PETER REICHLING*

# Warum ist die Wertpapierkennlinie zu flach?

## 1. Einleitung

Die Kapitalmarkttheorie hat zur Bewertung originärer Finanztitel in letzter Zeit - im Gegensatz zur Bewertung derivativer Titel - kaum neue Ansätze geliefert. Das einperiodige Capital Asset Pricing-Modell (CAPM) stellt auch heute noch das wichtigste Gleichgewichtsmodell für den Kapitalmarkt dar. Zwar kommt die Arbitrage Pricing-Theorie (APT) mit schwächeren Annahmen aus, und es existieren Mehrperiodenmodelle, dennoch bleibt die Beliebtheit des CAPM. Dies mag besonders auf seine einfache Struktur zurückzuführen sein.
Tests des CAPM erlebten in den USA während der 70er Jahre einen Höhepunkt und wurden trotz unterschiedlicher empirischer Befunde in der Summe als Bestätigung des Modells gewertet [1]. Empirische Überprüfungen liegen für den deutschen Kapitalmarkt vor allem aus den 80er Jahren vor, die eher als Falsifikation interpretiert wurden [2].
Jüngere Untersuchungen des US-Kapitalmarktes zeichnen ein ebenso uneinheitliches Bild. Der vielgenannten Arbeit von FAMA/FRENCH (1992) nach ist der aus dem CAPM abgeleitete Beta-Koeffizient nicht preisbestimmend. Grösseren Einfluss besitzen die Unternehmensgrösse sowie das Verhältnis von Buch- zu Marktwert. Diese Arbeit wird vielfach als bisher stärkster Angriff auf das CAPM gewertet: Spielt das Beta keine Rolle, ist die Wertpapierkennlinie flach. BLACK (1993a) kontert und unterstreicht die Bedeutung des Zero Beta-Portefeuilles in der von ihm entwickelten Version des CAPM ohne risikolose Anlageform. GRINOLD (1993) ermittelt gerade hierfür eine negative Steigung der Wertpapierkennlinie.
Dem kann entgegengehalten werden, dass bei einer nationalen Betrachtung das Diversifikationspotential nicht vollständig ausgeschöpft ist. So weisen empirische Untersuchungen durchweg nach, dass sich nationale "Marktportefeuilles" nur in geringem Umfang gleichgerichtet bewegen [3]. Entsprechend wäre ein International Capital Asset Pricing-Modell (ICAPM) zu verwenden. Kapitalmarktfriktionen für Auslandsinvestments segmentieren aber die jeweiligen Märkte [4], was wieder für die Gültigkeit eines inländischen CAPM spricht. In diesem Zusammenhang vermag die APT, die mehrere systematische Risikofaktoren berücksichtigt, einige der beobachteten Anomalien zu erklären [5]. Weder das ICAPM noch die APT bilden jedoch den Gegenstand dieser Arbeit; vielmehr wird gezeigt, wie die CAPM-Relation modifiziert werden muss, wenn Unvollkommenheiten bereits auf dem betrachteten Markt auftreten.
Ökonometrische Fragestellungen prägen die empirischen Arbeiten zum CAPM. Dies gilt vor allem, wenn instationäre Parameter vorliegen. Bevor Ur-

*Für wertvolle Anregungen danke ich Siegfried Trautmann sowie dem anonymen Gutachter.
Peter Reichling, Johannes Gutenberg-Universität, D-55099 Mainz, Tel.: 06131/39 37 60, Fax: 06131/39 37 66.

sachen für eine flache Wertpapierkennlinie diskutiert werden, sollen daher in einem kurz gefassten Abriss die Grundformen des CAPM und die gebräuchlichsten Testverfahren angesprochen werden (Abschnitt 2). Wir wollen dann einem Weg folgen, den BLACK (1993b) aufzeigt, indem er die Notwendigkeit theoretischer Erklärungsansätze betont. Diese Arbeit weist daher in Abschnitt 3 auf Marktunvollkommenheiten hin, die zu einer flacheren Wertpapierkennlinie führen können:

- Zunächst kann das Marktportefeuille fehlspezifiziert sein. Schon kleinere Ineffizienzen können deutliche Abweichungen von der Wertpapierkennlinie hervorrufen.
- Liegen Leerverkaufsbeschränkungen vor, kann das Marktportefeuille ineffizient sein. Effekte wie bei einem fehlspezifizierten Marktindex sind die Folge für die Wertpapierbewertung.
- Fallen Soll- und Haben-Zinssätze auseinander, können Wertpapiere mit hohem Beta überwertet und solche mit niedrigem Beta unterbewertet erscheinen.
- Liegen Kreditbeschränkungen vor, ist das Marktportefeuille i.a. fehlspezifiziert, wenn es mit dem Tangentialportefeuille gleichgesetzt wird. Gemessen am marktinduzierten Risiko kann die beobachtete Wertpapierkennlinie scheinbar zu flach sein.

Zur Behandlung der skizzierten Fälle wird es nötig sein, auf Arbeiten zurückzugreifen, die Sonderformen des CAPM analysieren [6]. Diese Arbeiten sind ebenfalls vorwiegend in den 70er Jahren erschienen und werden in manchen Lehrbüchern zur Finanzwirtschaft angesprochen. Hier stehen die Wirkungen von Beschränkungen für das risikofreie Investment auf die Linie effizienter Portefeuilles im Vordergrund. Wir wollen untersuchen, welche Folgerungen daraus auf die Bewertung der Wertpapiere zu ziehen sind.

## 2. Das Capital Asset Pricing-Modell und seine empirische Überprüfung

Das CAPM gilt als Paradigma der Kapitalmarkttheorie. Es spezifiziert “die alte Weisheit, dass nur zu gewinnen erwarten kann, wer auch wagt'' (KLAUS SPREMANN). Danach enthält die erwartete Rendite $E(R_i)$ eines risikobehafteten Finanztitels i zwei Prämien: eine Prämie für die Geldleihe und eine Risikoprämie. Für die Überlassung liquider Mittel erhält der Anleger den risikolos erzielbaren Zinssatz $r_f$. Die Risikoprämie wird auf der Grundlage der Rendite des Marktportefeuilles $R_M$ vergütet. Sie errechnet sich aus dem Marktpreis des Risikos $(E(R_M)-r_f)/Var(R_M)$ und dem Umfang $Cov(R_i, R_M)$, mit dem der Anleger marktinduzierte, d.h. systematische Risiken trägt. Diesen linearen Zusammenhang zwischen ''Risk'' und “Return'' im Marktgleichgewicht gibt die Grundgleichung des CAPM wieder:

$$E(R_i) - r_f = \beta_{i\backslash M} \cdot \left(E(R_M) - r_f\right)$$

$$\text{mit} \qquad \beta_{i\backslash M} \equiv \frac{Cov(R_i, R_M)}{Var(R_M)}. \qquad (1)$$

Anschaulich quantifiziert diese Gleichung, dass alle Wertpapiere im Koordinatensystem aus systematischem Risiko (normiert auf das Beta) und erwarteter Rendite auf einer Linie positioniert sind: der Wertpapierkennlinie. Der Kapitalmarkt entschädigt nur das systematische Risiko ,
da das unsystematische Risiko durch Diversifikation eliminierbar ist.

Die zugängliche Interpretation, dass unsystematische Risiken diversifizierbar sind und daher vom Kapitalmarkt nicht entlohnt werden, stattet das CAPM vielleicht mit noch grösserer ökonomischer Anziehungskraft aus als die Linearität der Beziehung zwischen systematischem Risiko und erwarteter Rendite. Letzteres entspricht einem Arbitrage-Gedanken: Das Portefeuille-Beta ist der anteilsgewichtete Durchschnitt von Beta-Koeffizienten der Portefeuillebestandteile.

Die Herleitung der Wertpapierkennlinie geschieht u.a. unter folgenden Voraussetzungen:

- Alle Anleger haben homogene Erwartungen.
- Die Investoren entscheiden auf der Grundlage eines Erwartungswert-Varianz-Kriteriums und sind risikoscheu.
- Der Kapitalmarkt ist vollkommen. Investoren können daher zum risikolosen Zinssatz nicht nur Geld anlegen, sondern auch Kredit aufnehmen, ohne dass Beschränkungen wirksam würden.

Heterogene Erwartungen verändern die Bewertung der Wertpapiere nicht zu stark [7], und die Voraussetzungen über das Entscheidungsverhalten werden generell akzeptiert. Existiert schliesslich keine risikolose Anlageform, kann stellvertretend für den risikolosen Zinssatz die erwartete Rendite des Zero Beta-Portefeuilles $E(R_Z)$ herangezogen werden [8]. Die geometrische Konstruktion dieses Portefeuilles ist einfach: Zu einem $(\mu,\sigma)$-effizienten Portefeuille schneidet die Tangente an die Effizienzlinie die Ordinate in dem Achsenabschnitt, der der erwarteten Rendite der Zero Beta-Portefeuilles entspricht. Unter allen Portefeuilles mit dieser erwarteten Rendite wird dasjenige gewählt, das mit der geringsten Volatilität behaftet ist. Damit wird eine zur TOBIN-Separation analoge Aussage möglich: Die Anleger kombinieren ausschliesslich das Zero Beta- und das Marktportefeuille, und der Risiko-Rendite-Trade off bleibt linear:

$$E(R_j)-E(R_Z)=\beta_{j\backslash M}\cdot\left(E(R_M)-E(R_Z)\right). \qquad (2)$$

In der Fassung des CAPM mit risikoloser Anlageform war die Möglichkeit zum Leerverkauf riskanter Titel nicht notwendig, da alle Anleger ihre gewünschte Risikoposition durch einen Anteil am Marktportefeuille erreichen. Deshalb zeichnen sie risikobehaftete Portefeuillebestandteile ausschliesslich in positiven Quantitäten. Die Zero Beta-Version kommt nicht ohne diese Voraussetzung aus. Analog zur Möglichkeit, unbeschränkt Kredit aufnehmen zu können, benötigt man nun die Voraussetzung, das Zero Beta-Portefeuille verkaufen zu können.

Die Beziehung zwischen systematischen und nichtdiversifizierbaren Risiken ist für die Zero Beta-Version des CAPM nicht sofort offensichtlich. Umformungen ergeben aber (vgl. Anhang A1):

$$\begin{aligned} E(R_j)-E(R_{MVP}) &= \underbrace{\left(\beta_{j\backslash M}-\beta_{MVP\backslash M}\right)\cdot\sigma_M}_{\text{zusätzliches systematisches Risiko}} \cdot\frac{E(R_M)-E(R_Z)}{\sigma_M} \\ &= \underbrace{\sqrt{Var_{min}(R_j)-Var(R_{MVP})}}_{\text{zusätzliches nicht-diversifizierbares Risiko}} \cdot\frac{E(R_M)-E(R_Z)}{\sigma_M}\cdot\sqrt{1-\beta_{MVP\backslash M}}\,. \end{aligned}$$

Der Anleger erhält eine Grundvergütung in Höhe der erwarteten Rendite des Minimum-Varianz-Portefeuilles (MVP). Zusätzliches nichtdiversifizierbares Risiko honoriert der Kapitalmarkt mit einer proportionalen Prämie. Offenbar unterscheiden sich die Risikoprämien, weil systematische und nichtdiversifizierbare Risiken verschieden sind. Systematisches Risiko wird mit der Risikoprämie des Marktes vergütet ($\sigma_M$ bezeichnet die Volatilität der Marktrendite), während die Prämie für nichtdiversifizierbares Risiko geringer ausfällt. Der Abschlag richtet sich nach dem Beta-Koeffizienten des Portefeuilles mit geringstem Risiko. In der ursprünglichen Form des CAPM dagegen sind systematische und nichtdiversifizierbare Risiken identisch. Dort kann es keine unterschiedlichen Risikoprämien geben.

Beide CAPM-Gleichungen (1) und (2) stellen Ex ante-Versionen dar, die einer empirischen Überprüfung nicht unmittelbar zugänglich sind. Stattdessen kommt für das Standard-CAPM folgende Ex post-Formulierung zur Anwendung, die aus dem Marktmodell ableitbar ist:

$$r_{it}=\alpha_i+\beta_{i\backslash M}\cdot r_{Mt}+\varepsilon_{it}\ ,$$

wobei $r_{it} = R_{it}-r_{ft}$ bzw. $r_{Mt} = R_{Mt}-r_{ft}$ realisierte Überrenditen bezeichnen. Die aus der linearen Regression resultierende charakteristische Linie schätzt mit der Steigung $\hat{\beta}_{i\backslash M}$ den Beta-Koeffizienten. Gilt das CAPM, so verschwindet der absolute Term der Regressionsgeraden. Weicht $\hat{\alpha}_i$ nicht signifikant von Null ab, wertet man dies als Bestätigung des Modells. Die Zeitreihenanalyse liefert auch die mittleren Überrenditen $\bar{r}_i$ bzw. $\bar{r}_M$. Der eigentliche Test des CAPM erfolgt durch die anschliessende Querschnittsanalyse:

(3)

Bei Gültigkeit des CAPM genügen die Schätzer $\hat{\gamma}_0$ bzw. $\hat{\gamma}_1$ den Hypothesen $\gamma_0=0$ und $\gamma_1=\bar{r}_M$. Empirische Überprüfungen ergaben oft zu niedrige Steigungen und zu hohe Ordinatenabschnitte der geschätzten Kennlinien. Hierfür können ökonometrische Ursachen vorliegen [9]:

- Die Beziehung zwischen Risiko und Rendite könnte nichtlinear sein. Eine Überprüfung fügt der Regressiongleichung (3) den Term $\gamma_2 \cdot \hat{\beta}^2_{i\backslash M}$ hinzu und testet die Hypothese $\gamma_2=0$.
- In der Querschnittsanalyse muss anstelle des unbekannten wahren Koeffizienten $\beta_{i\backslash M}$ der Schätzer $\hat{\beta}_{i\backslash M}$ verwendet werden: ein sog. Fehler in den Variablen. Als mögliche Folge scheinen unsystematische Risiken Erklärungskraft für die mittleren Renditen zu besitzen. Dies wird überprüft, indem man der Regressionsgleichung (3) den Term $\gamma_3 \cdot \mathrm{Var}(\varepsilon_i)$ hinzufügt. Die Gruppierung der Wertpapiere, d.h. die Portefeuillebildung anhand von Klassen der Beta-Koeffizienten aus der Zeitreihenanalyse, begegnet entstehenden Verzerrungen.
- Eine dritte mögliche Ursache für eine zu flache Wertpapierkennlinie liegt vor, wenn grosse Varianzen der Residuen $\mathrm{Var}(\eta_i)$ in der Querschnittsanalyse mit hohen Beta-Koeffizienten einhergehen (Heteroskedastizität). Heteroskedastizität berücksichtigt man, indem an die Stelle der gewöhnlichen Methode der kleinsten Quadrate (OLS) ein verallgemeinertes Verfahren (GLS) tritt.

## 3. Fehlbewertungen aufgrund von Marktunvollkommenheiten

### 3.1 Ineffizientes "Marktportefeuille"

Der lineare Zusammenhang zwischen systematischem Risiko und erwarteter Rendite gilt genau dann, wenn der verwendete Marktindex effizient ist. Diese Aussage bezeichnet man als Äquivalenztheorem. Nach diesem Theorem betrifft die testbare Aussage des CAPM die Effizienz des Indexportefeuilles. Dies hat eine Reihe wichtiger Implikationen [10]:

- Tests liefern modellkonsistente Resultate, wenn der gewählte Index effizient ist, obwohl dies für das tatsächliche Marktportefeuille ggf. nicht der Fall ist. Daher muss nicht notwendigerweise ein Gleichgewicht vorliegen, und die lineare Bewertungsregel ist losgelöst von der Preisstruktur des Marktes.
- Das Marktportefeuille ist schlechterdings nicht erhebbar, denn es umfasst alle Anlagealternativen. Die Bewertung der Wertpapiere reagiert jedoch sensibel schon auf geringfügige Änderungen in der Zusammensetzung des als Ersatz verwendeten Index. Dass die Renditen verschiedener Repräsentanten des Marktes häufig hochkorreliert sind, ändert nichts an der Fehlbewertung. Trugschlüsse sind bereits möglich, wenn statt eines wertgewichteten Benchmarks ein gleichgewichtetes Referenzportefeuille verwendet wird, wie an eindrucksvollen Beispielen gezeigt wurde [11]. So lässt sich - wenn keine risikolose Anlage existiert - durch geeignete Indexwahl ein nahezu beliebiges Ranking finden, das die Performance mit dem systematischen Risiko adjustiert [12]. ROLL/ROSS (1994) zeigten jüngst analytisch, welch geringer Grad an Ineffizienz des Marktindex schon ausreichen kann, um keinen Zusammenhang zwischen indexbezogenen Beta-Koeffizienten und erwarteten Wertpapierrenditen mehr festzustellen.
- Selbst wenn das gewählte Referenzportefeuille ineffizient ist, kann die lineare Bewertungs-

regel folgen. Dies ist für effiziente Portefeuilles der Fall: Die ökonometrisch sinnvolle Gruppierung nach Beta-Koeffizienten bewirkt eine hochgradige Diversifikation. Eine empirisch festgestellte lineare Beziehung zwischen Beta und erwarteter Rendite hat dann tautologischen Charakter.

Der letztgenannte Aspekt soll zuerst untersucht werden (vgl. zur Herleitung der Resultate Anhang A2). Mit M sei ein effizientes Portefeuille bezeichnet, das zunächst nicht das Marktportefeuille darstellen muss; Z stehe für das zugehörige Zero Beta-Portefeuille. Aus der Definition des Beta-Koeffizienten eines effizienten Portefeuilles i bezüglich eines beliebigen Index I folgt:

$$E(R_i)-E(R_Z)=\frac{\beta_{i\setminus I}-\beta_{Z\setminus I}}{\beta_{M\setminus I}-\beta_{Z\setminus I}}\cdot\left(E(R_M)-E(R_Z)\right). \tag{4}$$

Für effiziente Portefeuilles gilt offenbar eine im Koeffizienten $\beta_{\cdot\setminus I}$ lineare Bewertungsgleichung, obwohl das Referenzportefeuille möglicherweise ineffizient ist. Die oben formulierte Linearitätseigenschaft ist daher erfüllt.

Mit dem fehlspezifizierten Marktindex kann eine zu flache Wertpapierkennlinie folgen. Die Steigung der Linie (4) ist dann kleiner als die der tatsächlichen Wertpapierkennlinie. Um eine Bedingung hierfür zu erhalten, gehen wir in drei Schritten vor:

1. Die Beziehung zwischen den Beta-Koeffizienten des Index bezüglich M bzw. Z lautet foldendermassen:

   $$\beta_{I\setminus M}=1-\beta_{I\setminus Z}.$$

2. Die erwartete Rendite eines effizienten Portefeuilles hängt über eine positive Risikoprämie mit dem Beta-Koeffizienten zusammen, solange die erwartete Rendite des verwendeten Index die Minimum-Varianz-Rendite übersteigt. Die Steigung der Kennlinie (4) ist dann positiv. Mit der soeben aufgestellten Beziehung für die Beta-Koeffizienten gilt nämlich:

   $$\beta_{M\setminus I}-\beta_{Z\setminus I}>0, \qquad \text{falls} \qquad E(R_I)>E(R_{MVP}).$$

3. Sei nun M das Marktportefeuille. Die Linie (4) ist flacher als die tatsächliche Wertpapierkennlinie, wenn die Indexrendite der folgenden Ungleichung genügt:

   $$E(R_I)-E(R_{MVP})>\frac{\operatorname{Var}(R_I)}{\operatorname{Var}(R_M)+\operatorname{Var}(R_Z)}\left(E(R_M)-E(R_Z)\right).$$

   Abbildung 1 veranschaulicht diesen Sachverhalt.

Für einzelne Wertpapiere bzw. ineffiziente Portefeuilles j ist der Zusammenhang zwischen Beta und erwarteter Rendite nicht mehr linear, wenn ein ineffizientes Referenzportefeuille I gewählt wird (vgl. Abbildung 2). Um die Abweichungen gegenüber den vorher betrachteten effizienten Portefeuilles zu ermitteln, verwenden wir folgenden Ansatz (vgl. zur Herleitung der Resultate Anhang A3):

$$R_I-R_Z=\beta_{I\setminus M}\cdot(R_M-R_Z)+\varepsilon_I,$$

wobei die Residualgrössen $\varepsilon_j$ bzw. $\varepsilon_I$ unsystematische Risiken berücksichtigen. Bezeichnen M das

**Abbildung 1: Effizienzlinie und fehlspezifizierter Marktindex**

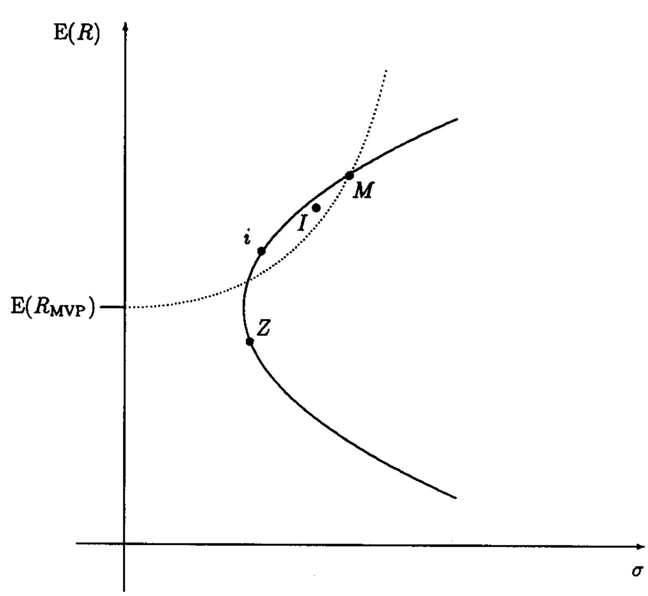
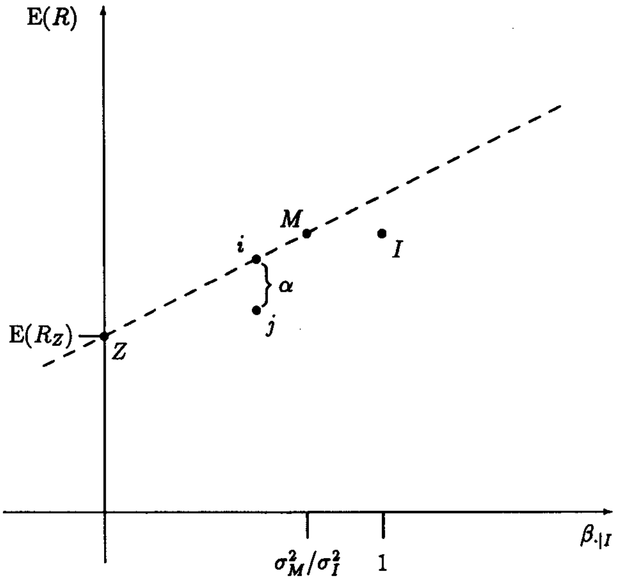


**Abbildung 2: Wertpapierkennlinie bei fehlspezifiziertem Marktindex**




effiziente Portefeuille, dessen erwartete Rendite mit der erwarteten Indexrendite übereinstimmt, und Z wieder das zugehörige Zero Beta-Portefeuille, dann lautet der Beta-Koeffizient:

$$\beta_{j\setminus I} = \frac{\beta_{j\setminus M} \cdot \mathrm{Var}(R_M) + \mathrm{Cov}(\varepsilon_j, \varepsilon_I)}{\mathrm{Var}(R_I)}.$$

Gleichzeitig beschreibt die folgende Gleichung die Wertpapierkennlinie für effiziente Portefeuilles i:

$$E(R_i) - E(R_Z) = \beta_{i\setminus I} \cdot \frac{\mathrm{Var}(R_I)}{\mathrm{Var}(R_M)} \cdot \left(E(R_M) - E(R_Z)\right).$$

Abweichung von dieser Kennlinie misst - in Anlehnung an JENSENS Performancemass - die Differenz zwischen den erwarteten Renditen bei gleichem Beta:

$$\alpha \equiv E(R_j) - E(R_i) =$$
$$= \underbrace{E(R_j) - E(R_Z) - \beta_{j\setminus M} \cdot \left(E(R_M) - E(R_Z)\right)}_{=0}$$
$$-\mathrm{Cov}(\varepsilon_j, \varepsilon_I) \cdot \frac{E(R_M) - E(R_Z)}{\mathrm{Var}(R_M)}.$$

für $\beta_{i\setminus I} = \beta_{j\setminus I}$.

Einzelne Wertpapiere liegen unterhalb der Linie für effiziente Portefeuilles, wenn die Residuen positiv korreliert sind. Bei der Proportionalitätskonstante $(E(R_M)-E(R_Z))/\mathrm{Var}(R_M)$ handelt es sich i.a. nicht um den Marktpreis des Risikos, denn für M war Effizienz, aber kein Gleichgewicht gefordert. Wichtig ist lediglich, dass der Risikopreis positiv ausfällt. Die Abweichung neigt dazu, mit steigendem Beta zuzunehmen, denn für die Kovarianz gilt:

$$\mathrm{Cov}(\varepsilon_j, \varepsilon_I) = \beta_{j\setminus I} \cdot \mathrm{Var}(R_I) - \beta_{j\setminus M} \cdot \mathrm{Var}(R_M).$$

Die wachsende Unterschreitung hat eine zu flache Wertpapierkennlinie zur Folge.

### 3.2 Leerverkaufsbeschränkungen

Die Möglichkeit zum Leerverkauf steht nicht jederman offen. Je nach institutioneller Ausgestaltung des Börsensystems ist auch die Wertpapierleihe beschränkt. Wenn Leerverkäufe verboten sind, begrenzen die beiden Wertpapiere mit höchster und niedrigster erwarteter Rendite die Linie effizienter Portefeuilles. Die Effizienzlinie wird ermittelt, indem das Portfeuillerisiko bei vorgegebener erwarteter Rendite minimiert wird. Hierbei müssen sich die wertmässigen Wertpapieranteile nicht nur zu 100 % addieren, sondern dürfen zusätzlich nicht negativ sein. Die Effizienzlinie für riskante Titel weist verschiedene Bereiche auf (vgl. Abbildung 3): Innerhalb der einzelnen Bereiche verändern sich lediglich die Anteile der Portefeuillebestandteile. Beim Übergang zu einem anderen Bereich, d.h. an den Knickpunkten, fallen aber ein oder mehrere

Papiere aus dem Portefeuille, ggf. kommen andere hinzu. Investoren wählen je nach Risikoeinstellung Portefeuilles aus verschiedenen Bereichen. Und das Marktportefeuille gewichtet alle Portefeuilles, die Investoren halten. Wenn Leerverkäufe verboten sind, geht für Portefeuilles aus verschiedenen Bereichen die Eigenschaft verloren, dass Kombinationen wieder effizient sind. Daher wird das Marktportefeuille i.a. dominiert, wenn Leerverkaufsbeschränkungen vorliegen. Nur falls alle Investoren Portefeuilles aus dem gleichen Bereich halten, ist das Marktportefeuille effizient. Dies ist etwa der Fall, wenn eine risikolose Anlageform existiert, die gleichermassen zur Geldanlage wie zur Kreditaufnahme dient.

Die Ineffizienz des Marktportefeuilles verhindert eine lineare Beziehung zwischen marktbezogenen Beta-Koeffizienten und erwarteten Wertpapierrenditen (vgl. Abschnitt 3.1). Selbst wenn sich die Beta-Koeffizienten auf einen effizienten Index I beziehen, liegen nicht alle Wertpapiere auf einer Linie, falls Leerverkäufe verboten sind [13]. Hierbei bezieht sich die Effizienz auf die Möglichkeiten zur Portefeuillezusammenstellung, also auf alle Portefeuilles, die der Leerverkaufsbeschränkung in Form nichtnegativer Wertpapieranteile genügen. Der effiziente Index enthält nicht alle in Betracht kommenden Titel, wenn die Marktteilnehmer unterschiedlich risikoscheu sind: Titel, die im Indexportefeuille enthalten sind, erhalten dann eine proportionale Überrendite. Ist ein Titel dagegen nicht Bestandteil des Indexportefeuilles, liegt er unterhalb dieser Linie (vgl. Abbildung 4).

Zur Begründung mag eine ökonomische Argumentation ausreichen: Ein Anleger wähle ein Portefeuille aus dem Bereich des Indexportefeuilles. Dass ein Titel im Portefeuille fehlt, drückt den Wunsch des Investors aus, das betreffende Papier zu verkaufen. Dies kann zwei Gründe haben: Die erwartete Rendite ist zu gering oder die Korrelation zu einem Papier aus dem Portefeuille zu hoch. Letzeres entspricht einem Diversifikationsmotiv. In beiden Fällen ist der Preis des Wertpapiers mangels Angebot zu hoch bzw. seine erwartete Rendite zu niedrig [14].

**Abbildung 3: Effizienzlinie bei Leerverkaufsverbot**

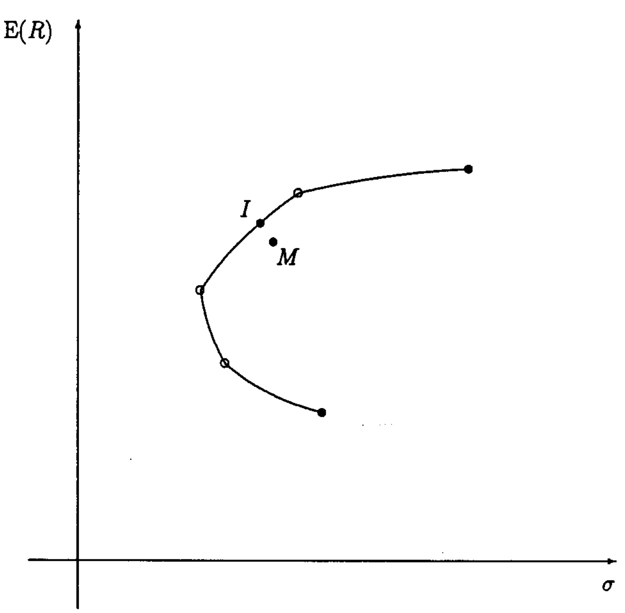
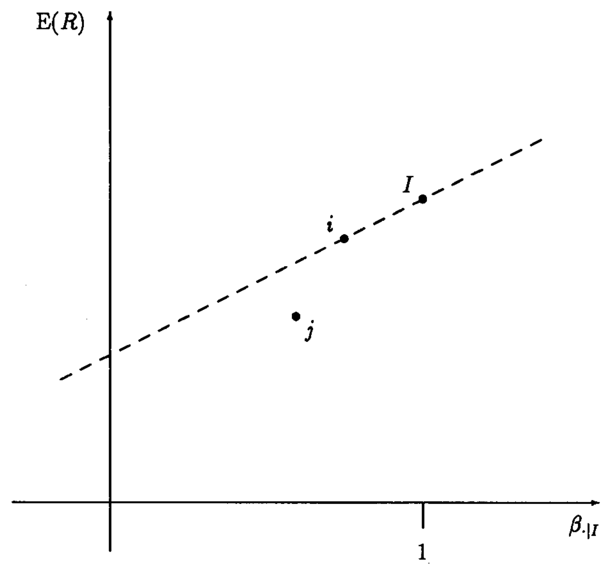



**Abbildung 4: Wertpapierkennlinie bei Leerverkaufsverbot**




i: Bestandteil des Indexportfeuilles I;
j: nicht Bestandteil des Indexportfeuilles I.

Papiere, die nicht im Referenzportefeuille enthalten sind, liegen daher unter der Linie für Indexbestandteile.

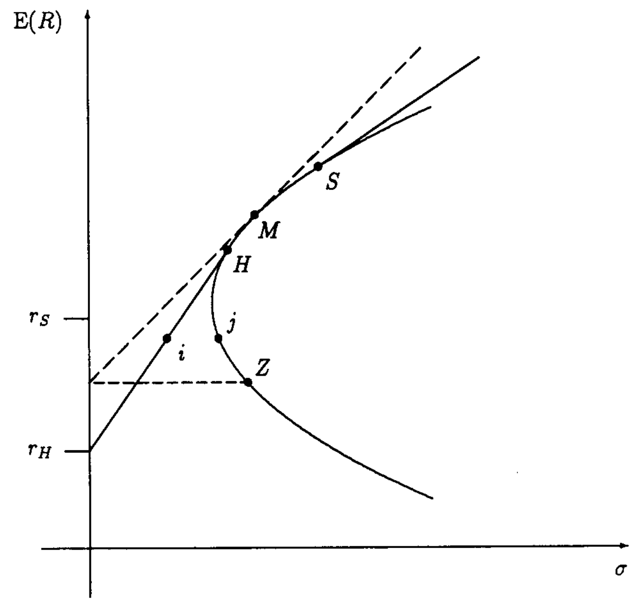
### 3.3 Unterschiedliche Soll- und Haben-Zinssätze

Es erscheint realistisch anzunehmen, dass am Kapitalmarkt unterschiedliche Zinssätze gelten, je nachdem ob Investoren Geld anlegen oder Kredit aufnehmen: Finanzintermediäre verlangen eine Marge. Diese Einschätzung schränkt das Diversifikationspotential gegenüber der Standardversion des CAPM ein [15]. Es gilt nur noch eine "Mehr-Fonds-Separation": Je nach Risikopräferenz kombinieren die Marktteilnehmer verschiedene Portefeuilles (vgl. Abbildung 5).

- Bei hoher Risikoaversion legen die Marktteilnehmer einen Teil ihres Investitionsvolumens risikolos zum Zinssatz $r_H$ an und investieren in das Tangentialportefeuille H. Dieses Portefeuille besteht (in positiven Quantitäten) aus dem Marktportefeuille und dem Zero Beta-Portefeuille.
- Bei geringer Risikoaversion nehmen die Investoren Kredite zum Zinssatz $r_S$ auf, um das Tangentialportfeuille S über den Anfangsbestand hinaus zu kaufen. Im Portefeuille S ist das Marktportefeuille überzeichnet, finanziert durch Verkäufe des Zero Beta-Portefeuilles.
- Mässig risikoscheue Anleger mischen (in Grenzen) lediglich das Marktportefeuille mit dem Zero Beta-Portefeuille.

Im Gleichgewicht liegt das Marktportefeuille auf der Effizienzlinie zwischen den Tangentialportefeuilles H und S. Manche Anleger zeichnen riskante Wertpapiere nur durch Anteile am Portefeuille H, andere nur durch Anteile am Portfeuille S. Wieder andere mischen ausschliesslich und mit positiven Anteilen diese beiden Portefeuilles. In der Summe halten alle Anleger eine echte Kombination der Portefeuilles H und S, nämlich das Marktportefeuille. Das hat Auswirkungen auf die Position des Zero Beta-Portefeuilles: Seine erwartete Rendite liegt

**Abbildung 5: Effizienzlinie bei unterschiedlichen Zinssätzen**




zwischen Kredit- und Anlage-Zinssatz. Alle riskanten Wertpapiere bzw. Portefeuilles aus risikobehafteten Titeln besitzen eine erwartete Rendite nach der Zero Beta-Version des CAPM. Diese Wertpapierkennlinie vermag jedoch nicht, Portefeuilles zu bewerten, die risikolose Bestandteile enthalten. Für solche Portefeuilles gilt eine doppelt geknickte Wertpapierkennlinie (vgl. Abbildung 6).
Hierzu einige Bemerkungen:

1. Betrachten wir 2 Portefeuilles mit gleicher erwarteter Rendite: Portefeuille i kombiniert die risikolose Anlage mit dem Tangentialportefeuille H. Portfeuille j besteht aus dem Marktportefeuille und dem Zero Beta-Portefeuille. Portefeuille i ist an der Diversifikation ausgerichtet. Es muss - um die gleiche erwartete Rendite zu erzielen - einen grösseren Beta-Koeffizienten aufweisen als Portefeuille j, das sich am systematischen Risiko orientiert (vgl. Abbildung 6):

$$\beta_{i\backslash M} - \beta_{j\backslash M} = \left(1 - \frac{\beta_{i\backslash M}}{\beta_{H\backslash M}}\right) \cdot \frac{E(R_Z) - r_H}{E(R_M) - E(R_Z)}.$$

für $E(R_i) = E(R_j)$.

2. Auf den ersten Blick mag folgende Empfehlung geboten sein: Investoren sollen vermeiden, risikolose Mittel einzusetzen. Vielmehr sollen sie die angestrebte Risikoposition durch Wertpapiere mit geeignetem Beta erreichen. Dies liefert höhere erwartete Renditen. Dem ist zu entgegnen, dass diese Sichtweise auf systematische Risiken fokussiert. Der durch riskante Wertpapiere gewonnene Renditevorteil geht mit einer ungünstigeren Gesamtrisikoposition einher.
3. Für Portefeuilles, die risikolose Bestandteile enthalten, gilt die lineare Beziehung zwischen systematischem Risiko und erwarteter Rendite nur noch stückweise. Es ist zu vermuten, dass eine quadratische Regression in diesem Fall höhere Erklärungskraft für beobachtete Renditen besitzt als die lineare Regression [16].
4. In einem Test des CAPM für riskante Wertpapiere den risikolosen Zinssatz etwa mit der Rendite von Staatspapieren gleichzusetzen und das Marktportefeuille mit einem breiten Aktienindex korrekt zu spezifizieren, führt bei unterschiedlichen Soll- und Haben-Zinssätzen zu folgendem Ergebnis: Die beobachtete Wertpapierkennlinie ist flacher als vermutet und entspricht der Zero Beta-Version des CAPM. Defensive Wertpapiere weisen scheinbar zu hohe Renditen auf, aggressive Titel erscheinen fälschlicherweise überbewertet.

Die Renditewirkung des systematischen Risikos kann wie folgt bestimmt werden: Das betrachtete Portefeuille sei einmal wohldiversifiziert und enthalte risikolos angelegte Bestandteile. Zum anderen bestehe es bei gleichem Beta-Koeffizienten nur aus riskanten Wertpapieren. Dies hat unterschiedliche Renditeerwartungen zur Folge. Das risikoreichere Portefeuille erzielt eine höhere erwartete Rendite:

$$E(R_j) - E(R_i) = (E(R_Z) - r_H) \cdot \left(1 - \frac{\beta_{j\backslash M}}{\beta_{H\backslash M}}\right).$$

für $\beta_{i\backslash M} = \beta_{j\backslash M}$.

Der Kapitalmarkt vergütet systematische Risiken in diversifizierten Portefeuilles mit einer geringeren Prämie als in riskanten Portefeuilles. Dies schmälert die Renditeerwartung und kompensiert die günstigere Gesamtrisikoposition. Im Extremfall tritt dieser Effekt besonders zutage: Der Anleger erhält den Haben-Zinssatz, wenn er kein Risiko trägt. Will er systematisches Risiko vermeiden, kann er die (höhere) Rendite des Zero Beta-Portefeuilles erwarten. Maximal erfolgt daher ein Abschlag in Höhe der Differenz zwischen erwarteter Zero Beta-Rendite und Haben-Zinssatz. Mit steigendem Beta-Koeffizienten nimmt dieser Nachteil ab.
Die Verläufe von Effizienz- und Wertpapierkennlinie sind leicht auf den Fall übertragbar, in dem Investoren risikolos nur Geld anlegen, nicht aber Kredit aufnehmen können [17]. Die Möglichkeiten zur Mischung riskanter Wertpapiere sollen davon

**Abbildung 6: Wertpapierkennlinie bei unterschiedlichen Zinssätzen**

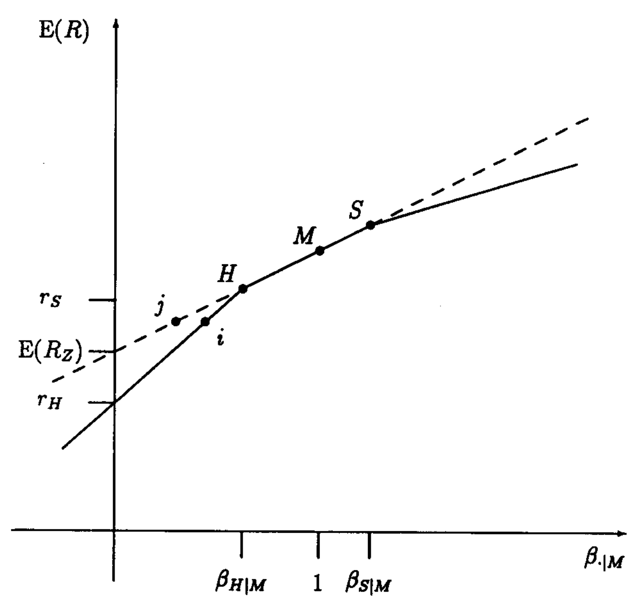
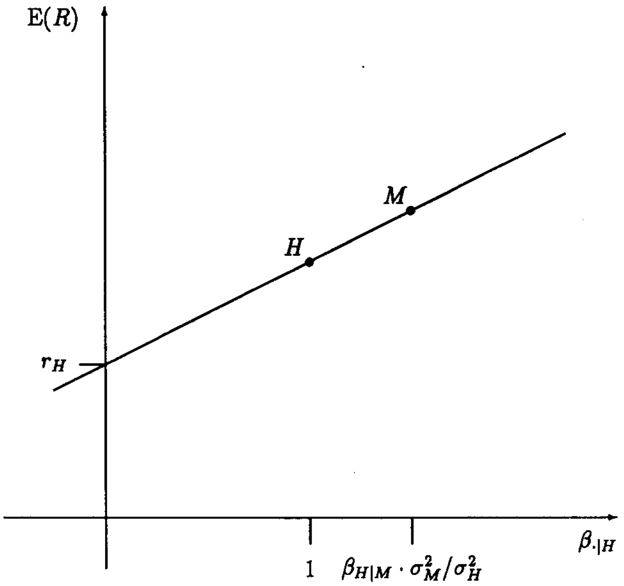


**Abbildung 7: Wertpapierkennlinie ohne Kreditaufnahme**




unberührt bleiben. Insbesondere sind also Leerverkäufe zugelassen. Wenn nun die Beta-Koeffizienten bezüglich des Tangentialportefeuilles H berechnet werden, bleibt der Effekt der flachen Wertpapierkennlinie unbeobachtet. Das Tangentialportefeuille ist effizient. Daher folgt für die Zero Beta-Version des CAPM (vgl. Abbildung 7):

$$E(R_j) - r_H = \beta_{j\backslash H} \cdot (E(R_H) - r_H),$$

denn das Zero Beta-Portefeuille zum Tangentialportefeuille besitzt eine erwartete Rendite in Höhe des Haben-Zinssatzes. Dieselbe Beziehung gilt für diversifizierte Portefeuilles. Beide Bewertungsgleichungen sind identisch, da nichtdiversifizierbare und systematische Risiken übereinstimmen. Systematisch ist in diesem Fall nur das Risiko, das vom Tangentialportefeuille ausgeht.
Waren vorher systematische und nichtdiversifizierbare Risiken zu unterscheiden, so ist jetzt zwischen systematischen und marktinduzierten Risiken zu differenzieren. Mit dem Tangentialportefeuille als systematischen Risikofaktor fallen die Zero Beta-Version des CAPM und die Wertpapierkennlinie für diversifizierte Portefeuilles zusammen. Dies erreicht man durch Umskalierung der Abszisse. Da nichtdiversifizierbare und systematische Abweichungen von der erwarteten Rendite gleich sind, entschädigt der Kapitalmarkt das getragene Risiko mit derselben Prämie.

## 3.4 Kreditbeschränkungen

Die Kreditvergabepraxis sieht häufig Beleihungsgrenzen für Portefeuilles vor. Bei Entscheidungen über Wertpapier-Investments beschränken diese Grenzen die Kreditaufnahme. Für effiziente Kombinationen risikoloser und besonders riskanter Anlagen steigt die erwartete Überrendite nicht mehr proportional zur Volatilität. Um die Wirkung der Kreditbeschränkung auf die Gleichgewichtsbewertung herauszukristallisieren, sollen dabei für riskante Wertpapiere keine Leerverkaufsbeschränkungen bestehen.
Die Gestalt der Effizienzlinie charakterisieren zwei Segmente: Zunächst bestehen effiziente Portefeuilles aus der risikolosen Anlage und dem Tangential-

**Abbildung 8: Effizienzlinie bei Kreditbeschränkung**

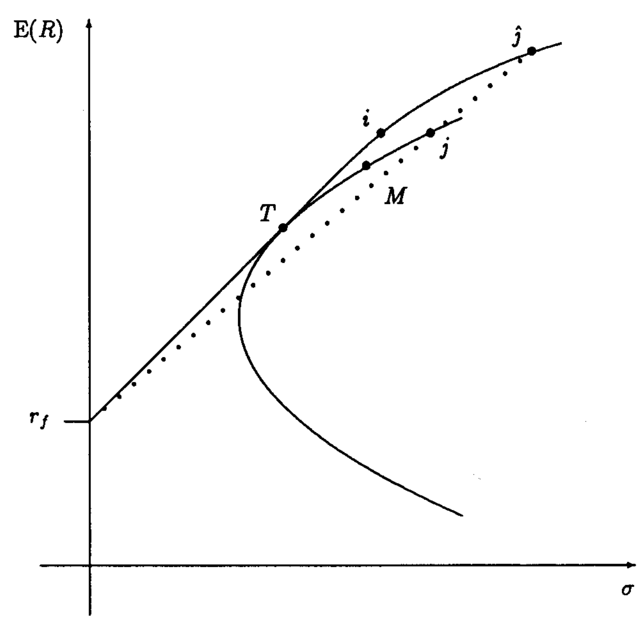
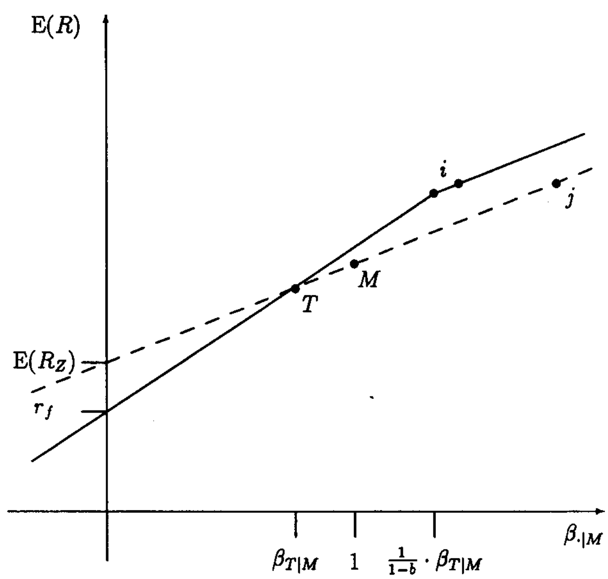


**Abbildung 9: Wertpapierkennlinie bei Kreditbeschränkung**




portefeuille T. Der Trade off zwischen erwarteter Rendite und nichtdiversifizierbarem Risiko bleibt linear, bis die Beleihungsgrenze den Anteil an Portefeuille T beschränkt. Anschliessend verläuft die Effizienzlinie ähnlich gekrümmt wie die Kurve der effizienten Mischungen aus riskanten Wertpapieren, aber gestreckt um die Beleihungsgrenze (vgl. Abbildung 8). Nur mässig risikoscheue Investoren präferieren Risikopositionen, die mit dem Tangentialportefeuille nicht erreichbar sind. Sie müssen daher teilweise kreditfinanzierte Positionen mit riskanteren Portefeuilles aufbauen.

Im Gleichgewicht liegt das Marktportefeuille oberhalb des Tangentialportefeuilles auf der Effizienzlinie für riskante Wertpapiere. Manche Anleger kombinieren die risikolose Anlage mit dem Tangentialportefeuille. Weniger risikoscheue Investoren mischen mit Wertpapieren, die über ein höheres Beta verfügen. Die erwarte Rendite des Zero Beta-Portefeuilles übersteigt daher den risikolos erzielbaren Zinssatz.

Die beschränkte Kreditaufnahme bewirkt ein ineffizientes Marktportefeuille. Da aber das Marktportefeuille auf der Kurve effizienter Zusammenstellungen riskanter Titel liegt, bleibt die Zero Beta-Version des CAPM gültig. Die Wertpapierkennlinie für diversifizierte Portefeuilles weist zwei Bereiche auf. Die Anleger erhalten für systematisches Risiko eine unterschiedliche Prämie, je nachdem ob sie die risikolose Anlage mit dem Tangentialportefeuille oder einem Portefeuille kombinieren, das ein höheres Beta besitzt (vgl. Abbildung 9).

Die Beleihungsgrenze sei mit b bezeichnet und nimmt Werte zwischen 0 und 100 % an. Beträgt sie 0, ist keine Kreditaufnahme möglich; beträgt sie 100 %, sind Kredite in unbeschränkter Höhe gestattet. Beide Extreme müssen nicht weiter verfolgt werden: Ohne Kreditaufnahmemöglichkeit existiert kein Sollzinssatz (vgl. Abschnitt 3.3), und für beliebige Kreditvolumina resultiert das Standard-CAPM.

Das Portefeuille $\hat{j}$ bestehe aus dem effizienten riskanten Portefeuille j und sei bis zur maximalen Höhe kreditfinanziert. Die erwartete Rendite beträgt:

$$\begin{aligned} E\left(R_{\hat{j}}\right) &= \frac{1}{1-b} \cdot E\left(R_j\right) - \frac{b}{1-b} \cdot r_f \\ &= E\left(R_{\hat{Z}}\right) + \beta_{\hat{j}\backslash M} \cdot \left(E\left(R_M\right) - E\left(R_Z\right)\right) \end{aligned}$$

mit $$E\left(R_{\hat{Z}}\right) = \frac{1}{1-b} \cdot E\left(R_Z\right) - \frac{b}{1-b} \cdot r_f$$

und $$\beta_{\hat{j}\backslash M} = \frac{1}{1-b} \cdot \beta_{j\backslash M}.$$

Die erwartete Rendite für kreditfinanzierte Überzeichnungen von Werten mit hohen Beta-Koeffizienten übersteigt (bei gleichem Portefeuille-Beta) die Renditeerwartung für Mischungen, die nur aus riskanten Titeln zustande kommen:

$$E\left(R_{\hat{j}}\right) - E\left(R_j\right) = E\left(R_{\hat{Z}}\right) - E\left(R_Z\right) = \left(E\left(R_Z\right) - r_f\right) \cdot \frac{b}{1-b}$$

für $\beta_{\hat{j}\backslash M} = \beta_{j\backslash M}$.

Der Abstand beider Kennlinien ist für hohe Beta-

Koeffizienten konstant; die Linien verlaufen dann parallel. Der Abstand wächst mit der Beleihungsgrenze. Er verringert sich, je näher Tangential- und Marktportefeuille zusammenrücken. Dann nimmt auch die Differenz zwischen erwarteter Zero Beta-Rendite und risikolosem Zinssatz ab.
Offenbar überprüft ein Test des CAPM für einzelne Wertpapiere die Zero Beta-Form der Wertpapierkennlinie. Diese Kennlinie ist flacher als die Verbindungslinie von risikolosem Zinssatz und Marktrendite. Der Effekt bleibt wieder verborgen, wenn als Indexportefeuille stellvertretend das Tangentialportefeuille herangezogen wird (vgl. Abschnitt 3.3). Für die Bewertung der Wertpapiere folgt in der Zero Beta-Version:

$$E(R_j) - r_f = \beta_{j\setminus T} \cdot \left(E(R_T) - r_f\right).$$

Für diversifizierte Portefeuilles gilt eine gleichlautende Beziehung, da nichtdiversifizierbare und systematische Risiken wieder identisch sind.

## 4. Fazit

Marktunvollkommenheiten können bei CAPM-Tests zu der Aussage führen, die Wertpapierkennlinie sei flacher als vermutet. Solche Abweichungen sind durch einen fehlspezifizierten Marktindex bzw. Leerverkaufsbeschränkungen erklärbar. Andere Ursachen liegen in einem unvollkommenen Markt für die risikolose Anlageform. Die Zero Beta-Version des CAPM liefert hier die korrekte Bewertung für einzelne Wertpapiere. Für Portefeuilles, die risikolose Bestandteile enthalten, sind systematische, marktinduzierte und nichtdiversifizierbare Risiken zu unterscheiden. Fallen die Risikoarten auseinander, so vergütet der Kapitalmarkt eine unterschiedliche Risikoprämie. Die 1980 von ANISE WALLACE unter dem Eindruck von RICHARD ROLLs Kritik gestellte Frage "Is Beta Dead?" muss insofern auf die Frage nach dem adäquaten Risikobegriff zurückgeführt werden.
Die Trennung der Risikobegriffe ist bedeutsam, wenn die Performance von Vermögensverwaltungen beurteilt wird. Risikoadjustierte Performance-Masse verwenden kapitalmarkttheoretischen Grundlagen: JENSENs Alpha oder TREYNORs Reward to Volatility Ratio basieren auf dem CAPM. Beide Masse müssen unterschiedliche Abschnitte der Wertpapierkennlinie berücksichtigen, wenn Portefeuilles diversifiziert sind. SHARPEs Reward to Variability Ratio beruht auf der Kapitalmarktgeraden. Um Verzerrungen durch Marktunvollkommenheiten zu begegnen, sind hier die verschiedenen Segmente der Effizienzlinie zu beachten.

## Anhang

### A1 Systematisches und nichtdiversifizierbares Risiko

Falls keine risikolose Anlage existiert, fallen systematische und nichtdiversifizierbare Risiken auseinander. Dies erkennt man schon daran, dass das systematische Risiko des Zero Beta-Portefeuilles null beträgt, während das nichtdiversifizierbare Risiko das Risiko des Minimum-Varianz-Portfeuilles (MVP) nicht unterschreiten kann, in jedem Fall also positiv bleibt. Für die nachfolgende Risikobetrachtung wählen wir daher das Minimum-Varianz-Portefeuille als Referenzportefeuille.
Effiziente Portefeuilles werden gemäss ihrem Beta-Koeffizienten $\beta_{j\setminus M}$ zusammengestellt, d.h. $\beta_{j\setminus M}$ gibt den wertmässigen Anteil am Marktportefeuille M und $(1-\beta_{j\setminus M})$ den Anteil am Zero Beta-Portefeuille Z an. Effiziente Portefeuilles weisen zu einer vorgegebenen erwarteten Rendite das geringstmögliche Risiko $Var_{min}(R_j)$ auf. Nach der Zero Beta-Version des CAPM gilt:

$$E(R_j) - E(R_Z) = \beta_{j\setminus M} \cdot \left(E(R_M) - E(R_Z)\right)$$

$$E(R_{MVP}) - E(R_Z) = \beta_{MVP\setminus M} \cdot \left(E(R_M) - E(R_Z)\right)$$

$$\Rightarrow E(R_j) - E(R_{MVP}) = \left(\beta_{j\setminus M} - \beta_{MVP\setminus M}\right) \cdot \left(E(R_M) - E(R_Z)\right).$$

Für das Minimum-Varianz-Portefeuille gelten folgende Formeln:

$$\beta_{MVP\setminus M} = \frac{Var(R_Z)}{Var(R_M) + Var(R_Z)};$$

$$\begin{aligned} Var(R_{MVP}) &= \beta^2_{MVP\setminus M} \cdot Var(R_M) \\ &\quad + (1 - \beta_{MVP\setminus M})^2 \cdot Var(R_Z) \\ &= \frac{Var(R_M) \cdot Var(R_Z)}{Var(R_M) + Var(R_Z)} \\ &= \beta_{MVP\setminus M} \cdot Var(R_M). \end{aligned}$$

Das Risiko eines effizienten Portefeuilles beträgt damit:

$$\begin{aligned} Var_{min}(R_j) &= \beta^2_{j\setminus M} \cdot Var(R_M) \\ &\quad + (1 - \beta_{j\setminus M})^2 \cdot Var(R_Z) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{Var_{min}(R_j)}{Var(R_M) + Var(R_Z)}$$

$$= \beta^2_{j\setminus M} - 2 \cdot \beta_{j\setminus M} \cdot \beta_{MVP\setminus M} + \beta_{MVP\setminus M}$$

$$\Rightarrow (\beta_{j\setminus M} + \beta_{MVP\setminus M})^2 = \frac{Var_{min}(R_j) - Var(R_{MVP})}{Var(R_M) + Var(R_Z)}.$$

Mit $\frac{1}{Var(R_M) + Var(R_Z)} = \frac{1 - \beta_{MVP\setminus M}}{Var(R_M)}$

liefert dies schliesslich:

$$E(R_j) - E(R_{MVP}) = \sqrt{Var_{min}(R_j) - Var\ (R_{MVP})} \cdot \frac{E(R_M) - E(R_Z)}{\sigma_M} \cdot \sqrt{1 - \beta_{MVP\setminus M}}.$$

## A2 Effiziente Portefeuilles und fehlspezifizierter Marktindex

Ein effizientes Portefeuille j weist bezüglich eines ineffizienten Index I folgenden Beta-Koeffizienten auf:

$$\begin{aligned} \beta_{i\setminus I} &= \frac{Cov(\beta_{i\setminus M} \cdot R_M + (1 - \beta_{i\setminus M}) \cdot R_Z, R_I)}{Var(R_I)} \\ &= \beta_{i\setminus M} \cdot \beta_{M\setminus I} + (1 - \beta_{i\setminus M}) \cdot \beta_{Z\setminus I} \\ &\Rightarrow \beta_{i\setminus M} = \frac{\beta_{i\setminus I} - \beta_{Z\setminus I}}{\beta_{M\setminus I} - \beta_{Z\setminus I}} \\ &\Rightarrow E(R_i) - E(R_Z) = \frac{\beta_{i\setminus I} - \beta_{Z\setminus I}}{\beta_{M\setminus I} - \beta_{Z\setminus I}} \cdot (E(R_M) - E(R_Z)). \end{aligned}$$

Die Steigung dieser Linie

$$(E(R_M) - E(R_Z))/(\beta_{M\setminus I} - \beta_{Z\setminus I})$$

hängt vom Beta-Koeffizienten des Index bezüglich des Zero Beta-Portefeuilles ab. Um diesen Koeffizienten zu bestimmen, betrachten wir folgende Bewertungsgleichungen und benutzen dabei den Umstand, dass das Zero Beta-Portefeuille von Z wieder M ist:

$$\begin{aligned} &E(R_I) - E(R_Z) = \beta_{I\setminus M} \cdot (E(R_M) - E(R_Z)) \\ &E(R_I) - E(R_M) = \beta_{I\setminus Z} \cdot (E(R_Z) - E(R_M)) \\ &\Rightarrow \beta_{I\setminus M} + \beta_{I\setminus Z} = 1. \end{aligned}$$

Die Steigung der Linie (4) ist positiv, falls gilt:

$$\begin{aligned} \beta_{M\setminus I} - \beta_{Z\setminus I} &= \beta_{I\setminus M} \cdot \frac{Var(R_M)}{Var(R_I)} - \beta_{I\setminus Z} \cdot \frac{Var(R_Z)}{Var(R_I)} \\ &= \frac{Var(R_M) + Var(R_Z)}{Var(R_I)} \cdot \left( \beta_{I\setminus M} - \underbrace{\frac{Var(R_Z)}{Var(R_M) + Var(R_Z)}}_{\beta_{MVP\setminus M}} \right) \\ &= \frac{E(R_I) - E(R_{MVP})}{E(R_M) - E(R_Z)} \cdot \frac{Var(R_M) + Var(R_Z)}{Var(R_I)} \rangle 0. \end{aligned}$$

Dies ist der Fall, wenn die erwartete Indexrendite die Minimim-Varianz-Rendite übersteigt.
Die Steigung der betrachteten Linie ist kleiner als die Steigung der tatsächlichen Wertpapierkennlinie, falls gilt:

$$\beta_{M\setminus I} - \beta_{Z\setminus I} \rangle 1$$

$$\Rightarrow E(R_I) - E(R_{MVP}) \rangle \frac{Var(R_I)}{Var(R_M) + Var(R_Z)} \cdot (E(R_M) - E(R_Z)).$$

## A3 Abweichung von der Wertpapierkennlinie bei fehlspezifiziertem Index

Zunächst ist der Beta-Koeffizient eines Wertpapiers bzw. Portefeuilles j bezüglich des ineffizienten Index I zu bestimmen, wobei die erwartete Indexrendite mit der erwarteten Rendite eines effizienten Portefeuilles M übereinstimmen soll, d.h. $\beta_{I\setminus M} = 1$. Der gesuchte Beta-Koeffizient ergibt sich dabei aus der Kovarianz zwischen Wertpapier- und Indexrendite bezogen auf die Varianz der Indexrendite:

$$R_j - R_Z = \beta_{j\setminus M} \cdot (R_M - R_Z) + \varepsilon_j$$
$$R_I - R_Z = \beta_{I\setminus M} \cdot (R_M - R_Z) + \varepsilon_I$$

$$\Rightarrow \quad \beta_{j\setminus I} = \frac{Cov\begin{pmatrix} \beta_{j\setminus M} \cdot R_M + (1 - \beta_{j\setminus M}) \cdot R_Z \\ + \varepsilon_j, R_M + \varepsilon_I \end{pmatrix}}{Var(R_I)}$$
$$= \frac{\beta_{j\setminus M} \cdot Var(R_M) + Cov(\varepsilon_j, \varepsilon_I)}{Var(R_I)}.$$

Für den Beta-Koeffizienten eines effizienten Portefeuilles i gilt wieder (mit $\beta_{I\setminus M} = 1 \Rightarrow \beta_{I\setminus Z} = 0$):

$$\beta_{i\setminus I} = \beta_{i\setminus M} \cdot \beta_{M\setminus I} + (1 - \beta_{i\setminus M}) \cdot \beta_{Z\setminus I}$$
$$= \beta_{i\setminus M} \cdot \frac{Var(R_M)}{Var(R_I)}$$

$$\Rightarrow E(R_i) - E(R_Z) = \beta_{i\setminus I} \cdot \frac{Var(R_I)}{Var(R_M)} \cdot (E(R_M) - E(R_Z)).$$

Bei gleichem Beta-Koeffizienten $\beta_{i\setminus I} = \beta_{j\setminus I}$ ergibt sich daraus folgende Differenz der erwarteten Renditen:

$$E(R_j) - E(R_i) = E(R_j) - E(R_Z) - \beta_{j\setminus I} \cdot \frac{Var(R_I)}{Var(R_M)} \cdot (E(R_M) - E(R_Z))$$
$$= E(R_j) - E(R_Z)$$
$$- \beta_{j\setminus M} \cdot (E(R_M) - E(R_Z))$$
$$- Cov(\varepsilon_j, \varepsilon_I) \cdot \frac{E(R_M) - E(R_Z)}{Var(R_M)}.$$

**Fussnoten**

[1] Vgl. etwa BLACK/JENSEN/SCHOLES (1972) und FAMA/MACBETH (1973).
[2] Vgl. etwa MÖLLER (1988).
[3] Vgl. etwa IBBOTSON/CARR/ROBINSON (1982).
[4] Vgl. BLACK (1974).
[5] Vgl. etwa LEHMANN/MODEST (1988).
[6] Vgl. etwa TURNBULL (1977).
[7] Vgl. LINTNER (1969).
[8] Vgl. BLACK (1972).
[9] Vgl. etwa MILLER/SCHOLES (1972).
[10] Vgl. ROLL (1977) und (1978).
[11] Vgl. etwa UHLIR (1981).
[12] Vgl. DYBVIG/ROSS (1985).
[13] Vgl. LEVY (1983) und SCHNABEL (1984).
[14] Wird das Leerverkaufsverbot aufgehoben, steht eine grössere Anzahl an Wertpapieren zum Verkauf. Durch die Mengenerhöhung verschiebt sich die Angebotskurve, und es resultiert ein niedrigerer Gleichgewichtspreis.
[15] Vgl. BRENNAN (1971) und ROSS (1977).
[16] Vgl. auch BLUME/FRIEND (1973).
[17] Vgl. BLACK (1972).

**Literatur**


BLACK, F. (1972): "Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing'', Journal of Business 45, pp. 444-455.
BLACK, F. (1974): "International Capital Market Equilibrium with Investment Barriers'', Journal of Financial Economics 1, pp. 337-352.
BLACK, F. (1993a): "Beta and Return'', Journal of Portfolio Management 20, Fall, pp. 8-18.
BLACK, F. (1993b): "Estimating Expected Return'', Financial Analysts Journal 49, September/October, pp. 36-38.
BLACK, F., M.C. JENSEN und M. SCHOLES (1972): "The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests'', in: M.C. Jensen (Hrsg.), Studies in the Theory of Capital Markets, New York, Praeger, pp. 79-121.
BLUME, M.E. und I. FRIEND (1973): "A New Look at the Capital Asset Pricing Model'', Journal of Finance 28, pp. 19-33.
BRENNAN, M.J. (1971): "Capital Market Equilibirium with Divergent Borrowing and Lendig Rates'', Journal of Financial and Quantitative Analysis 6, pp. 1197-1205.
DYBVIG, P.H. und S.A. ROSS (1985): "The Analytics of Performance Measurement Using a Security Market Line'', Journal of Finance 40, pp. 401-416.
FAMA, E.F. und K.R. FRENCH (1992): "The Cross-Section of Expected Stock Returns'', Journal of Finance 47, pp. 427-465.
FAMA, E.F. und J.D. MACBETH (1973): "Risk, Return, and Equilibrium: Empirical Tests'', Journal of Political Economy 81, pp. 607-636.
GRINOLD, R.C. (1993): "Is Beta Dead Again?'', Financial Analysts Journal 49, July/August, pp. 28-34.
IBBOTSON, R.G., R.C. CARR und A.W. ROBINSON (1982): "International Equity and Bond Returns'', Financial Analysts Journal 38, July/August, pp. 61-83.
LEHMANN, B.N. und D.M. MODEST (1988): "The Empirical Foundations of the Arbitrage Pricing Theory'', Journal of Financial Economics 21, pp. 213-254.
LEVY, H. (1983): "The Capital Asset Pricing Model: Theory and Empiricism'', Economic Journal 93, pp. 145-165.
LINTNER, J. (1969): "The Aggregation of Investors's Diverse Judgments and Preferences in Purely Competitive Security Markets'', Journal of Financial and Quantitative Analysis 4, pp. 347-400.
MILLER, M.H. und M. SCHOLES (1972): "Rates of Return in Relation to Risk: A Re-Examination of Some Recent Findings'', in: M.C. Jensen (Hrsg.), Studies in the Theory of Capital Markets, New York, Praeger, pp. 47-78.
MÖLLER, H.P. (1988): "Die Bewertung risikobehafteter Anlagen an deutschen Wertpapierbörsen'', Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung 40, pp. 779-797.
ROLL, R. (1977): "A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests'', Journal of Financial Economics 4, pp. 129-176.
ROLL, R. (1978): "Ambiguity When Performance is Measured by the Securities Market Line'', Journal of Finance 33, pp. 1051-1069.
ROLL, R. und S.A. ROSS (1994): "On the Cross-sectional Relation between Expected Returns and Betas'', Journal of Finance 49, pp. 101—121.
ROSS, S.A. (1977): "The Capital Asset Pricing Model (CAPM), Short-Sale Restrictions and Related Issues'', Journal of Finance 32, pp. 177-183.
SCHNABEL, J.A. (1984): "Short Sales Restrictions and the Security Market Line'', Journal of Business Research 12, pp. 87-96.
TURNBULL, S.M. (1977): "Market Imperfections and the Capital Asset Pricing Model'', Journal of Business Finance & Accounting 4, pp. 327-337.
UHLIR, H. (1981): "Portefeuillemanagement und Anlageerfolgsbeurteilung'', in: G. Seicht (Hrsg.), Management und Kontrolle, Berlin, Duncker & Humblot, pp. 529-569.