} + \overline{u}_i \tag{3}$$

mit $\overline{R}_i = \frac{1}{T}\sum_t R_{it}$, $\overline{u}_i = \frac{1}{T}\sum_t u_{it}$, $i = 1,\dots,N$.

Bei Gültigkeit der linearen „Risk-Return"-Beziehung genügen die Parameter den Restriktionen $\gamma_0 = r_f$ und $\gamma_1 = \mu_M - r_f$. Bei bekannter Zusammensetzung des Marktportefeuilles können die Parameter der Querschnittsregression mit Hilfe der Kleinst-Quadrate-Methode aus empirischen Daten geschätzt werden. Die Beta-Faktoren sind nicht bekannt. Deshalb werden sie im ersten Schritt anhand von Zeitreihendaten gemäß (2) geschätzt und die Schätzungen $\beta_{iM}$ werden dann im zweiten Schritt bei der Querschnittsregression (3) eingesetzt. Diese zweistufige Vorgehensweise wurde – eventuell mit geringfügigen Modifikationen – von LINTNER (1965), DOUGLAS (1969), MILLER/SCHOLES(1972) und FAMA/MACBETH (1973) eingeführt und seitdem in einer Vielzahl empirischer Studien angewendet.

Die traditionelle zweistufige Vorgehensweise ist nicht ohne Probleme. Zu den bekannten Schwierigkeiten zählen die Korrelation der Fehlervariablen und Varianzheterogenität sowie eine Meßfehler-Verzerrung aufgrund der Verwendung von Schätzungen der Beta-Faktoren als Regressoren. Die genannten Probleme betreffen alle die Überprüfung des linearen Ansatzes zwischen Rendite und Risiko in der Querschnittsregression der zweiten Stufe. Auf diese Probleme soll jedoch an dieser Stelle nicht eingegangen werden. Man vergleiche dazu beispielsweise SHANKEN (1992) oder HAMERLE/RÖSCH (1996a).

## 3. Die Index-Verzerrung

### 3.1 „Ex-post-Version" des CAPM bei Verwendung eines ineffizienten Marktindex

Bei den empirischen Studien ist das Marktportefeuille nicht bekannt und wird in der Regel durch einen Aktienindex als Surrogat ersetzt. ROLL (1977) hat bereits auf diese Tatsache hingewiesen und die prinzipielle Testbarkeit des CAPM in Frage gestellt. Der als Surrogat verwendete Aktienindex P ist in aller Regel nicht ex-ante risikoeffizient. Die Beta-Faktoren $\beta_{iP}$ werden in bezug auf diesen Index berechnet und stimmen nicht mit $\beta_{iM}$, den Betas in bezug auf einen effizienten Index (bzw. das effiziente Marktportefeuille) überein. Auch die erwartete Indexrendite $\mu_P$ wird sich im allgemeinen von der erwarteten Rendite $\mu_M$ des effizienten Index unterscheiden. Vor allem aber ergibt sich als unmittelbare Konsequenz der Ineffizienz, daß zwischen den erwarteten Renditen $\mu_i$ und den Risikomaßen $\beta_{iP}$ **keine** lineare Beziehung besteht. Dann ist aber die in den empirischen Untersuchungen unterstellte und analog zu (3) aufgebaute Beziehung

$$\overline{R}_i = r_f + (\mu_P - r_f)\beta_{iP} + \overline{u}_i$$

keine korrekte statistisch-ökonometrische Spezifikation mehr, denn in diesem Fall würde sofort

$$E(\overline{R}_i) = \mu_i = r_f + (\mu_P - r_f)\beta_{iP},$$

d.h. eine lineare Beziehung zwischen $\mu_i$ und $\beta_{iP}$, folgen. Die korrekte statistische Spezifikation muß bei einem ineffizienten Marktindex die Abweichungen von der linearen Beziehung berücksichtigen und ist gegeben durch

$$\begin{aligned}&\overline{R}_i = r_f + \alpha_i + (\mu_P - r_f)\beta_{iP} + \overline{u}_i\\ &\text{mit } \alpha_i = (\mu_M - r_f)\beta_{iM} - (\mu_P - r_f)\beta_{iP}.\end{aligned} \tag{4}$$

Modell (4) entspricht einer Regressionsbeziehung der Form

$$\overline{R}_i = \gamma_{0i} + \gamma_1\beta_{iP} + \overline{u}_i \tag{5}$$

mit $\gamma_{0i} = r_f + \alpha_i$, $\alpha_i$ wie in (4) und $\gamma_1 = \mu_P - r_f$. Aus Gründen der Einfachheit und um die Sicht auf die wahren Probleme nicht zu verstellen wird angenommen, daß die Beta-Faktoren bekannt sind. Selbstverständlich ist bei empirischen Studien $\beta_{iP}$ durch eine geeignete Schätzung zu ersetzen. Ein gravierendes und bisher bei der empirischen Überprüfung von linearen Bewertungsrelationen wie dem CAPM nicht beachtetes Problem ist, daß die Regressionskonstanten $\gamma_{0i}$ assetspezifisch sind. Damit ist das Querschnittsmodell (5) statistisch nicht mehr schätzbar, da es mehr Parameter als Beobachtungen enthält. Dies bedeutet: Wird ein ineffizienter Index verwendet, der im Falle von CAPM-Tests als Surrogat für das nicht beobachtbare Marktportefeuille dient, folgt bei korrekter statistischer Spezifikation ein nicht mehr schätzbares Querschnittsregressionsmodell auf der zweiten Stufe!

### 3.2 Empirische Überprüfung der Bewertungsgleichung mit dem Beta-Faktor als einzigem Regressor

Die sich ergebende korrekte statistisch-ökonometrische Spezifikation bei Verwendung einer ineffizienten Benchmark wurde bisher bei empirischen Studien zur Überprüfung von linearen Bewertungsmodellen nicht beachtet. So wird bei den „direkten" CAPM-Tests stets ein Querschnittsmodell der Form

$$\overline{R}_i = \gamma_0 + \gamma_1 \beta_{iP} + \varepsilon_i \qquad i=1,\ldots,N \tag{6}$$

angenommen und geschätzt (wobei in der Praxis $\beta_{iP}$ durch die Schätzung $\beta_{iP}$ zu ersetzen ist). Die Frage ist nun, was bei empirischen Studien passiert, wenn Modell (6) geschätzt wird, obwohl in Wirklichkeit der Ansatz (5) zugrundeliegt. Man erhält mit Modell (6) zwar ein Regressionsmodell in der gewohnten Form mit zwei Regressionskoeffizienten $\gamma_0$ und $\gamma_1$, die unzulässige Restriktion, alle $\gamma_{0i}$ gleichzusetzen, führt jedoch zwangsläufig zu verzerrten Schätzungen. Für die Erwartungswerte und den Bias erhält man:

$$\begin{aligned} E(\hat{\gamma}_0) &= r_f + \overline{\alpha} - \overline{\beta}_P \sum_{i=1}^{N} g_i \alpha_i \\ E(\hat{\gamma}_1) &= \gamma_1 + \sum_{i=1}^{N} g_i \alpha_i \end{aligned} \tag{7}$$

$$\text{mit } \overline{\beta}_P = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \beta_{iP}, \ \overline{\alpha} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \alpha_i$$

$$\text{und } g_i = \frac{\beta_{iP} - \overline{\beta}_P}{\sum_{i=1}^{N} \left(\beta_{iP} - \overline{\beta}_P\right)^2}, \ i = 1,\ldots,N.$$

Die Ableitung der Verzerrungen ist im Anhang wiedergegeben.

Die letztendlich resultierende Verzerrung hängt von $\alpha_i$, den Beta-Faktoren in bezug auf das Proxyportefeuille und von der Anzahl N der Unternehmen ab. So ist es durchaus denkbar, daß auch bei Gültigkeit des CAPM für bestimmte Marktindizes $E(\gamma_1)$ in der Nähe von null liegt. Daraus würde dann irrtümlich der Schluß gezogen, daß der Beta-Faktor keinen Erklärungswert für die erwarteten Renditen der Unternehmen besitzt. Ein Beispiel in jüngerer Zeit ist die vielbeachtete Untersuchung von FAMA/FRENCH (1992), die zu dem Schluß gelangen „ ... the relation between market β and average return is flat, even when β is the only explanatory variable" (vgl. Abstract des Aufsatzes). Zum gleichen Ergebnis kommt REINGANUM (1981). Andere Autoren (z.B. LAKONISHOK/SHAPIRO, 1986) gelangen in ihren empirischen Studien zu dem Schluß, daß die ermittelten Koeffizienten des Beta-Faktors zwar das richtige Vorzeichen aufweisen, aber nicht statistisch signifikant sind. Die Ausführungen dieses Abschnitts belegen, daß derartige Befunde auch die Folge der „Index-Verzerrung" sein können. Hinzu kommt als generelles Problem der empirischen Studien, daß die empirischen Renditen sehr hohe Volatilitäten besitzen und daher die durchgeführten Tests eine äußerst geringe Power haben. Dies kann zusammen mit verzerrten Schätzungen erst recht dazu führen, daß nicht einmal die Hypothese, der zum Beta-Faktor gehörende Parameter ist null, abgelehnt werden kann.
Ein interessantes Ergebnis ist, daß die Erwartungswerte der Schätzungen $\hat{\gamma}_0$ und $\hat{\gamma}_1$ in (7) exakt mit den Werten in ROLL/ROSS (1994) übereinstimmen, die sich ergeben, wenn man durch die Punkte $(\beta_{iP}, \mu_i)$ mit Hilfe der KQ-Methode eine Gerade legt. Dabei liegt kein stochastisches Regressionsmodell zugrunde, sondern es wird ein „KQ-Fit" durchgeführt. Die Argumentation erfolgt ausschließlich portefeuilletheoretisch in den Verteilungsparametern, d.h. in den erwarteten Renditen, Varianzen und Kovarianzen. Die hier gefundenen Resultate unterstützen und ergänzen die Ergebnisse von ROLL/ROSS (1994) aus statistischer Sicht. Dies bestätigen auch die in Kapitel 4 vorgestellten Berechnungen in einem künstlichen Kapitalmarkt.

### 3.3 Empirische Überprüfung der Bewertungsgleichung mit zusätzlichen Risikofaktoren

Ein weiteres Problem, das von ROLL/ROSS (1994) nicht diskutiert wird, besteht darin, daß der Index-Bias nicht zurückgeht, sondern in aller Regel sogar verstärkt wird, wenn neben den in bezug auf den ineffizienten Index berechneten Beta-Faktoren weitere erklärende Variablen in die Querschnittsregression aufgenommen werden. In den letzten fünfzehn Jahren wurden immer neue sog. „Anomalien" entdeckt und als bewertungsrelevante Risikofaktoren für die Aktienrenditen identifiziert. Darunter versteht man rein empirisch gefundene, aus theoretischer Sicht nicht vollständig erklärbare unternehmensspezifische Variablen, die einen vergleichsweise hohen Erklärungsbeitrag zu leisten scheinen. Ein erstes Beispiel ist die Unternehmensgröße (Small-Firm-Effekt, vgl. BANZ, 1981). Diese Anomalie ist später in weiteren Studien in verschiedenen Kapitalmärkten zumeist bestätigt worden[1]. Positive Überschußrenditen werden in einem Teil der Untersuchungen für Unternehmen mit einem geringen Kurs-/Gewinn-Verhältnis[2], einem hohen Quotienten aus Buch- und Marktwert[3], einem großen prozentualen Bid-Ask-Spread[4] und einer hohen Dividendenrendite[5] festgestellt. In der Literatur existiert jedoch kein einheitliches Bild über die Bewertungsrelevanz dieser fundamentalen Charakteristika. Noch weniger Übereinstimmung besteht in der Beurteilung, ob bestimmte Saisonalitäten wie Wochenend-, Monats-Effekt oder andere Kalenderzeiteffekte einen systematischen Einfluß auf die Renditen aufweisen[6]. Ähnlich verhält es sich mit weiteren Merkmalen, welche aus dem zurückliegenden Kursverlauf abgeleitet werden. Beispielsweise werden gelegentlich für Aktien, die in den Vorperioden geringe Renditen erzielt haben, danach überdurchschnittliche Renditen registriert[7]. Für allgemeine Überblicke über Anomalien vergleiche man JACOBS/LEVY (1988) und die dort angegebene Literatur sowie FRANTZMANN (1989).

Die vorangegangenen Ausführungen machen deutlich, daß bei solchen empirischen Studien immer die Gefahr einer „Index-Verzerrung" besteht. So kann es sein, daß die Signifikanz der genannten „Anomalien" durch die Ineffizienz des verwendeten Marktindex künstlich zustandegekommen sein kann und sie in Wirklichkeit ohne Einfluß auf die Renditen sind. Das Ausmaß der Verzerrung hängt von den speziellen Gegebenheiten ab, es läßt sich jedoch prinzipiell angeben. Dies ist in Matrizendarstellung relativ einfach möglich. Dazu werden der Vektor der Beta-Faktoren sowie die Meßwerte der anderen in das Querschnittsmodell einbezogenen Variablen in der Matrix $\mathbf{X}$ zusammengefaßt. Die erste Spalte von $\mathbf{X}$ besteht aus lauter Einsen, damit die Regressionskonstante korrekt im Modell enthalten ist. Faßt man alle Regressionskoeffizienten zum Vektor $\boldsymbol{\gamma}$ zusammen und entsprechend die Durchschnittsrenditen $\overline{R}_i$ und die Fehlervariablen $\varepsilon_i$ zu den Vektoren $\overline{\mathbf{R}}$ und $\boldsymbol{\varepsilon}$, ist das zu schätzende Querschnitts-Regressionsmodell

$$\overline{\mathbf{R}} = \mathbf{X}\boldsymbol{\gamma} + \boldsymbol{\varepsilon}.$$

Die übliche OLS-Schätzung ist dann gegeben durch

$$\hat{\boldsymbol{\gamma}} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\,\mathbf{X}'\overline{\mathbf{R}}.$$

Nun gelte in Wahrheit Modell (5) mit unternehmensspezifischen Regressionskonstanten $r_f + \alpha_i$. Die N Werte $\alpha_i$ werden zum Vektor $\boldsymbol{\alpha}$ zusammengefaßt. Außerdem folgt aus Modell (5), daß nur die Beta-Faktoren einen Einfluß auf die Renditen besitzen. Dementsprechend sind $\gamma_0 = r_f, \gamma_1 = \mu_P - r_f$ und alle anderen Komponenten des Vektors $\boldsymbol{\gamma}$ in Wahrheit gleich 0. Damit erhält man

$$\begin{aligned} E(\hat{\boldsymbol{\gamma}}) &= (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'E(\overline{\mathbf{R}}) \\ &= (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\left[\mathbf{X}\begin{pmatrix}\gamma_0\\ \gamma_1\\ \mathbf{0}\end{pmatrix} + \boldsymbol{\alpha}\right] \\ &= \begin{pmatrix}\gamma_0\\ \gamma_1\\ \mathbf{0}\end{pmatrix} + (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\boldsymbol{\alpha} \end{aligned} \tag{8}$$

Ist der verwendete Aktienindex risikoeffizient, so sind alle $\alpha_i$ gleich null und die Schätzungen entsprechen im Mittel den tatsächlichen Werten, wobei nur $\gamma_0$ und $\gamma_1$ bedeutsam sind, während alle anderen Variablen keine Rolle spielen und ihre Einflußgewichte dementsprechend im Mittel gleich null sind. Dies entspricht einer linearen Beziehung zwischen den erwarteten Renditen und den Beta-Faktoren. Bei einem ineffizienten Aktienindex hingegen ist der zweite Term auf der rechten Seite von (8) nicht null und es ergeben sich auch für die außer den Beta-Faktoren in das Querschnittsmodell aufgenommenen Variablen im Durchschnitt signifikant von null verschiedene Regressionskoeffizienten. Dementsprechend wird in vielen Fällen bei praktischen Anwendungen die Nullhypothese, daß diese Variablen keinen Einfluß auf die Renditen besitzen, abgelehnt und sie werden als „Anomalien" deklariert.

Eine in ähnlicher Weise unzutreffende Schlußfolgerung kann auftreten, wenn wie von verschiedenen Autoren vorgeschlagen (vgl. stellvertretend BLACK/JENSEN/SCHOLES, 1972, oder FAMA/MACBETH, 1973) die Residualstandardabweichung $\sigma_{iP}$ bzw. eine Schätzung davon als zusätzlicher Regressor in das Modell aufgenommen wird. $\sigma_{iP}$ repräsentiert ein „zusätzliches" Risiko des i-ten Finanztitels, das von $\beta_{iP}$ unabhängig ist. Beispielsweise könnte $\sigma_{iP}$ das unsystematische Risiko des i-ten Finanztitels zum Ausdruck bringen. Derartige Untersuchungen wurden beispielsweise von FRIEND/WESTERFIELD/GRANITO (1978), REINGANUM (1982) und AMIHUD/MENDELSON (1989) durchgeführt. Ferner wird gelegentlich ein quadratischer Term $\beta_{iP}^2$ in den Ansatz aufgenommen, wobei zum Nachweis der Linearität der zugehörige Regressionskoeffizient nicht signifikant von null verschieden sein sollte[8]. Bei diesen „indirekten Tests" (SPREMANN, 1991, S. 478) geht man von einem Querschnittsansatz der Form

$$\overline{R}_i = \gamma_0 + \gamma_1 \beta_{iP} + \gamma_2 \beta_{iP}^2 + \gamma_3 \sigma_{iP} + \varepsilon_i \qquad (9)$$

(i = 1,...,N) aus, wobei in der Praxis für die Größen $\beta_{iP}$, $\beta_{iP}^2$ und $\sigma_{iP}$ wieder zunächst Schätzungen zu ermitteln sind, die dann in (9) eingesetzt werden. Wie im nächsten Abschnitt anhand eines künstlichen Kapitalmarkts demonstriert wird, können sich auch im Modell (9) drastische Verzerrungen ergeben, die zu einer unzutreffenden Beurteilung der Relevanz der Einflußgrößen führen. Auf diese Weise läßt sich möglicherweise erklären, warum in verschiedenen empirischen Studien die quadrierten Beta-Faktoren bzw. die Residualvarianzen als signifikante Bestimmungsfaktoren identifiziert wurden.

## 4. Illustration anhand eines künstlichen Kapitalmarkts

Empirische Studien sind durchwegs auf ex-post-Daten angewiesen, d.h. die empirischen Mittelwerte, Varianzen und Kovarianzen werden auf der Basis von historischen Zeitreihen der Renditen der Wertpapiere ermittelt. Die resultierenden Werte sind aus statistischer Sicht Schätzungen der zugrundeliegenden Grundgesamtheitsparameter. Die Schätzungen sind Realisierungen von Zufallsgrößen und stimmen in aller Regel nicht mit den wahren Parametern überein, sondern enthalten Schätzfehler. Dies wird in der empirischen Kapitalmarktforschung als Schätzrisiko (estimation risk) bezeichnet. Die tatsächlichen ex-ante Parameterwerte bleiben unbekannt. So muß ein ex-post risikoeffizientes Portefeuille nicht ex-ante risikoeffizient sein und umgekehrt. Ändert man den Schätzzeitraum, etwa wenn neue Daten hinzukommen, erhält man neue Schätzungen, auch wenn die tatsächlichen Risikoparameter unverändert geblieben sind. Um diese Schwierigkeiten zu umgehen und die Probleme anschaulicher illustrieren zu können, wird hier ein anderer Weg beschritten. Es wird ein künstlicher Kapitalmarkt simuliert, in dem das CAPM Gültigkeit besitzt. In dieser künstlich geschaffenen Simulationswelt sind alle Grundgesamtheitsparameter bekannt und man kennt auch die ex-ante risikoeffizienten Portefeuilles. Darüber hinaus ist die Risikoeffizienz des Marktportefeuilles und die Linearität zwischen erwarteter Rendite $\mu_i$ und Risikomaß $\beta_{iM}$ gewährleistet. Damit ist sicher, daß weitere Variablen keinerlei Einfluß auf die Renditen der Wertpapiere ausüben.

Bei der Generierung des künstlichen Kapitalmarkts sind der Vektor $\mu$ der erwarteten Renditen, die Kovarianzmatrix $\Omega$ der Renditen, das Marktportefeuille $\mathbf{x}_M$ und der risikolose Zinssatz $r_f$ vorzugeben. Um den künstlichen Markt möglichst realitätsnah zu gestalten, werden bei der Vorgabe der Grundgesamtheitsparameter aktuelle Daten von der Deutschen Finanzdatenbank, Karlsruhe, verwendet. Für N = 141 deutsche Unternehmen wird die empirische Kovarianzmatrix der Wochenrenditen im Zeitraum von Januar 1988 bis Dezember 1991 ermittelt. Die resultierenden Werte werden für die Simulationsstudie als „wahre" Verteilungsparameter unterstellt.

Als Marktportefeuille $\mathbf{x}_M = (x_{1M}, \ldots, x_{NM})'$, wobei $x_{iM}$ die Gewichtungsanteile der Unternehmen repräsentieren, wird ein marktgewichtetes Portefeuille gewählt. Dabei werden die Gewichtungsanteile $x_{iM}$ entsrechend dem Grundkapital der Unternehmen festgelegt[9]. Das Grundkapital wird jeweils dividiert durch die Summe aller 141 Grundkapitalbeträge, so daß die Summe der Gewichtsanteile Eins ergibt. Dann werden „erwartete Gleichgewichtsrenditen" ermittelt, so daß das Marktportefeuille risikoeffizient ist, denn im Kapitalmarktgleichgewicht muß das Marktportefeuille risikoeffizient sein (ROLL, 1977). Ein risikoeffizientes ($\mu$-$\sigma$-effizientes) Portefeuille $\mathbf{x}_e$ ist die Lösung des folgenden quadratischen Optimierungsproblems (vgl. z.B. HUANG/LITZENBERGER, 1988, Kap.3):

$$\sigma^2(\mathbf{x}) = \mathbf{x}'\Omega\, \mathbf{x} \rightarrow \text{Min.}$$

unter der Nebenbedingung (Ertragsrestriktion)

$$\sum_{i=1}^{N} x_i \mu_i + \left(1 - \sum_{i=1}^{N} x_i\right) r_f = \mu_e .$$

Dabei ist $\mu_e$ der gewünschte Ertrag.

**Abbildung 1: Erwartete Renditen und Marktportefeuille-Betas der 141 Unternehmen (Kapitalmarktgleichgewicht)**

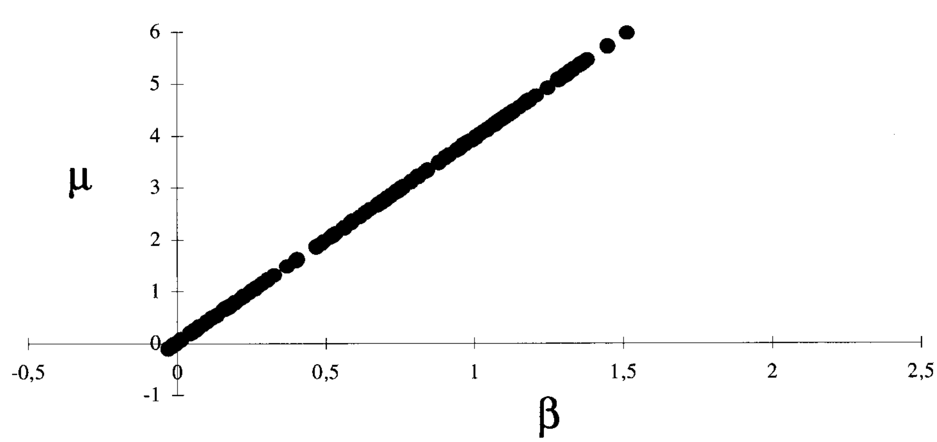


**Abbildung 2a: Relation zwischen erwarteten Renditen und DAX-Betas**

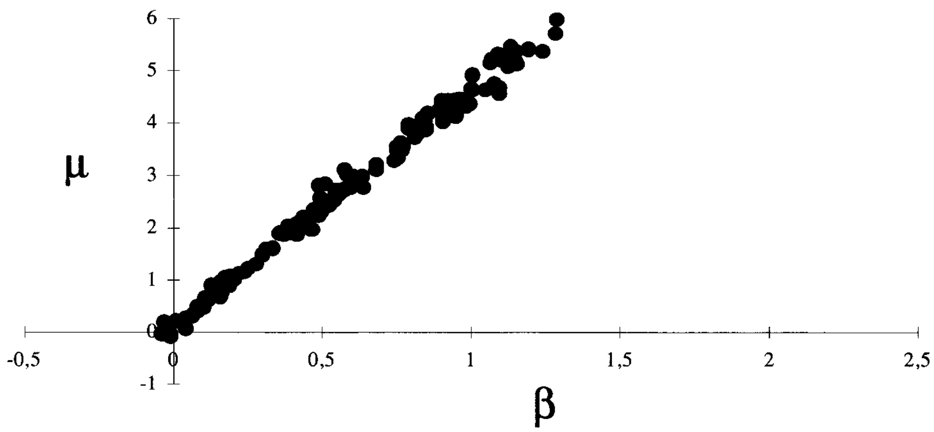
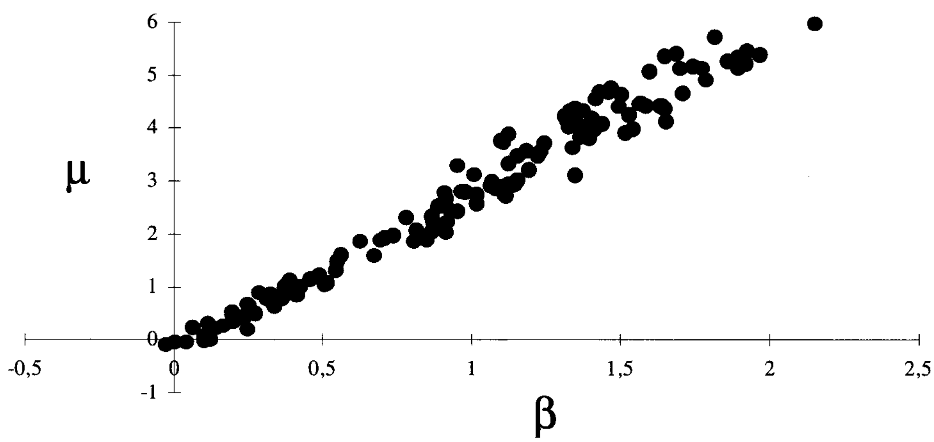



**Abbildung 2b: Relation zwischen erwarteten Renditen und Portefeuille P1-Betas**




$$1-\sum_{i=1}^{N} x_i$$

ist der Anteil am Budget eines Investors, der in der sicheren Lage angelegt wird

$$\left(1-\sum_{i} x_i > 0\right)$$

bzw. mit dem zum Zinssatz $r_f$ Geld aufgenommen wird

$$\left(1-\sum_{i} x_i < 0\right).$$

Bildet man die Lagrange-Funktion und leitet diese nach $\mathbf{x}$ ab, erhält man durch Nullsetzen dieser Ableitung eine notwendige Bedingung für risikoeffiziente Portefeuilles. Soll das Marktportefeuille $\mathbf{x}_M$ risikoeffizient sein, muß $\mathbf{x}_M$ diese Bedingung erfüllen. Man erhält auf diese Weise folgende Bestimmungsgleichung für die erwarteten Gleichgewichtsrenditen:

$$2\,\Omega\,x_M = \lambda_M(\mu - r_f\mathbf{1}).$$

Dabei ist **1** ein N-dimensionaler Einsenvektor. Durch die Gleichung ist die Struktur der erwarteten Gleichgewichtsrenditen determiniert, die Renditen selbst sind nur bis auf einen multiplikativen Faktor eindeutig festgelegt. Im vorliegenden Kapitalmarkt wird dieser Faktor so festgelegt, daß die wöchentliche erwartete Überschußrendite des Marktes $\mu_M - r_f = 3{,}93$ Promille ($\approx 20{,}4$ % p.a.) beträgt. Die maximale erwartete Einzelrendite eines Unternehmens beträgt ca. 31 % p.a. Der risikolose Zinssatz wird mit $r_f = 0{,}577$ Promille ($\hat{=}\,3$ % p.a.) festgelegt.

Die sich für den hier erzeugten künstlichen Kapitalmarkt ergebende lineare Beziehung zwischen erwarteter Rendite und Risikomaß ist in Abbildung 1 veranschaulicht.

Als Indexportefeuilles werden der DAX sowie ein gleichgewichtetes Portefeuille P1 aus allen 141 Unternehmen verwendet. In dem hier erzeugten Kapitalmarkt sind die beiden Indexportefeuilles nicht risikoeffizient. Die Korrelationen sind sehr hoch, die des DAX mit dem Marktportefeuille beträgt 0,98, die von P1 0,95. Die Beziehungen zwischen den erwarteten Renditen und den in bezug auf die beiden Indexportefeuilles berechneten Betas sind in den Abbildungen 2a und 2b veranschaulicht.

In Abbildung 3 sind die Effizienzlinie des generierten Kapitalmarkts im μ-σ-Koordinatensystem sowie die Positionen des Marktportefeuilles, des DAX und des Proxy-Portefeuilles P1 abgebildet (alle Angaben in Promille).

Die Volatilität des DAX beträgt 27,09 Promille (pro Woche). Auf das Jahr übertragen entspricht dies 19,54 %. Die entsprechenden Werte für P1 sind 17,8 Promille (pro Woche) bzw. 12,84 % (pro Jahr). Sowohl das DAX-Portefeuille als auch das gleichgewichtete Portefeuille, das sämtliche Wertpapiere des Kapitalmarkts enthält, liegen sehr nahe an der Effizienzlinie.

Als erstes Modell wird Ansatz (6) untersucht, bei dem der Beta-Faktor der einzige Einflußfaktor auf die Wertpapierrenditen ist. Dies entspricht einem „direkten“ empirischen Test des CAPM (SPREMANN, 1991, S. 477). Tabelle 1 enthält sowohl für den DAX als auch für das gleichgewichtete Proxy-Portefeuille P1 neben den wahren Werten der Regressionskoeffizienten die Erwartungswerte der Kleinst-Quadrate-Schätzungen der Querschnittsregression.

**Abbildung 3: Effizienzlinie und Positionen von Marktportefeuille, DAX und Proxy-Portefeuille P1**

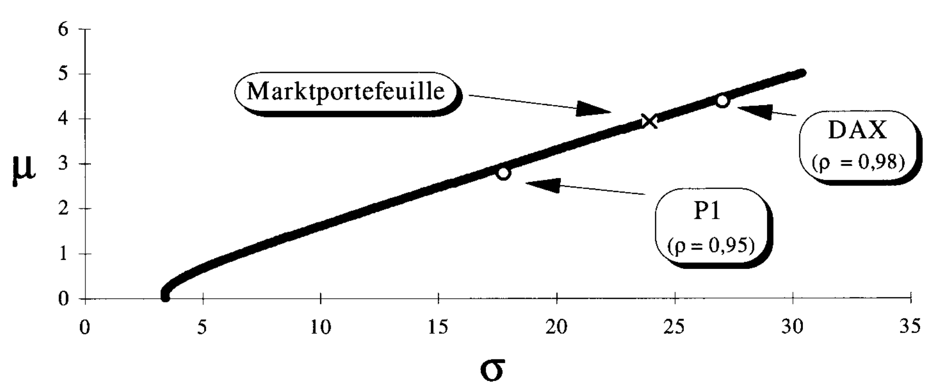


**Tabelle 1: Wahre Koeffizienten und Erwartungswerte in der Querschnittsregression mit $\beta_{iP}$ als Regressoren**

| | $r_f$ | $\beta_{iP}$ |
|---|---|---|
| **DAX** | $\gamma_0$ | $\gamma_1$ |
| Wahre Koeffizienten | 0,577 | 4,36226 |
| Erwartungswerte | 0,70426 | 4,46114 |
| **P1** | $\gamma_0$ | $\gamma_1$ |
| Wahre Koeffizienten | 0,577 | 2,77892 |
| Erwartungswerte | 0,3503 | 3,00562 |

Tabelle 1 macht deutlich, daß sich erhebliche Verzerrungen ergeben können. Man sieht, daß je nach verwendetem Proxy-Portefeuille sowohl ein negativer als auch ein positiver Bias auftreten kann. Da die Überrendite $\mu_P - r_f$ des Indexportefeuilles in der Realität nicht bekannt ist, kann allenfalls bezüglich $\gamma_0$ eine Hypothese formuliert werden. Die Schätzungen $\hat{\gamma}_0$ sind jedoch stark verzerrt und auf diesen Schätzungen basierende Tests, häufig in Verbindung mit inkorrekten Varianzschätzungen, führen zwangsläufig zu Fehlschlüssen und unzutreffenden Interpretationen. Dies zeigt sich auch in den durchgeführten Simula-tionsstudien[10]. Dabei werden 1000 Stichproben mit jeweils T = 208 (wöchentlichen) Renditevektoren im oben beschriebenen Kapitalmarkt erzeugt. In dieser künstlichen Welt gilt nachweislich eine lineare Beziehung zwischen erwarteten Renditen und Betas (vergleiche Abbildung 1) und die Nullhypothese $H_0: \gamma_0 = r_f$ trifft zu. Dennoch ergibt sich in der überwiegenden Zahl der Fälle eine (irrtümliche) Ablehnung dieser Hypothese. Darüber hinaus ist in diesem Zusammenhang zu beachten, daß bei praktischen Studien die Beta-Faktoren unbekannt sind und aus Zeitreihendaten geschätzt werden müssen. Daraus resultieren zusätzliche Verzerrungen (Meßfehler- bzw. Fehler-in-den-Variablen-Problem) und die Hypothesenprüfung wird noch mehr erschwert.

Zur weiteren Verdeutlichung des „Ineffizienz-Bias" wird nun ein zusätzlicher potentieller Bestimmungsfaktor in den Ansatz aufgenommen. Stellvertretend für die vielen in der Literatur vorgeschlagenen und getesteten unternehmensspezifischen Variablen wird die Unternehmensgröße ausgewählt. Dabei wird für jedes der 141 Unternehmen der Kurs der Aktie mit der Anzahl der jeweiligen Aktien multipliziert.

Man erhält das Querschnittsmodell

$$\overline{R}_i = \gamma_0 + \gamma_1 \beta_{iP} + \gamma_2 \, Size_i + \varepsilon_i \qquad (10)$$

In Tabelle 2 sind wieder die tatsächlichen Werte der Regressionskoeffizienten und die sich nach Beziehung (8) ergebenden Erwartungswerte der Schätzungen gegenübergestellt.

Aus Tabelle 2 wird ersichtlich, daß der Bias bei der Schätzung des Einflusses des zusätzlich in den Querschnittsansatz aufgenommenen potentiellen Risikofaktors je nach verwendeter Proxy sogar das Vorzeichen wechseln kann. Simulationsstudien zeigen auch hier, daß in nahezu allen Stichproben die Unternehmensgröße als signifikant deklariert wird, obwohl im vorliegenden Kapitalmarkt andere Variablen als der Beta-Faktor nachweislich keinen Einfluß auf die Renditen haben. Somit könnten Schlußfolgerungen in der Literatur wie „Thus, one can conclude with confidence that the small firm effect is still a significant economic and empirical anomaly" (REINGANUM, 1982, S. 35) möglicherweise auch nur Konsequenzen des „Ineffizienz-Bias" sein[11].

**Tabelle 2: Wahre Koeffizienten und Erwartungswerte in der Querschnittsregression mit $\beta_{iP}$ und der Unternehmensgröße ($size_i$) als Regressoren**

| | $r_f$ | $\beta_{iP}$ | $size_i$ |
|---|---|---|---|
| **DAX** | $\gamma_0$ | $\gamma_1$ | $\gamma_2$ |
| Wahre Koeffizienten | 0,577 | 4,36226 | 0 |
| Erwartungswerte | 0,69342 | 4,52794 | -1,4406 |
| **P1** | $\gamma_0$ | $\gamma_1$ | $\gamma_2$ |
| Wahre Koeffizienten | 0,577 | 2,77892 | 0 |
| Erwartungswerte | 0,34977 | 2,95091 | 2,7571 |

objective of the paper is to complete the following set of papers: CHESNEY, GIBSON and LOUBERGÉ (1993), Adjaouté (1993) and SABBATINI (1994) which tested CEV, stochastic volatility and GARCH models' performance on the Swiss market index and stocks written options.
Some empirical studies have detected significant jumps in the returns of several financial assets. BALL and TOROUS (1983) detected significant jumps in the returns of US Stocks. JORION (1988) and POWELL (1989) found significant jumps in exchange rates and crude oil futures returns. This paper will first estimate the different parameters needed to characterize a jump-diffusion distribution, in order to test if there are significant jumps in the returns of Swiss stocks and of the Swiss Market Index. The estimations will be realized on long periods (14 and 5 years), but also on one year periods. These estimations have also the objective to detect the impact of well known jumps: the 1987 and 1989 Crashes and the "Nestle effect" in 1988. It will be shown that these events have a strong impact on the estimated parameters and that they are significant.
MERTON's hypothesis on the fact that jump risk is diversifiable is also tested by estimating the correlation between jumps in the market returns and jumps in individual stock returns. A strong correlation is obtained between these jumps. The estimations are then used to test the performance of MERTON's model and to compare it to the BLACK and SCHOLES model on the Swiss options market. The differences between the three models are small, confirming the results obtained by BALL and TOROUS (1985). A more detailed simulation based comparison of the MERTON and BLACK-SCHOLES models is also proposed to test the influence of some parameters on the differences between both formulas. This allows us to see in which situation a jump-diffusion option valuation model could significantly improve the results obtained with the BLACK-SCHOLES formula.
The paper is organized as follows: section 2 presents the mixed jump-diffusion process which will be used. The results of parameter estimations are presented in section 3 and the correlations between jumps in the stock and index returns are computed in section 4. Section 5 presents the empirical results obtained with these models. Comparisons are made in section 6, before the main summary of the results. The pricing models used are briefly presented in an appendix.

## 2. The dynamics of stock returns

To determine the price of any contingent claim, we first have to know how the price of the underlying security will change in the future. If we are able to describe this evolution, financial modelling based on the no arbitrage argument and mathematics will more or less easily give us the price of the contingent claim. The most classical and known process is the one proposed by BLACK and SCHOLES: the geometric brownian motion. It is given in the following form:

$$dS/S=\mu dt + \sigma dz \qquad (1)$$

S: price of the underlying
$\mu$: expected instantaneous return on the underlying.
$\sigma$: standard deviation of the instantaneous returns.
dz: standard Wiener process.

This process, when used to characterize a financial security's return, is subject to several critics about two main assumptions:

1. The expected return and the standard deviation of returns are constant.
2. The dynamic of returns follows a continuous sample path.

The object of this paper is to verify this second hypothesis, which is not convincing because we can observe some exceptional events in the financial markets. These events are characterized by extra high or low returns, which cannot be integrated in a continuous path. The October 1987 Crash is a classical example of what can happen to

## Anhang:
## Ableitung der „Ineffizienz-Verzerrung" (7)

Faßt man den Einsenvektor $\mathbf{1} = (1,..,1)'$ und den Vektor der Beta-Faktoren $\boldsymbol{\beta}_P = (\beta_{1P}, \ldots, \beta_{NP})'$ zur Regressionsmatrix $\mathbf{X} = (\mathbf{1}\,\boldsymbol{\beta}_P)$ zusammen, bezeichnet den Vektor der Regressionskoeffizienten $(\gamma_0\,\gamma_1)'$ aus Modell (6) mit $\gamma$ und den Vektor $(\overline{R}_1,\ldots,\overline{R}_N)'$ der Durchschnittsrenditen mit $\overline{\mathbf{R}}$, ergibt sich die OLS-Schätzung aus der bekannten Formel

$$\hat{\gamma} = (\mathbf{X'X})^{-1}\mathbf{X'}\overline{\mathbf{R}}.$$

Liegt nun aber in Wahrheit Modell (4) bzw. (5) mit unternehmensspezifischen Regressionskonstanten zugrunde, folgt für den Erwartungswert dieser Schätzungen

$$\begin{aligned} E(\hat{\gamma}) &= (\mathbf{X'X})^{-1}\mathbf{X'}E(\overline{\mathbf{R}}) \\ &= (\mathbf{X'X})^{-1}\mathbf{X'}[\mathbf{X}\gamma + \alpha] \\ &= \gamma + (\mathbf{X'X})^{-1}\mathbf{X'}\alpha \end{aligned}$$

mit dem Vektor $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_1, \ldots, \alpha_N)'$. Man sieht, daß lediglich für $\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{0}$ die Schätzungen $\hat{\gamma}$ erwartungstreu sind, bei einer ineffizienten Benchmark ergibt sich eine Verzerrung. Man errechnet

$$\mathbf{X'}\alpha = \begin{pmatrix} \sum \alpha_i \\ \sum \beta_{iP}\alpha_i \end{pmatrix} \quad \text{und}$$

$$(\mathbf{X'X})^{-1} = \frac{\begin{pmatrix} \sum \beta_{iP}^2 & -\sum \beta_{iP} \\ -\sum \beta_{iP} & N \end{pmatrix}}{N\sum \beta_{iP}^2 - (\sum \beta_{iP})^2}.$$

Daraus ergibt sich

$$(\mathbf{X'X})^{-1}\mathbf{X'}\alpha = \frac{\begin{pmatrix} \overline{\alpha}\sum \beta_{iP}^2 - \overline{\beta}_P \sum \beta_{iP}\alpha_i \\ \sum \beta_{iP}\alpha_i - \overline{\beta}_P \sum \alpha_i \end{pmatrix}}{\sum (\beta_{iP} - \overline{\beta}_P)^2}$$

und nach einigen Umformungen die in (7) zum Ausdruck gebrachte Verzerrung.

**Fussnoten**

[1] vgl. REINGANUM (1981), CHAN/CHEN/HSIEH (1985), JAFE/KEIM/WESTERFIELD (1989), HANDA/KOTHARI/WASLEY (1989), AMIHUD/MENDELSON (1989), CHAN/CHEN (1991) oder BEIKER (1993).

[2] vgl. BASU (1977), JAFFE/KEIM/WESTERFIELD (1989) oder LEVIS (1989).

[3] vgl. z.B. FAMA/FRENCH (1992, 1993).

[4] AMIHUD/MENDELSON (1989) stellen einen positiven Zusammenhang zwischen Renditen und dem Bid-Ask-Spread fest, können gleichzeitig aber keine Einflüsse des Residualrisikos und der Unternehmensgröße nachweisen.

[5] LITZENBERGER/RAMASWAMY (1979) haben erstmals auf diesen Effekt hingewiesen, man vergleiche hierzu auch CHAN/CHEN (1991).

[6] Für einen Überblick über Kalenderzeiteffekte siehe REINGANUM (1990).

[7] vgl. z.B. DE BONDT/THALER (1985).

[8] vgl. auch zu solchen Untersuchungen BLUME/FRIEND (1973) oder GUY (1977) für den deutschen Kapitalmarkt.

[9] In anderen Simulationsstudien wurde statt dem Grundkapital der Marktwert (zu einem bestimmten Zeitpunkt) eingesetzt und auf diese Weise mit einem marktwertgewichteten Marktportefeuille gearbeitet. Die Resultate unterscheiden sich nur unwesentlich.

[10] Man vergleiche HAMERLE/RÖSCH (1996b).

[11] Dies kann auch für Untersuchungen gelten, bei denen die Signifikanz des „Size-Effekts“ davon abhängig ist, ob jährliche oder monatliche Beta-Faktoren in das Modell mit einbezogen werden (vgl. HANDA/KOTHARI/WASLEY, 1989).

[12] Dieser Effekt zeigt sich auch in der Literatur, wenngleich (natürlich) die Erklärungen von den hier vorgetragenen differieren (vgl. AMIHUD/MENDELSON, 1989).

**Literatur**


AMIHUD, Y. and H. MENDELSON (1989): “The Effects of Beta, Bid-Ask-Spread, Residual Risk, and Size on Stock Returns”, Journal of Finance 44, pp. 479–486.

BANZ, R. W. (1981): “The Relationship between Return and Market Value of Common Stocks”, Journal of Financial Economics 9, pp. 3–18.

BASU, S. (1977): “Investment Performance of Common Stocks in Relation to their Price-Earnings Ratios: A Test of the Efficient Market Hypothesis”, Journal of Finance 32, pp. 663–682.

BEIKER, H. (1993): “Überrenditen und Risiken kleiner Aktiengesellschaften – Eine theoretische und empirische Analyse des Deutschen Kapitalmarktes von 1966 bis 1989”, Köln.

BLACK, F., M. C. JENSEN and M. SCHOLES (1972): ”The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests”, in: Jensen, M. C.: Studies in the Theory of Capital Markets, pp. 79–121, New York u.a.: Praeger Publishers.

BLUME, M. E. and I. FRIEND (1973): “A New Look at the Capital Asset Pricing Model”, Journal of Finance 28, pp. 19–33.

CHAN, K. C. and N.-F. CHEN (1991): ”Structural and Return Characteristics of Small and Large Firms”, Journal of Finance 46, pp. 1467–1484.

CHAN, K. C., N.-F. CHEN and D. A. HSIEH (1985): ”An Exploratory Investigation of the Firm Size Effect”, Journal of Financial Economics 14, pp. 451–471.

DE BONDT, W. F. M. and R. H. THALER (1985): “Does the Stock Market Overreact?”, Journal of Finance 40, pp. 793–805.

DOUGLAS, G. W. (1969): ”Risk in the Equity Markets: An Empirical Appraisal of Market Efficiency”, Yale Economic Essays 9, pp. 3–45.

FAMA, E. F. and J. D. MACBETH (1973): ”Risk, Return, and Equilibrium: Empirical Tests”, Journal of Political Economy 81, pp. 607–636.

FAMA, E. F. and K. R. FRENCH (1992): ”The Cross-section of Expected Stock Returns”, Journal of Finance 67, pp. 427–465.

FAMA, E. F. and K. R. FRENCH (1993): ”Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds”, Journal of Financial Economics 33, pp. 3–56.

FRANTZMANN, H. J. (1989): “Saisonalitäten und Bewertung am deutschen Aktien- und Rentenmarkt”, Frankfurt.

FRIEND, I., R. WESTERFIELD and M. GRANITO (1978): “New Evidence on the Capital Asset Pricing Model”, Journal of Finance 33, pp. 903–920.

GUY, J. R. F. (1977): “The Behaviour of Equity Securities on the German Stock Exchange”, Journal of Banking and Finance 1, pp. 71–93.

HAMERLE, A. and D. RÖSCH (1996a): "Empirische Rendite-Risiko-Beziehung in der Kapitalmarktforschung: Meßfehlerproblem und Vergleich von OLS- und GLS-Schätzung", Allgemeines Statistisches Archiv 80 (im Druck).

HAMERLE, A. and D. RÖSCH (1996b): "Ineffiziente Benchmarks und Identifikation der Bestimmungsfaktoren von Wertpapierrenditen", Allgemeines Statistisches Archiv 80 (im Druck).

HANDA, P., S. P. KOTHARI and C. WASLEY (1989): "The Relation between the Return Intervals and Betas, Implications for the Size Effect", Journal of Financial Economics 23, pp. 79–100.

HUANG, Ch. and R. H. LITZENBERGER (1988): "Foundations for Financial Economics", Englewood Cliffs, N.J.: Prentice Hall.

JACOBS, B. I. and K. N. LEVY (1988): "Disentangling Equity Return Regularities: New Insights and Investment Opportunities", Financial Analysts Journal 44, pp. 18–43.

JAFFE, J., D. B. KEIM and R. WESTERFIELD (1989): "Earnings Yields, Market Values and Stock Returns", Journal of Finance 44, pp. 135–148.

KANDEL, S. and F. STAMBAUGH (1995): "Portfolio Inefficiency and the Cross-section of Expected Returns", Journal of Finance 50, pp. 157–184.

LAKONISHOK, J. and A. C. SHAPIRO (1986): "Systematic Risk, Total Risk and Size as Determinants of Stock Market Returns", Journal of Banking and Finance 10, pp. 115–132.

LEVIS, M. (1989): "Stock Market Anomalies: A Re-Assessment based on the UK Evidence", Journal of Banking and Finance 13, pp. 675–696.

LINTNER, J. (1965): "The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets", The Review of Economics and Statistics 47, pp. 13–37.

LITZENBERGER, R. H. and K. RAMASWAMY (1979): "The Effect of Personal Taxes and Dividends on Capital Asset Prices – Theory and Empirical Evidence", Journal of Financial Economics 7, pp. 163–195.

MILLER, M. H. and M. SCHOLES (1972): "Rates of Return in Relation to Risk: A Re-examination of Some Recent Findings", in: Jensen, M. C.: Studies in the Theory of Capital Markets, pp. 47–78, New York u.a.: Praeger Publishers.

REICHLING, P. (1995): "Warum ist die Wertpapierkennlinie zu flach?", Finanzmarkt und Portfolio Management 9, pp. 96–110.

REINGANUM, M. E. (1981): "Misspecification of Capital Asset Pricing: Empirical Anomalies Based on Earnings' Yields and Market Values", Journal of Finance 9, pp. 19–46.

REINGANUM, M. E. (1982): "A Direct Test of Roll's Conjecture on the Firm Size Effect", Journal of Finance 37, pp. 27–35.

REINGANUM, M. E. (1990): "The Collapse of the efficient-market hypothesis, Current Topics in Investment Management", Grand Rapids, pp. 33–47.

ROLL, R. (1977): "A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests Part I: On Past and Potential Testability of the Theory", Journal of Financial Economics 4, pp. 129–176.

ROLL, R. and S. A. ROSS (1994): "On the Cross-sectional Relation between Expected Returns and Betas", Journal of Finance 49, pp. 101–121.

SHANKEN, J. (1992): "On the Estimation of Beta Pricing Models", Review of Financial Studies 5, pp. 1–33.

SPREMANN, K. (1991): "Investition und Finanzierung", 4. Aufl., München u.a.: Oldenbourg.