

# Ein "Asset Liability"-Ansatz für Pensionskassen

## 1. Einleitung

In der Vermögensverwaltung ist die Anwendung des MARKOWITZ-Ansatzes (1952) heute weit verbreitet. Typischerweise unterscheidet man dabei zwischen der strategischen und der taktischen "Asset Allocation". Bei der strategischen "Asset Allocation" wird durch die Festlegung eines "Benchmarks" die Grobstruktur eines Portfolios über einige Jahre festgelegt. Die taktische "Asset Allocation" befasst sich mit der Fragestellung, wie aktuelle Besonderheiten auf dem Kapitalmarkt in kurzfristige Abweichungen vom "Benchmark"-Portfolio umzusetzen sind. Heute wird bei der taktischen "Asset Allocation" normalerweise die MARKOWITZ-Methode in Verbindung mit einem Faktormodell eingesetzt. (vgl. BECKERS/CUMMINS/WOODS (1993)). Für die strategische "Asset Allocation" stehen im Prinzip die Resultate des "Capital Asset Pricing"-Modells (CAPM, siehe SHARPE (1964), LINTNER (1965)) und des "International Capital Asset Pricing"-Modells (ICAPM, siehe z. B. SOLNIK (1974), BLACK (1990)) zur Verfügung. Gemäss dem CAPM sollte eine Kombination von Marktportfolio und risikofreier Anla-

ge als Benchmark gewählt werden, während gemäss ICAPM das gegen Währungsschwankungen abgesicherte Weltmarktportfolio mit einem Währungsportfolio und der risikofreien Anlage kombiniert werden sollte. Bei der Bestimmung von "Benchmark"-Portfolios für europäische institutionelle Anleger ist eine solche Vorgehensweise eher fragwürdig. Die einheimischen Kapitalmärkte sind zu klein um eine approximative Anwendung des gewöhnlichen CAPM zu rechtfertigen. Andererseits ist der Einsatz des ICAPM wegen der beschränkten Integration der internationalen Kapitalmärkte problematisch. Aus diesen Gründen wird das MARKOWITZ-Modell häufig auch für die strategische "Asset Allocation" benützt. Die Erwartungswerte der einzelnen Renditen werden in der Regel in Übereinstimmung mit den langfristig gültigen Risikoprämien angesetzt. Der Grund, dass ein solches Vorgehen nicht immer zu einem überzeugenden "Benchmark"-Portfolio führt, liegt unter anderem darin, dass die Verbindlichkeitsstruktur ("liabilities") des Investors nicht (oder nur rudimentär) in die Analyse einbezogen wird. Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der strategischen "Asset Allocation" für institutionelle Anleger und insbesondere für schweizerische Pensionskassen. In Abschnitt 2 wird auf die wenig überzeugenden Resultate des gewöhnlichen MARKOWITZ-Ansatzes eingegangen. Anschliessend in Abschnitt 3 wird ein "Asset Liability"-Modell präsentiert. Dabei wird anhand empirischer Ergebnisse illustriert,

\* Wir sind Herrn Renato Staub für die Überprüfung der Resultate zu grossem Dank verpflichtet. Sehr hilfreich waren auch die Hinweise eines anonymen Gutachters. José Antonio Blanco, Schweizerische Bankgesellschaft, Zürich, Tel.: 01/235 48 40, Fax: 01/235 59 09.

wie sich langfristige und/oder reale Verbindlichkeitsstrukturen auf die Wahl des "Benchmark"-Portfolios auswirken. Zum Schluss in Abschnitt 4 werden die besonderen strukturellen Eigenschaften des "Asset Liability"-Modells diskutiert.

**2. Probleme mit dem gewöhnlichen MARKOWITZ-Ansatz bei der strategischen "Asset Allocation"**

Beim gewöhnlichen MARKOWITZ-Ansatz resultiert das optimale Portfolio  $\underline{x}^* = (x_1^*, \dots, x_n^*)$  als Lösung von

$$\max_{x_1, \dots, x_n} \left\{ E(\tilde{R}_{\underline{x}}) - \frac{1}{\tau} \text{Var}(\tilde{R}_{\underline{x}}) \right\}$$

unter der Nebenbedingung (1)

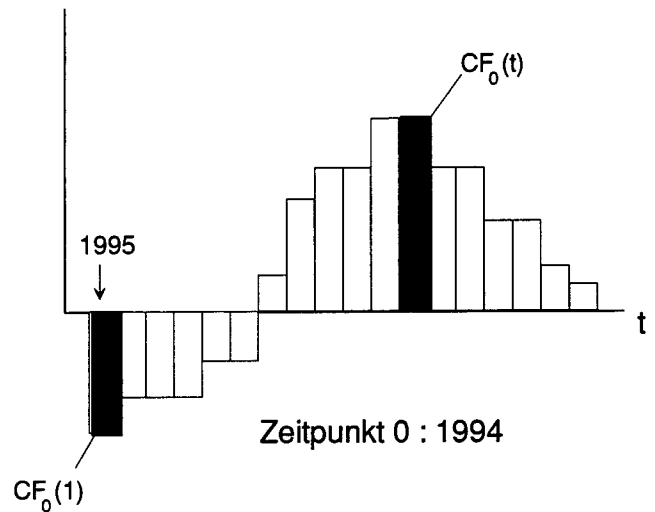
$$\sum_{i=1}^n x_i = 1.$$

Dabei ist die Risikotoleranz  $\tau$  entsprechend den Präferenzen des Investors anzusetzen und  $\tilde{R}_{\underline{x}}$  stellt die stochastische Gesamrendite des Portfolios  $\underline{x}$  dar. Bei der praktischen Anwendung wird die Kovarianzmatrix  $V = (V_{ij})_{i,j=1, \dots, n}$  typischerweise aufgrund von Monats- oder gelegentlich Quartalsdaten geschätzt. Die Erwartungswerte  $\mu_i$  der Einzelrendi-

**Tabelle 1: Renditen und Portefeuillegewichte**

Anlage	$\mu_i$	$x_i^*$
CH-Cash	4 (%)	46.0 (%)
CH-Bond	4.5	10.0
CH-Equities	9	5.5
Euro Bonds	5.5	7.5
Euro Equities	9.5	23.5
US-Bonds	6.5	-
US-Equities	9.5	-
Japan Bonds	6	4.5
Japan Equities	9.5	3.0

**Abbildung 1: Verbindlichkeitsstruktur im Zeitpunkt 0**



ten werden mit Hilfe von Gleichgewichtsmodellen ermittelt oder entsprechend den in der sehr langen Frist beobachteten Risikoprämien angesetzt. Dieses Vorgehen wurde im nachfolgenden Beispiel angewandt. Zur Schätzung der Kovarianzmatrix wurden dabei Quartalsdaten 1980-93 verwendet. Bei einer Risikotoleranz  $\tau = 0.40$  und unter Ausschluss von negativen Portefeuillegewichten resultiert das optimale Portfolio  $\underline{x}^*$  mit  $E(\tilde{R}_{\underline{x}^*}) = 6.0\%$  und  $\sigma(\tilde{R}_{\underline{x}^*}) = 6.3\%$ .

Das Portfolio  $\underline{x}^*$  eignet sich allein schon infolge des hohen Geldmarktanteils (46.0%) kaum für institutionelle Anleger mit langfristigen Verbindlichkeitsstrukturen. Um solche unbefriedigenden Ergebnisse zu vermeiden, wird im nächsten Abschnitt die Verbindlichkeitsstruktur des Investors in die Optimierung miteinbezogen.

**3. Eigenschaften eines "Asset Liability"-Modells**

**3.1 "Assets" und "Liabilities"**

"Liabilities"

Die Verbindlichkeitsstruktur einer Pensionskasse lässt sich durch Schätzungen für die zukünftigen

Netto-"Cash Flows" (Leistungen minus Beiträge)  $CF_0(t), t = 1, 2, \dots$  darstellen. Abbildung 1 illustriert eine solche Verbindlichkeitsstruktur, wie sie in einem Zeitpunkt 0 (z. B. 1994) aussehen kann.

Um diese Verbindlichkeiten abzudecken, ist das prospektive Deckungskapital

$$L_0 = \sum_{t=1,2,\dots} p(0,t)CF_0(t)$$

erforderlich. Dabei stellt  $p(0,t)$  den Barwert eines im Zeitpunkt  $t$  verfügbaren Frankens dar (z. B.  $p(0,5) = 1.04^{-5} = 0.822$ ).

Überprüft man die Verbindlichkeitsstruktur im Zeitpunkt 1 (z. B. 1995), so werden infolge versicherungstechnischer Ereignisse, nicht antizipierter Inflation, etc. Abweichungen von den ursprünglich geschätzten "Cash Flows" auftreten. Aufgrund der neuen "Cash Flow"-Schätzungen  $CF_1(t), t = 1, 2, \dots$  (vgl. Abbildung 2) lässt sich der neue Barwert

$$L_1 = \sum_{t=1,2,\dots} p(1,t)CF_1(t)$$

ermitteln. Dementsprechend stellt  $R_L = \frac{L_1 - L_0}{L_0}$

die "Liability"-Wachstumsrate dar. Typischerweise werden nicht antizipierte Inflation, Reallohnwachstum, Zinssatzänderungen, sowie versiche-

rungstechnische Ereignisse die "Liability"-Wachstumsrate beeinflussen.

"Assets"

Als "Asset"-Klassen  $i=1,\dots,n$  mit Renditen  $R_i$  stehen typischerweise der Geldmarkt, in- und ausländische Bond-Indices, sowie die entsprechenden Aktien-Indices, etc. zur Verfügung. Wird der Wert aller Aktiven im Zeitpunkt 0 mit  $A_0$  bezeichnet, so ergibt sich für den entsprechenden Wert im Zeitpunkt 1

$$A_1 = A_0 \left( 1 + \sum_{i=1}^n x_i R_i \right)$$

Dabei stellt  $\underline{x} = (x_1, \dots, x_n), \sum_{i=1}^n x_i = 1$  das Anlageportefeuille dar. Die Anlagerendite beträgt somit

$$R_{\underline{x}} = \frac{A_1 - A_0}{A_0} = \sum_{i=1}^n x_i R_i$$

### 3.2. "Asset Liability"-Modell

Der "Surplus" im Zeitpunkt 0 beträgt  $S_0 = A_0 - L_0$ . Bei der Wahl eines Anlageportefeuilles  $\underline{x}$  resultiert daraus im Zeitpunkt 1 ein stochastischer "Surplus"  $S_1 = A_0(1 + R_{\underline{x}}) - L_0(1 + R_L)$ .

Betrachtet man in Analogie zu Sharpe/Tint (1990) die "Asset Liability"-Rendite

$$R_{AL}(\underline{x}) = \frac{S_1 - S_0}{A_0}$$

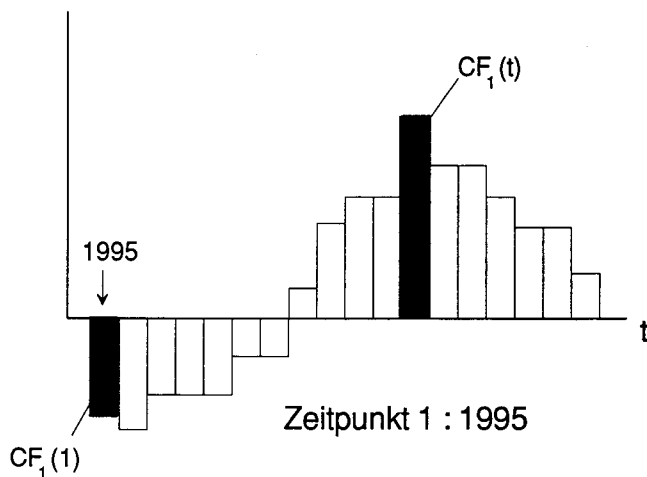
so gilt

$$R_{AL}(\underline{x}) = R_{\underline{x}} - \frac{1}{f_0} R_L \quad [1],$$

wobei  $f_0 = A_0/L_0$  den Deckungsgrad darstellt.

Durch Anwendung des gewöhnlichen MARKOWITZ-Ansatzes auf die "Asset Liability"-Rendite  $R_{AL}(\underline{x})$  gelangt man zum "Asset Liability"-Modell. Dementsprechend ist ein möglichst hoher Erwar-

Abbildung 2: Verbindlichkeitsstruktur im Zeitpunkt 1



tungswert und eine möglichst geringe Varianz der "Asset Liability"-Rendite zu erzielen. Diese beiden Kriterien werden aufgrund der Risikotoleranz  $\tau$  des Investors gewichtet und das optimale Portefeuille  $\underline{x}^* = (x_1^*, \dots, x_n^*)$  resultiert als Lösung des Optimierungsproblems

$$\max_{x_1, \dots, x_n} \left\{ E[R_{AL}(\underline{x})] - \frac{1}{\tau} \text{Var}[R_{AL}(\underline{x})] \right\}$$

unter der Nebenbedingung

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1 \quad (\text{OAL})$$

Es gilt

$$E[R_{AL}(\underline{x})] - \frac{1}{\tau} \text{Var}[R_{AL}(\underline{x})] =$$

$$E(R_{\underline{x}}) - \frac{1}{f_0} E(R_L) - \frac{1}{\tau} \left[ \text{Var}(R_{\underline{x}}) - \frac{2}{f_0} \text{Cov}(R_{\underline{x}}, R_L) + \frac{1}{f_0^2} \text{Var}(R_L) \right]$$

Beim 2. und 5. Term der rechten Seite handelt es sich lediglich um Konstante, welche die Optimierung nicht beeinflussen. Somit lässt sich das Optimierungsproblem (OAL) umformen in

$$\max_{x_1, \dots, x_n} \left\{ E(R_{\underline{x}}) - \frac{1}{\tau} \left[ \text{Var}(R_{\underline{x}}) - \frac{2}{f_0} \text{Cov}(R_{\underline{x}}, R_L) \right] \right\}$$

unter der Nebenbedingung

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1. \quad (\text{O'AL})$$

Aus dieser Darstellung geht insbesondere hervor, dass nur die Kovarianzen der "Liability"-Wachstumsrate mit den einzelnen "Asset"-Renditen  $\text{Cov}(R_i, R_L)$  in die Optimierung eingehen. Ein solcher Ansatz wurde erstmals von SOLNIK (1978) zur Ermittlung effizienter Portefeuilles bei realer Zielsetzung verwendet und im Detail analysiert. Bei Solnik tritt anstelle des Terms  $(1/f_0)R_L$  die Inflationsrate auf. SHARPE/TINT (1990) benützen das "Asset Liability"-Modell (O'AL) in ihrem Aufsatz über "Liability Hedging Credits". Im weiteren un-

tersuchten KEEL/MÜLLER (1995) den Einfluss der "Liability"-Wachstumsrate  $R_L$  auf die Struktur der effizienten Portefeuilles (vgl. Abschnitt 4).

Bevor wir das "Asset Liability"-Modell weiter analysieren, wollen wir es auf die in Abschnitt 2 beschriebene Situation anwenden. Dabei wird das Optimierungsproblem (OAL) für die folgenden Fälle gelöst [2]:

- a)  $R_L = 0$ : Das gewöhnliche MARKOWITZ-Modell tritt als Spezialfall auf.
- b)  $f_0 = 1, R_L = R_{\text{Bond}}$ : In der Praxis wird die "Liability"-Wachstumsrate häufig der Gesamtrendite eines Bonds gleichgesetzt, falls eine langfristige, nominelle Zielsetzung vorliegt.
- c)  $f_0 = 1, R_L = R_{\text{bond}} + R_{\text{Inflation}}$ : Bei einer langfristigen, realen Zielsetzung wird zusätzlich die Inflationsrate berücksichtigt.

In allen 3 Fällen wurde die Risikotoleranz  $\tau$  so gesetzt, dass eine Portefeuillerendite von 6% erzielt wird, d. h.  $E(R_{\underline{x}}^*) = 6\%$ .

Tabelle 2 erlaubt einen Vergleich der "Benchmark"-Portefeuilles für die Fälle a), b), c):

- 1) Der Fall a) entspricht einer kurzfristigen, nominellen Zielsetzung und führt natürlich wieder zu dem in Abschnitt 2, Tabelle 1 ermittelten Portefeuille.
- 2) Die langfristige, nominelle Zielsetzung im Fall b) bewirkt eine starke Verschiebung in inländische Bonds (63.5% anstelle von 10.0%), welche zulasten des inländischen Geldmarkts, europäischen Bonds und europäischen Aktien erfolgt.
- 3) Der Übergang von einer langfristigen nominellen (Fall b) zu einer langfristigen realen (Fall c) Zielsetzung hat schliesslich eine Verschiebung von den inländischen zu den europäischen "Asset"-Kategorien zur Folge. Dieses Phänomen dürfte mit der starken Auslandkomponente der schweizerischen Inflationsrate zusammenhängen[3]. Bei Berechnungen für stärker binnenwirtschaftlich orientierte Länder (USA, Deutschland) traten keine analogen Verschiebungen auf.

Bei der praktischen Anwendung dieser Resultate ist natürlich zu beachten, dass die Optimierung anhand eines "Asset Liability"-Modells zwar eine wichtige aber nicht die einzige Entscheidungshilfe zur Ermittlung von "Benchmark"-Portefeuilles darstellt. Aus Tabelle 2 geht klar hervor, dass die Verbindlichkeitsstruktur eines Investors die Portefeuillewahl stark beeinflusst. Wenig wissen wir bis jetzt über den gemeinsamen Einfluss von Risikotoleranz und Verbindlichkeitsstruktur auf den Anlageentscheid. Im nächsten Abschnitt wird deshalb die Struktur der effizienten Portefeuilles im Rahmen des "Asset Liability"-Modells analysiert. Für die praktische Anwendung ist eine solche Analyse in doppelter Hinsicht von Bedeutung. Erstens lässt sich abklären, ob gewisse Komponenten der Verbindlichkeitsstruktur die Portefeuillewahl nicht oder nur geringfügig beeinflussen. Zweitens wird sich herausstellen, dass sich der Einfluss von Risikotoleranz und Verbindlichkeitsstruktur separieren lässt.

**Tabelle 2: Einfluss von "Liabilities"**

Fall	a) ohne Liabilities $R_L \equiv 0$	b) mit Bond $R_L = R_{\text{Bond}}$	c) mit Inflation und Bond $R_L = R_{\text{Bond}} + R_{\text{Inflation}}$
$\tau$	0.40	0.38	0.39
CH-Cash	46.0 (%)	-	-
CH-Bond	10.0	63.5	61.0
CH-Equities	5.5	7.7	6.2
Euro Bonds	7.5	-	2.8
Euro Equities	23.5	18.1	19.4
US-Bonds	-	-	-
US-Equities	-	-	0.1
Japan Bonds	4.5	7.8	8.4
Japan Equities	3.0	2.9	2.1

Rendite 6.0%

#### 4. Struktur der effizienten Portefeuilles beim Auftreten von "Liabilities"

Dieser Abschnitt basiert auf den Resultaten von KEEL/MÜLLER (1995) und SOLNIK (1978). Hier verzichten wir auf eine technische Herleitung und beschränken uns auf eine Wiedergabe der Hauptergebnisse [4].

Bevor wir uns dem "Asset Liability"-Modell zuwenden, sollen kurz die Struktureigenschaften für das gewöhnliche MARKOWITZ-Modell zusammengefasst werden. Bekanntlich lässt sich in diesem Fall jedes effiziente Portefeuille  $\underline{x}^*$  in der Form

$$\underline{x}^* = \hat{\underline{x}}^{\text{MIN}} + \lambda \underline{z}^*, \quad \lambda \geq 0 \quad (2)$$

darstellen. (Vgl. Abbildung 3 für den Fall  $n=3$ ).

Dabei stellt  $\hat{\underline{x}}^{\text{MIN}}$  das globale risikominimierende Portefeuille [5] dar und es gilt:

- $\hat{\underline{x}}^{\text{MIN}}$  hängt nur von den Varianzen und Kovarianzen der einzelnen Anlagerenditen ab.

$$\sum_{h=1}^n \hat{x}_h^{\text{MIN}} = 1.$$

Ferner ist  $\underline{z}^*$  ein renditegenerierendes, selbstfinanzierendes Portefeuille, wobei gilt:

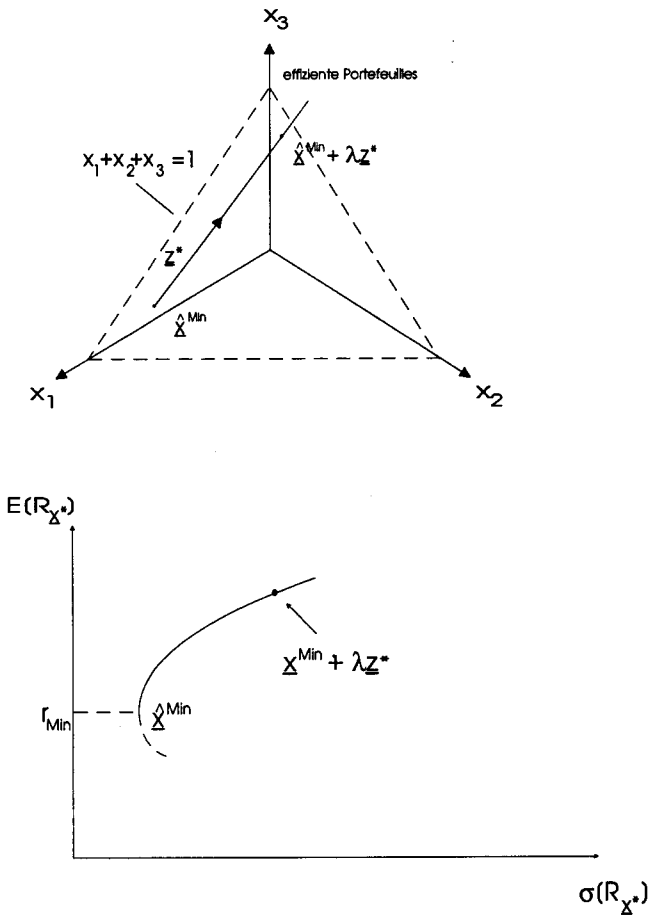
- $\underline{z}^*$  hängt von den Erwartungswerten, Varianzen und Kovarianzen der einzelnen Anlagerenditen ab.

$$\sum_{h=1}^n z_h^* = 0.$$

Zudem lässt sich leicht zeigen, dass für effiziente Portefeuilles  $\underline{x}^*$  ein hyperbolischer Zusammenhang [6] zwischen Erwartungswert und Standardabweichung der Gesamrendite besteht (vgl. Figur 3). Diese besonderen Eigenschaften hängen mit der speziellen mathematischen Struktur des gewöhnlichen MARKOWITZ-Modells zusammen und bilden u. a. die Grundlage für das von SHARPE (1964)/LINTNER (1965), sowie von BLACK (1972) entwickelte CAPM.

Auch beim "Asset Liability"-Modell (O'AM) in Abschnitt 3.2 liegt eine besondere Struktur vor und die effizienten Portefeuilles  $\underline{x}^*$  lassen sich wie folgt

Abbildung 3: Effiziente Portefeuilles ohne "Liabilities"



$$\sum_{h=1}^n z_h^{LIAB} = 0.$$

Somit hat das Vorhandensein einer Verbindlichkeitsstruktur lediglich eine Parallelverschiebung der effizienten Portefeuilles mit dem "Shift"-Vektor  $\underline{z}^{LIAB}$  zur Folge (vgl. Abbildung 4).

Effiziente Portefeuilles unter "Liabilities" lassen sich also folgendermassen konstruieren:

- Ausgehend vom globalen risikominimierenden Portefeuille  $\hat{x}^{MIN}$  erhält man durch Addition des "shift"-Vektors  $\underline{z}^{LIAB}$  das risikominimierende Portefeuille unter "Liabilities"  $\hat{x}^{MIN} + \underline{z}^{LIAB}$ .
- Entsprechend der Risikotoleranz des Investors wird ein  $\lambda$ -faches des renditegenerierenden Portefeuilles  $\underline{z}^*$  hinzuaddiert und es resultiert  $\underline{x}^* = \hat{x}^{MIN} + \underline{z}^{LIAB} + \lambda \underline{z}^*$ ,  $\lambda \geq 0$ .

Zur Illustration wurde in Tabelle 3 die in Abschnitt 2 beschriebene Situation durchgerechnet. Dabei wurde der Deckungsgrad mit  $f_0 = 1$  angesetzt und  $R_{BIP}$  stellt die reale Wachstumsrate des Bruttoinlandsprodukts dar. Bevor wir mit diesem Beispiel weiterrechnen, lohnt es sich, auf eine weitere strukturelle Eigenschaft einzugehen.

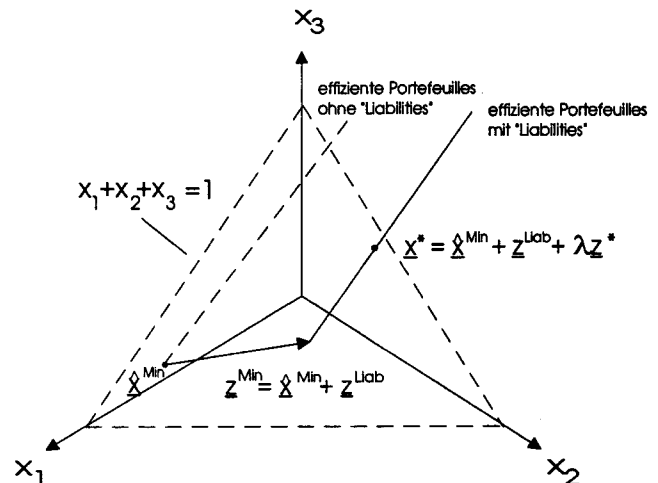
zerlegen (vgl. Abbildung 4 für den Fall  $n=3$ )

$$\underline{x}^* = \hat{x}^{MIN} + \underline{z}^{LIAB} + \lambda \underline{z}^*, \quad \lambda \geq 0, \quad (3)$$

wobei gilt:

- Bei  $\hat{x}^{MIN}$  und  $\underline{z}^*$  handelt es sich um dieselben Portefeuilles, welche in Formel (2) auftreten.  $\hat{x}^{MIN}$  und  $\underline{z}^*$  hängen somit nicht von der Verbindlichkeitsstruktur ab.
- $\underline{z}^{LIAB}$  ist ein selbstfinanzierendes Portefeuille mit folgenden Eigenschaften:
  - $\underline{z}^{LIAB}$  hängt vom Deckungsgrad  $f_0$ , den Kovarianzen der "Liability"-Wachstumsrate mit den Anlagerenditen, sowie von Varianzen und Kovarianzen der Anlagerenditen ab.

Abbildung 4: Effiziente Portefeuilles unter "Liabilities"



Zerlegung von  $\underline{z}^{LIAB}$

In praktischen Anwendungen lässt sich die "Liability"-Wachstumsrate häufig in der Form

$$R_L = c_0 + c_1 R_{Inflation} + c_2 R_{BIP} + c_3 R_{Bond} \quad (4)$$

darstellen. Wie in KEEL/MÜLLER (1995) gezeigt wird, gilt dann[7]

$$\underline{z}^{LIAB} = c_1 \underline{z}^{Inflation} + c_2 \underline{z}^{BIP} + c_3 \underline{z}^{Bond} \quad (5)$$

Bei einer langfristigen realen Zielsetzung ohne Anpassung an das Wirtschaftswachstum ist beispielsweise  $c_1 = 1, c_2 = 0, c_3 = 1$  zu setzen und es gilt  $\underline{z}^{LIAB} = \underline{z}^{Inflation} + \underline{z}^{Bond}$ .

Fassen wir die bisherigen Resultate (2) und (4) zusammen, so gilt für effiziente Portefeuilles

$$\underline{x}^* = \hat{\underline{x}}^{MIN} + c_1 \underline{z}^{Inflation} + c_2 \underline{z}^{BIP} + c_3 \underline{z}^{Bond} + \lambda \underline{z}^* \quad (6)$$

wobei  $\lambda$  entsprechend der Risikotoleranz des Investors zu wählen ist. In Tabelle 4 wurden einige Fälle durchgerechnet. Dabei wurde  $\lambda$  jeweils so gesetzt, dass eine Portefeullerendite von 6% erzielt wird, d. h.  $E(R_{\underline{x}^*}) = 6\%$ . Tabelle 4 illustriert den deutli-

chen Einfluss der Verbindlichkeitsstruktur auf die Zusammensetzung der einzelnen Portfeuille. Wie bereits erläutert, wird einer langfristigen Zielsetzung durch das Einbeziehen einer Bond-Komponente in die "Liability"-Wachstumsrate Rechnung getragen (Kolonnen (II), (III)). Dies führt natürlich zu einer markanten Erhöhung des Bond-Anteils, welcher zulasten des Geldmarktes erfolgt. Was die praktische Umsetzung betrifft, so würde z. B. dem negativen Geldmarktanteil von -46.9% und dem Bond-Anteil von 115.0% in Kolonne (II) durch eine Bond-Anlage von 68.1% mit entsprechend erhöhter Duration Rechnung getragen. Auffallend ist auch der deutliche Einfluss einer realen Zielsetzung. Wie ein Vergleich von Kolonnen (II) und (III), bzw. (I) und (IV) zeigt, bewirkt eine Inflationskomponente bei der "Liability"-Wachstumsrate eine klare Verschiebung von den inländischen Bonds in die europäischen Bonds. Dieses Phänomen wurde bereits in Abschnitt 3 diskutiert.

Ebenfalls wurde schon darauf hingewiesen, dass ein "Asset Liability"-Modell nicht als einzige Entscheidungshilfe verwendet werden sollte. Auch in diesem Sinn ist Tabelle 4 aufschlussreich. Die negativen Gewichte der amerikanischen Bonds lassen sich auch durch "Currency Hedging" nicht erklären.

Tabelle 3: Berechnung der Portefeuillekomponenten  $\hat{\underline{x}}^{MIN}, \underline{z}^*, \underline{z}^{LIAB}$

Anlage	$\hat{\underline{x}}^{MIN}$	$\underline{z}^*$	$R_L = R_{Inflation}$	$R_L = R_{BIP}$	$R_L = R_{Bond}$
			$\underline{z}^{LIAB} = \underline{z}^{Inflation}$	$\underline{z}^{LIAB} = \underline{z}^{BIP}$	$\underline{z}^{LIAB} = \underline{z}^{Bond}$
CH-Cash	96.2 (%)	-80.3	4.9	13.0	-96.2
CH-Bond	-0.1	25.6	-9.1	-8.6	100.1
CH-Equities	-0.5	8.3	-0.8	-2.1	0.5
Euro Bonds	3.0	12.5	6.8	-1.5	-3.0
Euro Equities	0.9	33.8	-3.4	4.0	-0.9
US-Bonds	-0.7	-18.7	1.3	-0.9	0.7
US-Equities	-0.2	9.3	1.5	-1.4	0.2
Japan Bonds	-0.4	10.5	-1.3	-4.0	0.4
Japan Equities	1.8	-1.0	0.1	1.5	-1.8

Tabelle 4: Effiziente Portefeuilles bei verschiedenen Typen von "Liabilities"

	(I) $R_L \equiv 0$	(II) $R_L = R_{\text{Bond}}$	(III) $R_L = R_{\text{Bond}} + R_{\text{Inflation}}$	(IV) $R_L = R_{\text{Inflation}}$	(V) $R_L = R_{\text{Inflation}} + R_{\text{BIP}}$
$\hat{x}^*$	$\hat{x}^{\text{MIN}} + 0.688z^*$	$\hat{x}^{\text{MIN}} + z^{\text{Bond}} + 0.537z^*$	$\hat{x}^{\text{MIN}} + z^{\text{Inflation}} + z^{\text{Bond}} + 0.564z^*$	$\hat{x}^{\text{MIN}} + z^{\text{Inflation}} + 0.696z^*$	$\hat{x}^{\text{MIN}} + z^{\text{Inflation}} + z^{\text{BIP}} + 0.713z^*$
CH-Cash	42.5 (%)	-43.1	-40.5	45.2	56.8
CH-Bond	16.9	113.7	105.3	8.6	0.4
CH-Equities	5.1	4.5	3.9	4.5	2.5
Euro Bonds	11.4	6.7	13.9	18.5	17.3
Euro Equities	23.5	18.1	15.7	21.0	25.6
US-Bonds	-13.2	-10.1	-9.3	-12.4	-13.6
US-Equities	6.1	5.0	6.8	7.8	6.6
Japan Bonds	6.6	5.7	4.7	5.6	1.8
Japan Equities	1.1	-0.5	-0.5	1.2	2.6

Verantwortlich für diese Gewichtung dürften die aufgrund des verwendeten Datenmaterials (1980-93) geschätzten Korrelationskoeffizienten sein. Solche Schätzungen hängen jedoch vom Beobachtungszeitraum ab und führen deshalb gelegentlich zu problematischen Resultaten. Auch beim "Asset Liability"-Modell sollten aus diesem Grunde zumindest folgende Regeln beachtet werden, bevor ein Portefeuille tatsächlich als Benchmark benützt wird:

- 1) Die ermittelte Zusammensetzung des Portefeuilles lässt sich mit der Intuition vereinbaren.
- 2) Das Portefeuille wäre in sehr unterschiedlichen historischen Situationen mit den Präferenzen des Investors kompatibel gewesen.

## 5. Zusammenfassung

Ziel der vorliegenden Arbeit war die Ermittlung von "Benchmark"-Portefeuilles für Pensionskassen. Infolge der sehr ausgeprägten Verbindlichkeitsstruktur wurde ein "Asset Liability"-Ansatz vorgeschlagen. An einem Beispiel wurde erläutert, wie sich ein langfristiger Anlagehorizont, eine reale Zielsetzung, etc. auf die Wahl eines "Benchmark"-

Portefeuilles auswirken. Insbesondere zeigte sich, dass eine reale Zielsetzung bei schweizerischen Investoren zu einer deutlichen Verschiebung von inländischen zu europäischen "Asset"-Kategorien führt. Schliesslich wurde für das "Asset Liability"-Modell die Struktur der effizienten Portefeuilles eingehend diskutiert. Dabei stellte sich heraus, dass sich der Einfluss von Risikotoleranz und Verbindlichkeitsstruktur separieren lässt. Der Einfluss der Verbindlichkeitsstruktur lässt sich durch einen "Shift"-Vektor darstellen, welcher sich seinerseits in verschiedene Komponenten zerlegen lässt. Wie aus den Illustrationen und der Strukturanalyse hervorgeht, ist das "Asset Liability"-Modell eine wirksame Entscheidungshilfe bei der strategischen "Asset Allocation". Allerdings haften dieser Methode die bekannten Nachteile des MARKOWITZ-Modells an. Demzufolge sollten beim Einsatz des "Asset Liability"-Modells die Ergebnisse durch weitere Analysen kontrolliert bzw. ergänzt werden.



## Fussnoten

- [1] Im Falle  $S_0 > 0$  könnte anstelle von  $(S_1 - S_0)/A_0$  auch  $(S_1 - S_0)/S_0$  analysiert werden. Eine solche Untersuchung würde zu völlig analogen Ergebnissen führen.
- [2] Durch Nichtnegativitätsrestriktionen, d. h.  $X_i \geq 0, i=1, \dots, n$  werden dabei negative Portefeuillegewichte ausgeschlossen.
- [3] Infolge von Datenproblemen war es nicht möglich, Varianten mit "Currency Hedging" durchzurechnen. Es wäre interessant zu sehen, inwieweit sich ein "Currency Hedging" auf unsere qualitativen Ergebnisse auswirken würde.
- [4] Für die nachfolgende Analyse dürfen negative Portefeuillegewichte nicht ausgeschlossen werden. Die anderen technischen Voraussetzungen sind sehr schwach.
- [5] Falls eine risikofreie Anlage existiert, so besteht  $\underline{x}^{\text{MIN}}$  nur aus dieser Anlage.
- [6] Existiert eine risikofreie Anlage, so wird dieser Zusammenhang linear.
- [7] Selbstverständlich können neben  $R_{\text{Inflation}}, R_{\text{BIP}}, R_{\text{Bond}}$  weitere Faktoren eingeführt werden und Formel (5) kommt sinngemäss zur Anwendung.

SOLNIK, B.H. (1974): "An Equilibrium Model of the International Capital Market", *Journal of Economic Theory* 8, August, pp. 500-525.

SOLNIK, B.H. (1978): "Inflation and optimal Portfolio Choices", *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 13, December, pp. 903-925.

## Literatur

- BECKERS, S., CUMMINS, P. and WOODS, C. (1993): "The Estimation of Multiple Factor Models and their Applications: The Swiss Equity Market", *Finanzmarkt und Portfolio Management* 7, pp. 24-45.
- BLACK, F. (1972): "Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing", *Journal of Business* 45, pp. 444-454.
- BLACK, F. (1990): "Equilibrium Exchange Rate Hedging", *Journal of Finance* 45, pp. 899-907.
- KEEL, A. and H. MUELLER (1995): "Efficient Portfolios in the Asset Liability Context", *ASTIN-Bulletin* 25, Nr. 1, pp. 33-48.
- LINTNER, J. (1965): "The Valuation of Risky Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budget", *Review of Economics and Statistics* 47, February, pp. 13-37.
- MARKOWITZ, H. (1952): "Portfolio Selection", *Journal of Finance* 7, pp. 77-91.
- SHARPE, W.F. (1964): "Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk", *Journal of Finance* 19, pp. 425-442.
- SHARPE, W.F. and L.G. TINT (1990): "Liabilities- A new Approach", *Journal of Portfolio Management* 17, Winter, pp. 5-10.