

# Value at Risk, Eigenkapitalausstattung und Zinsstrukturrisiken

## 1. Einleitung

Die Bedeutung von Marktrisiken im Sinne von Marktwertschwankungen einzelner Bilanzpositionen bzw. des Eigenkapitals und deren Konsequenzen für die Erfolgs- und Wertentwicklung einer Bank sind in jüngerer Zeit vermehrt in den Mittelpunkt des Interesses von Bankmanagement und Bankaufsicht, von Wissenschaft und Praxis gerückt. Dabei zeigen sowohl die Aktivitäten des Bankmanagements als auch der Bankaufsicht, dass der Analyse von Zinsrisiken ein besonderes Augenmerk zugewendet wird. Die anstehenden Vorschläge der Bankaufsichtsbehörden, Zinsrisiken in die Kontroll- und Eigenmittelregimes miteinzubinden, unterstreichen dies zusätzlich. Der Bankensektor selbst unternimmt entsprechende Anstrengungen sowohl im Rahmen des Managements der Handelspositionen als auch auf Gesamtbilanzebene. Dabei sind die Entwicklungen in der Bankpraxis selbst aber auch in der Kommunikation zwischen Aufsicht und Banken von einer Methodendiskussion um die korrekte Quantifizierung des Zinsrisikos geprägt. So favorisiert die Aufsicht die zur Zeit in der Bankenwelt am weitesten verbreiteten MACAULAY-Duration-Ansätze, welche ausschliesslich parallele Verschiebungen der gesamten Zinsstruk-

tur abzubilden vermögen. Dieses Vorgehen ist im Lichte der Umsetzbarkeit und Realisierbarkeit sowie der Heterogenität des Bankenmarktes zu befürworten. Daneben sollten aber sophisticatedere Ansätze alternativ bzw. ergänzend eingesetzt werden können.[1] Gerade Banken, die grosse Handelsbestände im Zinsbereich halten oder gar als Market Maker für zinsderivate Anlagen auftreten, haben ohnehin keine andere Wahl, wenn sie den mit diesen Geschäften verbundenen Risiken Herr bleiben wollen. Der vorliegende Artikel stellt unter Kombination von drei Methoden einen Ansatz dar, der die tatsächliche Risikoexposition in bezug auf komplexe, d.h. nicht parallele Zinsstrukturänderungen und ihre Auswirkungen auf die Marktwertschwankungen des Eigenkapitals abzubilden vermag. Der verwendete Ansatz modelliert sämtliche zinsabhängigen Anlagen als Derivate relativ zur geltenden Zinsstruktur.[2] Die Sensitivität des Marktwertes der einzelnen Anlagen gegenüber Veränderungen der Zinsstruktur wird mit der sogenannten Key Rate Duration abgebildet. Für die Quantifizierung der Zinsstrukturänderungen selbst werden Faktormodelle eingesetzt. Diese statistische Methode erlaubt die Identifikation "typischer" Zinsstrukturänderungen aufgrund historischer Daten. Um die Auswirkungen auf den Marktwert der einzelnen Positionen bzw. auf das Eigenkapital abzubilden, kommt das Value at Risk-Konzept zur Anwendung. Über die Kombination dieser drei Methoden - Key Rate Durations, Faktormodelle, Value at Risk - gelingt

\* Ich danke Stefan Jaeger und Heinz Zimmermann für die Anregungen und die Diskussionsbeiträge.

die Quantifizierung des Zinsstrukturänderungsrisikos auf der Ebene von relativen und absoluten Marktwertveränderungen. Diese Risikogrösse kann sowohl für die interne Allokation von Eigenkapital (Produktekalkulation, Shareholder Value Management) als auch für die Berechnung von Eigenmittelunterlegungen Verwendung finden. Die als Bausteine verwendeten Methoden werden nur im Rahmen des Notwendigen ausgeführt; für eine vertiefte Darstellung sei auf die entsprechenden Artikel verwiesen: Eine Einführung in die konsistente Bewertung zinsderivater Anlagen bietet LEITHNER (1991), einen Einstieg in den Key Rate Duration-Ansatz vermittelt HO (1992). Die entsprechenden Artikel zum Einsatz von Faktormodellen stammen von LITTERMAN/SCHINKMAN (1991) bzw. von BÜHLER/ZIMMERMANN (1994). Der in dieser Arbeit vorgestellte Ansatz wird im Rahmen einer Asset- & Liability-Management Betrachtung dargestellt. Die Anwendung für isolierte Bilanzpositionen folgt durch entsprechende Vereinfachungen direkt aus der hier dargestellten Vorgehensweise. Im ersten Abschnitt wird das Value at Risk-Konzept als globale Risikomessgrösse dargestellt. In den Abschnitten zwei und drei wird die Ausgangssituation der Bank erfasst, worauf in Abschnitt vier und fünf die Auswirkungen komplexer Zinsstrukturänderungen modelliert werden. Die Ausführungen in den Abschnitten zwei bis fünf werden durch ein einfaches Zahlenbeispiel illustriert. Die Zusammenfassung in Abschnitt sechs beschliesst die vorliegende Arbeit.

## 2. Value at Risk

Die Analyse von Marktrisiken ist nur unter konsequenter Verwendung des Marktwertprinzipes sinnvoll. Um die Auswirkungen möglicher komplexer Zinsstrukturänderungen quantifizieren und in einem nächsten Schritt untereinander vergleichen zu können, bedarf es dazu einer geeigneten Messgrösse. Eine solche Messgrösse muss verschiedene konzeptionelle Anforderungen erfüllen:

### *Marktwertorientierung:*

Veränderungen des Marktwertes der einzelnen Bilanzpositionen bzw. des Eigenkapitals stellen das letztlich relevante Risiko einer Bank dar. Die konsequente Verwendung von Marktwerten bzw. von Marktwertveränderungen führt zu objektiven und eindeutigen Aussagen über das Ausmass des von der Bank getragenen Risikos.

### *Vergleichbarkeit:*

Eine geeignete Messgrösse erlaubt den Vergleich zwischen verschiedenen Szenarien möglicher Umweltveränderungen und über verschiedene Abteilungen/Produktesparten bzw. Banken hinweg. Diese Anforderung hängt untrennbar mit dem Aspekt der Marktwertorientierung zusammen: Die Kondensation der Auswirkungen verschiedener Szenarien in die eine Messgrösse der Marktwertveränderung gewährleistet die gewünschte Vergleichbarkeit.

### *Modularität:*

Die Messgrösse muss es erlauben, Szenarien unterschiedlicher Intensität konsistent abzubilden. So wird unten gezeigt, wie typische Zinsstrukturänderungen, die historisch 90%, 95% oder 99% aller beobachteten Zinsstrukturänderungen umfassten, modelliert werden können. Des weiteren sollen auch (scheinbar) unverbundene Risiken verknüpft und über dieselbe Messgrösse quantifiziert werden können. So könnten in einem Obligationenportfolio nebst Zinsstrukturänderungen auch gleichzeitig Schuldnerausfallrisiken untersucht werden. Dieser letzte, mehrdimensionale Ansatz wird im Rahmen dieser Arbeit nicht mehr weiter verfolgt.[3] und Risiken hinweg als globale Risikokennzahl verwendet werden. Eine Messgrösse, welche die formulierten Anforderungen erfüllt, ist das im weiteren verwendete Value at Risk-Konzept. Die Messgrösse Value at Risk (VaR) quantifiziert die Marktwertveränderung, die für eine gegebene Sensitivität gegenüber spezifischen Szenarien zu gewärtigen ist. Allgemein kann der VaR-Ansatz gemäss Gleichung (1) dargestellt werden:

$$\text{VaR} = V \cdot s \cdot \Delta f \quad (1)$$

Dabei misst  $s$  die prozentuale Sensitivität des aktuellen Marktwertes  $V$  in Reaktion auf Veränderungen des wertbestimmenden Einflussfaktors  $f$  um einen Prozent. Über  $\Delta f$  kann nun eine beliebige Veränderung von  $f$  abgebildet werden. Sobald über  $\Delta f$  verlässliche Verteilungsaussagen gemacht werden können, kann die Interpretation des VaR-Ansatzes im weiteren um die Idee des Ausfallrisikos erweitert werden.[4] Wählt man  $\Delta f$  beispielsweise in der Grösse von zwei Standardabweichungen der annahmegemäss dem Einflussfaktor zugrundeliegenden Normalverteilung, misst der VaR jene Marktwertschwankung, welche nur in 5% aller Fälle überschritten wird. Dieses Konzept ist besonders hilfreich für die Formulierung von Limiten und die Quantifizierung von Eigenmittelunterlegungen. Nachdem nun eine verwendbare Messgrösse gefunden ist, sollen in den folgenden Abschnitten die für die Modellierung von komplexen Zinstrukturrisiken und deren Marktwertkonsequenzen auf Ebene des Eigenkapitals einer Bank notwendigen Informationen für  $V$ ,  $s$  und  $\Delta f$  erarbeitet werden.

### 3. Bilanzpositionen und Marktwert des Eigenkapitals

Um die notwendige Bestimmung der aktuellen Vermögenslage der Bank vornehmen zu können, müssen in einem ersten Schritt die Marktwerte aller risikorelevanten Positionen erfasst und aggregiert werden. Risikorelevante Positionen sind jene von der Bank eingegangenen vertraglichen Bindungen, deren Marktwert von der jeweils aktuellen Zinsstruktur bzw. deren Veränderung abhängt. Das die Ausführungen begleitende Zahlenbeispiel basiert auf folgender Marktwertbilanz einer hypothetischen Bank:

Aktiva		Passiva	
Kurzfristige Ausleihungen	50	Kurzfristige Einlagen	92
Wertschriften	50	Eigenkapital	8

Allgemein entsteht der Marktwert sämtlicher risikorelevanter Aktiven  $A$  über die Addition der einzelnen Aktiva von 1 bis  $M$ . Gleichung (2) liefert für  $A$  das Resultat dieser Addition über die Multiplikation des Vektors  $\mathbf{a}$ , der als Elemente die Marktwerte der einzelnen Aktiva enthält, mit dem Einheitsvektor:

$$A = \mathbf{a} \cdot \mathbf{1}_M = (50 \quad 50) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 100 \quad (2)$$

(Für die Notation werden durchgehend Vektoren und Matrizen verwendet. Klein geschriebene, fett gedruckte Buchstaben bezeichnen Vektoren, gross geschriebene Matrizen. Indizes dienen der Identifikation der Variablen.) Über die entsprechende Multiplikation in Gleichung (3) erhält man den Marktwert sämtlicher risikorelevanter Fremdkapitalpositionen  $L$ , aggregiert über die einzelnen Positionen 1 bis  $N$ :

$$L = \mathbf{l} \cdot \mathbf{1}_N = (92) \cdot (1) = 92 \quad (3)$$

mit:  $N=1$  in diesem Beispiel

Der  $N \times 1$  Vektor  $\mathbf{e}$  enthält als Elemente wiederum die Marktwerte der einzelnen Fremdkapitalpositionen, der Einheitsvektor mit Dimension  $N$  dient lediglich der Aufsummierung. Der Marktwert des Eigenkapitals EK ist als Residualgrösse über die Differenz zwischen dem Marktwert der Aktiven  $A$  und dem Marktwert der Fremdkapitalien  $L$  definiert:

$$\text{EK} = A - L = 100 - 92 = 8 \quad (4)$$

Aktiven von 100 stehen Fremdkapitalien im Umfang von 92 und eigene Mittel von 8 Einheiten gegenüber. Der so berechnete Marktwert des Eigenkapitals wird im weiteren Verlauf als Risikokapital

verstanden, das sämtliche nach der Aggregation über Aktiv- und Fremdkapitalpositionen verbleibenden Marktwertschwankungen in Reaktion auf komplexe Zinsstrukturänderungen aufzufangen hat. Dieses Residualrisiko muss auf dem Kapitalmarkt für Eigenkapital über eine risikoadjustierte Rendite abgegolten werden, und steht daher im Mittelpunkt des Interesses von Aktionären und Management und ist Gegenstand des Shareholder Value Managements.[5] Aber auch die Aufsicht konzentriert sich auf das Residualrisiko, da die Risikoabsorptionsfähigkeit des Eigenkapitals letztlich über die Eigenständigkeit einer Bank entscheidet. Nachdem in diesem Abschnitt die Ausgangssituation der Bank in bezug auf die Marktwerte der Aktiv- und Fremdkapitalpositionen und insbesondere der Residualgröße Eigenkapital berechnet wurde, wird im nächsten Schritt die Sensitivität dieser Marktwerte gegenüber komplexen Zinsstrukturänderungen bestimmt.

#### 4. Key Rate Duration-Profil des Eigenkapitals

Es ist allgemein üblich, die Sensitivität von Marktwerten gegenüber Zinsänderungen durch entsprechende Kennzahlen auszuweisen. Das bekannteste Beispiel stellt die MACAULAY-Duration dar, welche über die Cashflowstruktur der einzelnen Position eine Aussage über die Sensitivität des Marktwertes gegenüber Zinsänderungen ausweist. Die Anwendbarkeit der MACAULAY-Duration ist aber auf Instrumente mit deterministischen Cashflows wie etwa Bullet Bonds beschränkt.

Allgemeingültiger und auch für Instrumente ohne deterministische Cashflows - wie etwa Optionen - einsetzbar, ist hingegen die Kennzahl der sogenannten Effective Duration[6]: Die Effective Duration misst die Sensitivität des Marktwertes gegenüber parallelen Zinsstrukturänderungen. Weist eine Bilanzposition eine Effective Duration von 3 auf, geht der Marktwert dieser Position in Reaktion auf eine Zinserhöhung über alle Laufzeiten um 100 Basispunkte um 3% zurück. Im weiteren soll nun die einengende Annahme paralleler Zinsstrukturände-

rungen aufgehoben werden, ohne die hohe Praktikabilität von Sensitivitätskennzahlen aufzugeben. Ein entsprechendes Konzept wurde durch HO (1992) mit den sogenannten Key Rate Durations vorgestellt. Dabei wird die gesamte Zinsstruktur in eine endliche Anzahl von Zeitabschnitten zerlegt. Danach wird jedem einzelnen Zeitabschnitt ein Zinssatz, eine sogenannte Key Rate zugewiesen, womit eine diskrete Beschreibung der Zinsstruktur erreicht wird. Die vorgenommene Einteilung der Zinsstruktur in einzelne Zeitabschnitte bzw. die anschliessend erfolgende diskrete Beschreibung durch einzelne Key Rates sollte eine möglichst genaue Annäherung an die tatsächliche Zinsstruktur gewährleisten. Vorzugsweise werden daher Zeitabschnitte gewählt, für die am Geld- bzw. Kapitalmarkt aktiv gehandelte Zinssätze als Key Rates zur Verfügung stehen, die einen hohen Informationsgehalt aufweisen. In einem weiteren Schritt wird die Sensitivität des Marktwertes gegenüber Veränderungen jeder einzelnen Key Rate bestimmt und sinngemäss als Key Rate Duration bezeichnet.

Mittels dieser Repräsentation der gesamten Zinsstruktur durch einzelne Key Rates können nun über deren Veränderung auch komplexe Zinsstrukturänderungen modelliert werden. Man stelle sich vereinfachend vor, die Zinsstruktur werde durch eine kurzfristige, eine mittelfristige und eine langfristige Key Rate abgebildet. Über ein Absinken der kurzfristigen Key Rate, ein Gleichbleiben der mittelfristigen Key Rate und ein Ansteigen der langfristigen Key Rate kann etwa eine Steigungsänderung der Zinsstruktur modelliert werden. Entscheidend ist aber, dass dank den Key Rate Durations auch die Marktwertveränderungen in Reaktion auf solche nicht parallele, komplexe Zinsstrukturänderungen errechnet werden können.[7] Der Vektor der Key Rate Durations über sämtliche Key Rates wird im folgenden als Key Rate Duration-Profil bezeichnet. Für die Berechnung der Key Rate Duration-Profile der einzelnen Positionen müssen in der Regel Bewertungsmodelle eingesetzt werden. Nur für Instrumente mit deterministischen Cashflows genügt die einfache Abdiskontierungsarithmetik.[8] Im Zah-

lenbeispiel werden unter Verwendung von 11 Key Rates die in Tabelle 1 dargestellter Key Rates Duration-Profile unterstellt.

Als Key Rates wurden fünf Monatssätze im Bereich bis zu einem Jahr und sechs Jahressätze im überjährigen Bereich ausgewählt. Für die kurzfristigen Ausleihungen wird angenommen, dass sie einer Festkreditposition auf drei Monate entsprechen. Sie können somit in bezug auf die Zinsrisikosensitivität mit einem Zero Bond verglichen werden, bei dem die Effective Duration gerade dem Verfall entspricht. HO (1992) zeigt, dass das Key Rate Duration-Profil eines Zero Bonds der Effective Duration auf Verfall der Anlage entspricht. Das Wertschriftenportfolio wird durch eine 6%-Coupon-Obligation mit 5 Jahren und 4 Monaten Restlaufzeit repräsentiert. Die Effective Duration dieser Obligation beträgt 4.585.[9] Für die kurzfristigen Einlagen wird ein fester Verfall von 6 Monaten angenommen. Das Key Rate Duration-Profil beruht wiederum auf der Anlehnung an Zero Bonds. Ziel dieses Abschnittes ist es, das Key Rate Duration-Profil des Eigenkapitals zu berechnen, um eine Aussage über die Sensitivität des Marktwertes des Eigenkapitals gegenüber komplexen Zinsstrukturänderungen gewinnen zu können. Es wird unterstellt, dass für die Berechnung der Key Rate Duration-Profile der Aktiv- und Fremdkapitalpositionen J Key Rates verwendet wurden. Die Key Rate Duration-Profile der Aktiva wurden durch die MxJ Matrix  $D_A$  dargestellt. Das Element in Zeile m und Spalte j misst also die Sensitivität des Marktwertes der m-ten Aktivposition gegenüber einer Veränderung der j-ten Key Rate. HO (1992) zeigt, dass auch Key Rate Duration-Profile wie die Effective Duration über eine lineare Gewichtung aggregiert werden können. Gleichung

(5) berechnet das Key Rate Duration-Profil der aggregierten Aktiva  $d_A$  über die Multiplikation des an der gesamten Aktivsumme A gewichteten Vektors der Marktwerte der einzelnen Bilanzpositionen  $a$  mit der Matrix  $D_A$  der Key Rate Duration-Profile der einzelnen Bilanzpositionen:

$$\begin{aligned}
 d_A &= \frac{1}{A} \cdot a \cdot D_A \\
 &= \frac{1}{100} \cdot (50 \quad 50) \\
 &\cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0.25 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.012 & \dots & 3.431 & 0.674 & 0 \end{pmatrix} \\
 &= (0 \quad 0 \quad 0.131 \quad 0.003 \quad 0.023 \\
 &\quad 0.049 \quad 0.071 \quad 0.09 \quad 1.716 \quad 0.337 \quad 0)
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

Über ein entsprechendes Vorgehen kann auch der Vektor  $d_L$  gewonnen werden, der das Key Rate Duration-Profil der Fremdkapitalpositionen beschreibt. Gemäss den Zusammenhängen des Duration Gap Managements[10] wird in Gleichung (6) das Key Rate Duration-Profil des Gaps bestimmt.

**Tabelle 1: Key Rate Duration-Profile**

	1 M	2 M	3 M	6 M	12 M	2 J	3 J	4 J	5 J	7 J	10 J
Kfr. Ausleihungen	0	0	0.25	0	0	0	0	0	0	0	0
Wertschriften	0	0	0.012	0.006	0.045	0.098	0.141	0.180	3.431	0.674	0
Kfr. Einlagen	0	0	0	0.5	0	0	0	0	0	0	0

$$\begin{aligned}
 \mathbf{d}'_{GAP} &= \mathbf{d}'_A - \frac{L}{A} \cdot \mathbf{d}'_L \\
 &= (0 \quad 0 \quad 0.131 \quad \dots \quad 1.716 \quad 0.337 \quad 0) \\
 &\quad - \frac{92}{100} \cdot (0 \quad 0 \quad 0 \quad 0.5 \quad 0 \\
 &\quad \cdot (0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0) \\
 &= (0 \quad 0 \quad 0.131 \quad -0.457 \quad 0.023 \quad 0.049 \\
 &\quad 0.071 \quad 0.09 \quad 1.716 \quad 0.337 \quad 0)
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

Der  $J \times 1$  Vektor  $\mathbf{d}'_{GAP}$  nimmt dabei das aus der Differenz zwischen den Key Rate Duration-Profilen der Aktiven und der Fremdkapitalpositionen resultierende und um den Leverage  $L/A$  adjustierte Key Rate Duration-Profil des Gaps auf. Gleichung (7) zeigt abschliessend die Multiplikation des Key Rate Duration-Profiles des Gaps mit  $A/EK$ , was als Resultat im Vektor  $\mathbf{d}'_{EK}$  das gesuchte Key Rate Duration-Profil des Eigenkapitals liefert:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{d}'_{EK} &= \frac{A}{EK} \cdot \mathbf{d}'_{GAP} \\
 &= \frac{100}{8} \cdot (0 \quad 0 \quad 0.131 \quad -0.457 \quad \dots \\
 &\quad 0.09 \quad 1.716 \quad 0.337 \quad 0) \\
 &= (0 \quad 0 \quad 1.638 \quad -5.713 \quad 0.281 \quad 0.613 \\
 &\quad 0.881 \quad 1.125 \quad 21.444 \quad 4.213 \quad 0)
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

Die Bestimmung der Ausgangssituation der Bank für die Quantifizierung der Marktwertkonsequenzen von Zinsstrukturänderungen ist somit abgeschlossen, sowohl der aktuelle Marktwert des Eigenkapitals als auch die gegebene Sensitivität dieses Marktwertes gegenüber komplexen Zinsstrukturänderungen aufgrund des Key Rate Duration-Profiles in  $\mathbf{d}'_{EK}$  sind bekannt. Der Marktwert des Eigenkapitals reagiert beispielsweise mit einer Sensitivität von 21.444 auf Veränderungen der 5 Jahres

Key Rate. Sinkt sie um 10 Basispunkte und bleiben alle anderen Key Rates konstant, steigt der Marktwert des Eigenkapitals um 2.14%. Gemäss dem Value at Risk-Konzept in Gleichung (1) sind nun  $V$  und  $s$  bestimmt. Was nun noch fehlt, ist die Kombination dieses Produktes zwischen  $V$  und  $s$  mit Veränderungen des wertbestimmenden Einflussfaktors  $\Delta f$ , d.h. mit möglichen bzw. typischen komplexen Zinsstrukturänderungen.

### 5. Beschreibung komplexer Zinsstrukturänderungen

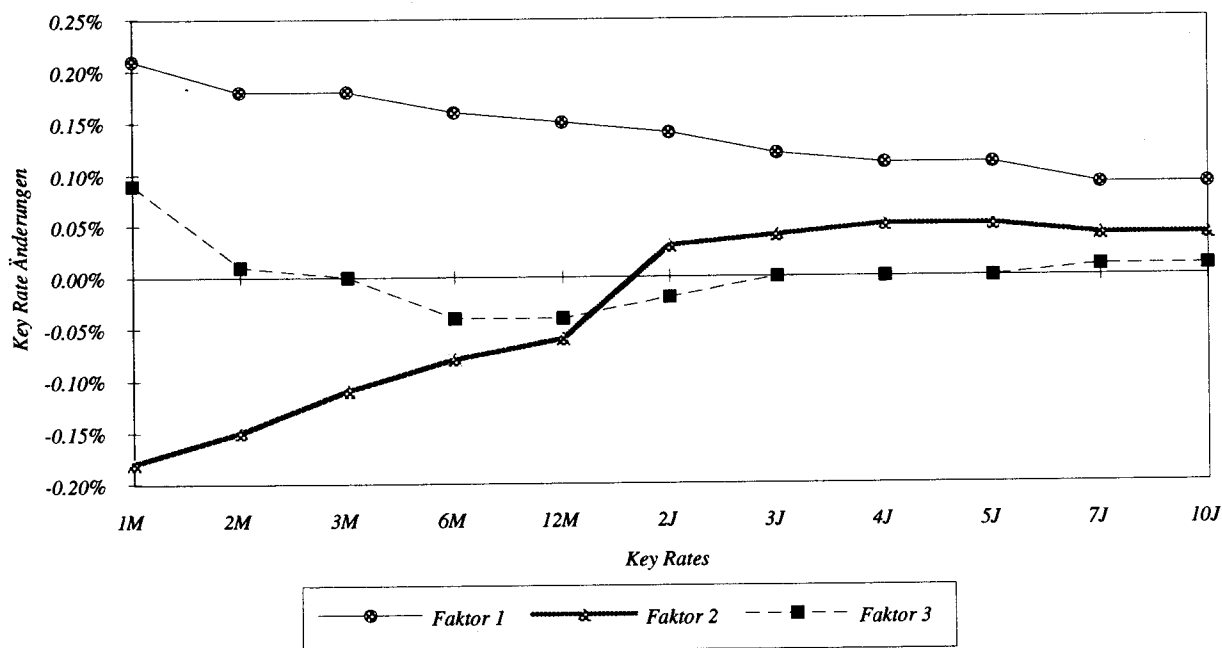
Da im hier gewählten Ansatz die Zinsstruktur durch die einzelnen Zeitabschnitten zugeordneten Key Rates beschrieben wird, können komplexe, d.h. nicht parallele Zinsstrukturänderungen direkt als Kombination aus den Veränderungen der einzelnen Key Rates dargestellt werden. Dabei stehen grundsätzlich zwei unterschiedliche Vorgehensweisen zur Verfügung. Einerseits können über die freie Veränderung der Key Rates direkt individuell erwartete aber historisch nicht notwendigerweise abgestützte Szenarien abgebildet werden. Dieses Vorgehen ist etwa sinnvoll, um die Marktwertkonsequenzen von Zinserwartungen bzw. Zinsprognosen abschätzen zu können oder um eigentliche "Zins-Crashes" modellieren zu können. Diese Vorgehensweise soll im folgenden als Schock-Szenario bezeichnet werden. Für die Formulierung von Risikolimiten und die Festlegung einer risikoadäquaten Eigenkapitalallokation sollten aber Zinsstrukturänderungen verwendet werden, die typischerweise am Kapitalmarkt beobachtet werden können. Nur so kann abgeschätzt werden, mit welchen Marktwertschwankungen man durchschnittlich zu rechnen hat, und nur auf dieser Basis kann eine strategische Risikosteuerung vorgenommen werden. Solchermassen festgelegte Zinsstrukturänderungen sollen im folgenden als Faktor-Szenario bezeichnet werden. Ein Überblick über die Literatur zeigt, dass sich seit LITTERMAN/SCHEINKMAN (1990) die Faktoranalyse als Methode für die Beschreibung und Quantifizierung typischer Zinsstrukturänderungen

durchgesetzt hat.[11] Die Faktoranalyse führt typische Grundmuster von Zinsstrukturänderungen auf a priori unbekannte, statistisch aber quantifizierbare Faktoren zurück. BÜHLER/ZIMMERMANN (1994) zeigen, dass mit einer im Vergleich zur klassischen Faktoranalyse modifizierten Vorgehensweise qualitativ bessere Resultate gewonnen werden können. Ihre auf die Korrelationsmatrix abgestützte Faktoranalyse (standardisierte Faktoranalyse) stellt insbesondere den äquivalenten Einbezug kurz- und langfristiger Zinssätze sicher. Führt man die standardisierte Faktoranalyse direkt mit historischen Key Rate Daten durch, können die erhaltenen Faktorsensitivitäten als ex post typische Veränderungen der Key Rates interpretiert werden. Aufgrund der Konstruktion der standardisierten Faktoranalyse sind die Faktoren normalverteilt mit  $N(0,1)$ . Die Faktoranalyse wird zweckmässigerweise so durchgeführt, dass die Faktorsensitivitäten als Key Rate Änderungen bei einem 1-Sigma-Shift der Faktoren interpretiert werden können, was in 68% aller Fälle die beobachtbaren Veränderungen

abdeckt. Über die Verdoppelung bzw. Verdreifachung der Faktorsensitivitäten bzw. der Key Rate Änderungen können Zinsstrukturänderungen abgebildet werden, die in 95% bzw. in 99% aller Fälle die historischen Zinsstrukturänderungen abdecken. Diese Beziehung erlaubt es auf Ebene des VaR, den Ausfallrisiko-Ansatz anzuwenden, obwohl die der standardisierten Faktoranalyse zugrundeliegenden Zinsen nicht normalverteilt sind. Zur Illustration zeigt Abbildung 1 die Faktorsensitivitäten einer entsprechenden Analyse dargestellt als Veränderungen der Key Rates in Prozenten. Die ausgewählten Key Rates finden sich auf der Abszisse, die Ordinate zeigt die Key Rate Änderungen bei einem 1-Sigma-Shift der einzelnen Faktoren.

In der folgenden Tabelle finden sich die für die weiteren Berechnungen verwendeten und auch der Abbildung zugrundeliegenden Resultate von BÜHLER/ZIMMERMANN (1994) für den schweizerischen Geld- und Kapitalmarkt. In Prozenten dargestellt, präsentieren sich die Faktorsensitivitäten gemäss Tabelle 2. [13]

Abbildung 1: Faktorsensitivitäten für schweizerische Zinssätze [12]



Quelle: BÜHLER/ZIMMERMANN (1994)

Aufgrund der Ausführungen dieses Abschnittes können nun sowohl individuell erwartete Zinsstrukturänderungen (Schock-Szenarien) als auch ex post als typisch zu bezeichnende Zinsstrukturänderungen (Faktor-Szenarien) bestimmt werden. Im Value at Risk-Konzept aus Gleichung (1) stellen diese Szenarien die Quantifizierung von  $\Delta f$  dar.

## 6. Marktwertkonsequenzen komplexer Zinsstrukturänderungen

In den Abschnitten zwei bis vier wurden sämtliche Parameter des Value at Risk-Konzeptes für die Abschätzung von Marktwertkonsequenzen komplexer Zinsstrukturänderungen auf Ebene des als Residualgrösse berechneten Eigenkapitals einer Bank bestimmt. In den beiden folgenden Unterabschnitten werden diese Grundlagen nun zur Bestimmung des Value at Risk bei Schock- und Faktor-Szenarien zusammengefügt.

### 6.1 Marktwertkonsequenzen von Schock-Szenarien

In der gewählten Key-Rate-Duration-Methode kann eine individuell erwartete Zinsstrukturänderung als Veränderung jeder einzelnen Key Rate modelliert werden. Diese frei spezifizierbaren absoluten Änderungen werden in den  $J \times 1$  Vektor  $\mathbf{k}_{IND}$  abgelegt. Gemäss dem in Gleichung (1) gesetzten Rahmen wird in einem ersten Schritt in Gleichung (8) die

Entsprechung für das Produkt  $s \cdot \Delta f$  quantifiziert:

$$\Delta EK_{REL,IND} = \mathbf{d}_{EK} \cdot \mathbf{k}_{IND} \cdot \frac{-1}{100} \quad (8)$$

Dabei misst  $\mathbf{d}_{EK}$  die Sensitivität des Marktwertes des Eigenkapitals relativ zu komplexen Zinsstrukturänderungen, die in  $\mathbf{k}_{IND}$  enthalten sind. Der Faktor (-1) wird benötigt, um die inverse Beziehung zwischen zinsabhängigen Marktwerten und Zinsänderungen abzubilden; der Faktor (1/100) erbringt die geforderte Umrechnung in Prozente. Als Resultat erhält man in  $\Delta EK_{REL,IND}$  die prozentuale Sensitivität des Marktwertes des Eigenkapitals gegenüber dem individuell spezifizierten Szenario. Für ein Schock-Szenario eines Anstieges sämtlicher Key Rates um 50 Basispunkte erhält man:

$$\Delta EK_{REL,IND} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1.6375 & \dots & 21.444 \\ & 4.213 & 0 & & \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0.5 \\ \dots \\ 0.5 \end{pmatrix} \cdot \frac{-1}{100} = -12.241\% \quad (9)$$

Um den gewünschten VaR zu erhalten, bedarf es nur noch der Multiplikation von  $\Delta EK_{REL,IND}$  mit dem aktuellen Marktwert des Eigenkapitals EK (in der Terminologie von Gleichung (1) entspricht dies V). Dies leistet Gleichung (10):

$$\Delta EK_{ABS,IND} = EK \cdot \Delta EK_{REL,IND} = 8 \cdot -12.241\% = -0.979 \quad (10)$$

Tabelle 2: Faktorsensitivität für schweizerische Zinssätze

	1 M	2 M	3 M	6 M	12 M	2 J	3 J	4 J	5 J	7 J	10 J
Faktor 1	0.21	0.18	0.18	0.16	0.15	0.14	0.12	0.11	0.11	0.09	0.09
Faktor 2	-0.18	-0.15	-0.11	-0.08	-0.06	0.03	0.04	0.05	0.05	0.04	0.04
Faktor 3	0.09	0.01	0.00	-0.04	-0.04	-0.02	0.00	0.00	0.00	0.01	0.01



In  $\Delta EK_{ABS,IND}$  liegt mit 0.979 Einheiten der gesuchte VaR vor und quantifiziert die Veränderung des Marktwertes des Eigenkapitals in Reaktion auf die individuell spezifizierte Zinsstrukturänderung. Im folgenden Unterabschnitt wird nun die individuell spezifizierte Zinsstrukturänderung durch ex post als typisch zu bezeichnende Zinsstrukturänderungen ersetzt.

## 6.2 Marktwertkonsequenzen von Faktor-Szenarien

Ziel dieses Abschnittes ist es, den VaR auf dem Eigenkapital in Reaktion auf Faktor-Szenarien nicht paralleler Zinsstrukturänderungen zu definieren. Geht man davon aus, dass die in Abschnitt 4 beschriebene standardisierte Faktoranalyse zur Identifikation von  $G$  Faktoren führt, können die Faktorsensitivitäten durch eine  $G \times J$  Matrix  $F$  dargestellt werden. (Die Matrix weist immer  $J$  Kolonnen auf, da die Analyse zwingend mit historischen Key Rate Daten durchgeführt werden muss, um die Verknüpfung zum Value at Risk-Konzept zu ermöglichen.) Das Matrixelement in der  $g$ -ten Zeile und der  $j$ -ten Spalte misst die Faktorsensitivität der  $j$ -ten Key Rate auf den  $g$ -ten Faktor und spezifiziert gleichzeitig die Veränderung dieser Key Rate bei einem 1-Sigma-Shift des  $g$ -ten Faktors. Am Beispiel der obigen Tabelle erkennt man beispielsweise, dass sich der 1-Monatssatz in Reaktion auf einen 1-Sigma-Shift des dritten Faktors typischerweise um 9 Basispunkte verändert. Im weiteren können diese Resultate nun noch gemäss Gleichung (11) in bezug auf die unterstellte Schwankungsbreite der Faktoren und den gewünschten Simulationshorizont adjustiert werden.

$$F^* = h \cdot t \cdot F \quad (11)$$

Dabei misst  $h$  die unterstellte Anzahl Sigma-Shifts der identifizierten Faktoren und  $t$  den sogenannten Simulationshorizont. Der Simulationshorizont bezeichnet dabei jene Zeitspanne in Tagen, über die Zinsstrukturänderungen auf das untersuchte Port-

folio bzw. die Bilanz einwirken, ohne dass Gegenmassnahmen ergriffen werden. So schlägt die Bankenaufsicht in einigen Fällen einen Simulationshorizont von 14 Tagen vor, da sie unterstellt, dass die Reaktionszeit in Banken auf Ebene des ALM mindestens 10 Bankwerkzeuge betrage, bzw. die Bereitschaft vorhanden sei, zumindest über diese Zeitspanne entstehende Verluste erst einmal in Kauf zu nehmen.[14] Wurden die Faktorsensitivitäten in  $F$  etwa aufgrund von Tagesdaten gewonnen, will man aber einen Simulationshorizont von 14 Tagen unterstellen, nimmt  $t$  den Wert  $\sqrt{14}$  an.[15] Als Resultat erhält man in  $F^*$  jene Key Rate-Änderungen, welche basierend auf den errechneten Faktorsensitivitäten auch die gewünschte Schwankungsbreite der Faktoren sowie den zu unterstellenden Simulationshorizont berücksichtigen.

Teilt man die für die Bestimmung des VaR notwendige Kalkulation des Produktes  $s \cdot \Delta f$  aus Gleichung (1) in zwei Schritte auf, kann in Anlehnung an HO (1992) ein interessantes Zwischenresultat gewonnen werden. Gleichung (12) liefert als Resultat die sogenannten Faktordurations des Eigenkapitals  $d_{EK,F}$ :

$$d_{EK,F} = d_{EK} \cdot F^* \quad (12)$$

Aus der Multiplikation des Key Rate Duration-Profiles des Eigenkapitals  $d_{EK}$  mit der transponierten Matrix  $F^*$  resultiert der  $G \times 1$  Vektor  $d_{EK,F}$ . Das  $g$ -te Element dieses Vektors misst die Sensitivität des Marktwertes des Eigenkapitals gegenüber Veränderungen des  $g$ -ten Faktors. Diese Masszahl mag nicht mehr intuitiv interpretierbar sein, kann aber eine wesentliche Hilfsgrösse im angewandten Zinsrisikomanagement (Benchmark-Tracking, Hedging) darstellen. So dürften Obligationenportfolios, welche auf eine möglichst genaue Replikation der einzelnen Faktordurations des Benchmarkportfolios ausgerichtet sind, ein besseres Tracking erlauben als Portfolios, für die lediglich die Effective Duration dem Benchmarkportfolio angeglichen wird. Um nun das eigentlich erwartete Resultat zu erhalten, müssen zuerst die in  $F^*$  enthaltenen Sensitivitäten zu einer typischen Zinsstrukturänderung kombiniert werden, welche aus der Kombination

der Key Rate-Änderungen aufgrund der aggregierten Auswirkung der einzelnen Faktoren entsteht. Durch die Addition der quadrierten Sensitivitäten pro Key Rate und die anschließende Wurzelziehung erhält man die bei einer Kombination eines 1-Sigma-Shifts aller Faktoren zu gewärtigende Key Rate-Änderung. Dabei nimmt diese Rechenmethode an, dass sich sämtliche Faktoren gleichgerichtet auf die Key Rates auswirken, d.h. man unterstellt die ungünstigste Veränderung der Key Rates. Die Tabelle 3 zeigt die entsprechenden Resultate für einen Simulationshorizont von einer Woche und einem 1-Sigma-Shift sämtlicher Faktoren.

Die gewonnenen Resultate aus obenstehender Tabelle werden durch den  $J \times 1$  Vektor  $F$  beschrieben, dessen  $j$ -tes Element die Veränderung der  $j$ -ten Key Rate bei einer typischen Zinsstrukturänderung für eine gegebene Veränderung der zugrundeliegenden Faktoren und einen bestimmten Simulationshorizont anzeigt. Über Gleichung (13) erhält man das erwartete Resultat in  $\Delta EK_{REL,STAND}$ :

$$\Delta EK_{REL,STAND} = d_{EK} \cdot f \cdot \frac{-1}{100} \quad (13)$$

Die Multiplikation mit (-1) stellt eine inverse Beziehung zwischen Marktwerten und Zinsänderungen sicher, währenddem der Divisor 100 die Prozentdimension gewährleistet. Als Resultat erhält man in  $\Delta EK_{REL,STAND}$  die prozentuale Sensitivität des Marktwertes des Eigenkapitals gegenüber dem beschriebenen Standardszenario.

Um den gewünschten VaR zu erhalten, muss dieser Wert nur noch mit dem aktuellen Marktwert des Eigenkapitals  $EK$  (in der Terminologie von Gleichung (1) entspricht dies  $V$ ) multipliziert werden.

Dies erfolgt in Gleichung (14):

$$\Delta EK_{ABS,STAND} = EK \cdot EK_{STAND,IND} \quad (14)$$

In  $\Delta EK_{ABS,STAND}$  liegt der gesuchte VaR vor und quantifiziert die Veränderung des Marktwertes des Eigenkapitals in Reaktion auf die über den Einsatz von Faktormodellen spezifizierte Zinsstrukturänderung. Damit ist die Darlegung der Analysemethode abgeschlossen. Über die Zusammenführung von Faktormodellen mit den bereits vorher verwendeten Konzepten der Key Rate Durations und des Value at Risk ist es gelungen, Aussagen über die Marktwertveränderung des Eigenkapitals in Reaktion auf ex post als typisch zu bezeichnende Zinsstrukturänderungen zu gewinnen. Der folgende Abschluss des Zahlenbeispiel soll die Handhabung des Ansatzes nochmals beleuchten. Als erstes wurden für eine Simulationsperiode von 14 Tagen - in Anlehnung an die entsprechenden Vorschläge des Basler Ausschusses - und für 1, 2 und 3-Sigma-Shifts der Faktoren die Faktordurations des Eigenkapitals, die prozentuale Sensitivität des Marktwertes des Eigenkapitals sowie der VaR berechnet.[16] Unter Verwendung der Gleichungen 10 bis 13 erhält man folgende Resultate:

Sigma-Shift	Faktordurations			Sensitivität in %	VaR
	Faktor 1	Faktor 2	Faktor 3		
1	3.502	2.278	0.349	-3.803	-0.304
2	7.003	4.555	0.699	-7.606	-0.608
3	10.505	6.833	1.048	-11.409	-0.913

**Tabelle 3: Aggregierte Key Rate Änderungen**

	1 M	2 M	3 M	6 M	12 M	2 J	3 J	4 J	5 J	7 J	10 J
Aggregierte Key Rate Änderungen	0.29%	0.23%	0.21%	0.18%	0.17%	0.14%	0.13%	0.12%	0.12%	0.10%	0.10%

In die Interpretation der VaR-Resultate in Reaktion auf ex post als typisch zu bezeichnende Zinsstrukturänderungen, kann dank der erwähnten Normalverteilung der identifizierten Faktoren die Argumentation des Ausfallrisiko-Konzeptes eingebunden werden. So kann davon ausgegangen werden, dass die Bank nur in 5% aller Fälle mehr als 0.608 Einheiten der Eigenmittelausstattung von 8 in Reaktion auf Zinsstrukturänderungen verliert. Diese Möglichkeit bietet auch einen geeigneten Ansatzpunkt für die Formulierung von Risikolimiten seitens interner oder externer Verantwortungsträger oder Kontrollorgane. So könnte etwa die Forderung aufgestellt werden, dass man in 95% aller typischen Zinsstrukturänderungen nicht mehr als 5% des Eigenkapitals verlieren möchte. In diesem Fall müsste die Modellbank ihr aktuelles Risikoexposure reduzieren. Die dargestellten Resultate sind stark abhängig vom unterstellten Simulationshorizont. Die Bemessung dieser Grösse ist denn auch einer der kritischen Diskussionspunkte zwischen Bankaufsicht und Bankmanagement. Im folgenden sollen daher noch die Resultate derselben Analyse mit einem Simulationshorizont von 2 Tagen ausgewiesen werden. Eine derartig verkürzte Zeitspanne mag etwa im Risikomanagement von Handelsbeständen eher angemessen sein, als auf Ebene der Gesamtbilanz. Die entsprechenden Kennzahlen sind erwartungsgemäss stark gesunken:

Sigma-Shift	Faktordurations			Sensitivität in %	VaR
	Faktor 1	Faktor 2	Faktor 3		
1	1.324	0.861	0.132	-1.437	-0.115
2	2.647	1.722	0.264	-2.875	-0.229
3	3.971	2.583	0.396	-4.312	-0.345

Unter diesen Annahmen wird die Bank nur noch mit einer Wahrscheinlichkeit von 1% mehr als 0.345 Einheiten ihrer Eigenkapitalausstattung verlieren.

## 7. Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit zeigt die Anwendung des Value at Risk-Konzeptes für die Abschätzung von Marktwertkonsequenzen komplexer Zinsstrukturänderungen auf Ebene des Eigenkapitals einer Bank. Dabei wird unterstellt, dass klassische Sensitivitätsmassen wie die Effective Duration die tatsächlichen Marktwertkonsequenzen komplexer Zinsstrukturänderungen nicht abzubilden vermögen. Mit den Key Rate Duration-Profilen wird ein Sensitivitätsmass vorgeschlagen, das den gestellten Anforderungen gerecht zu werden vermag. Über einen Asset- & Liability-Management-Ansatz wird das durch die Residualgrösse Eigenkapital getragene Key Rate Duration-Profil berechnet. Daraufhin werden die Marktwertkonsequenzen individueller Schock-Szenarien und typischer Faktor-Szenarien untersucht. Für die Beschreibung typischer Zinsstrukturänderungen werden Faktormodelle eingesetzt. Über die Kombination der Key Rate Duration-Profile und der Resultate der Faktormodelle kann der VaR auf dem Eigenkapital in Reaktion auf komplexe Zinsstrukturänderungen ausgewiesen werden. Zudem kann auch das Ausfallrisikokonzept in die Beurteilung des VaR eingebunden werden. Der Ansatz ist flexibel genug, um einen frei wählbaren Simulationshorizont miteinzubeziehen. Das Zahlenbeispiel belegt die starke Abhängigkeit der Resultate gegenüber der Bestimmung des Simulationshorizonts. Die vorgestellte Methode, bzw. die daraus gewonnenen Resultate können sowohl für die interne Eigenkapitalallokation als auch für die Formulierung minimaler Eigenmittelanforderungen eingesetzt werden.

## Fussnoten

- [1] Für ein entsprechendes Votum vgl. GUMERLOCK (1993).
- [2] In der Literatur können grundsätzlich zwei Modellkategorien unterschieden werden, welche diese Bewertungsidee aufnehmen: Innerhalb der Kategorie der präferenzabhängigen Modelle kann zwischen allgemeinen Gleichgewichtsmodellen (vgl. COX/INGERSOLL/ROSS (1985)) und partiellen Gleichgewichtsmodellen (vgl. VASICEK (1977)) differenziert werden. Die Kategorie der präferenzfreien Modelle wurde durch die Arbeit von HO/LEE (1985) begründet.
- [3] Für eine Arbeit, welche die bewertungstechnische Grundlage für die konsistente Integration von Zins- und Schuldnerisiken bietet, vgl. LEITHNER/ZIMMERMANN (1994).
- [4] Für nähere Ausführungen zum Ausfallrisiko-, bzw. Shortfall-Konzept vgl. HARLOW (1991) oder JAEGER (1994).
- [5] Für eine Diskussion der Zusammenhänge zwischen Marktrisiken, Hedging und Shareholder Value vgl. ZIMMERMANN (1994).
- [6] Vgl. dazu etwa HO (1990).
- [7] Eine umfassende Darstellung des Key Rate Konzepts bietet HO (1992); entsprechende Ausführungen im vorliegenden Kontext finden sich bei BÜHLER/HIES (1994).
- [8] Hinweise für die Berechnung der Key Rate Duration Profile bei deterministischen Cashflows finden sich bei HO (1992); für die Gewinnung von Key Rate Duration Profilen aus einem Bewertungsmodell vgl. BÜHLER (1994).
- [9] Quelle des Key Rate Duration Profils der Obligation: ALFRED BÜHLER, Schweizerisches Institut für Banken und Finanzen, Hochschule St. Gallen.
- [10] Vgl. dazu MESMORE (1990) oder JAEGER/STAUB (1992).
- [11] Für allgemeine statistische Ausführungen zur Faktoralanalyse vgl. BACKHAUS/ERICHSON/PLINKE/WEIBER (1994).
- [12] Datengrundlage Juli 1987 bis dezember 1992.
- [13] Die Auswertungen beruhen auf Wochendaten.
- [14] Vgl. Basler Ausschuss (1994).
- [15] Diese Umrechnung unterstellt die Gültigkeit eines Wiener-Prozesses für die Entwicklung von Zinssätzen in der Zeit.
- [16] Die neuesten Erfahrungen in der Praxis haben gezeigt, dass neben den bekannten 1 bis 3 Sigma-Shift-Kalkulationen sogenannte Stress-Test mit 5- bzw. 6-Sigma-Shifts an Bedeutung gewinnen; vgl. dazu etwa CHEW (1994).

## Literaturverzeichnis

- BACKHAUS, K., B. ERICHSON, W. PLINKE und R. WEIBER (1994): "Multivariate Analysemethoden", Springer, Berlin.
- BASLER AUSSCHUSS (1994): "Aufsichtliche Behandlung von Marktrisiken", Basel.
- BÜHLER, F. (1994): "Key Rate Durations aufgrund von Einfaktor-Modellen", Working Paper, Hochschule St. Gallen.
- BÜHLER, F. und M. HIES (1994): "Key Rate Durations im Asset- & Liability-Management", Die Bank, erscheint demnächst.
- BÜHLER, F. and H. ZIMMERMANN (1994): "Factors Affecting the Term Structure of interest and Rates: Switzerland and Germany", Working Paper, Hochschule St. Gallen.
- CHEW, L. (1994): "Shock Treatment", RISK 7, pp. 63-70.
- COX, J. C., J.E. INGERSOLL and S.A. ROSS (1985): "A Theory of the Term Structure of Interest Rates", *Econometrica*, pp. 385-407.
- GUMERLOCK, R. (1993): "Double Trouble", RISK 6, pp. 80-91.
- HARLOW, W. (1991): "Asset Allocation in a Downside-Risk Framework", *Financial Analysts Journal*, September/Oktober, pp. 28-40.
- HO, Th. S.Y. and S.-B. LEO (1986): "Term Structure Movements and Pricing Interest Rate Contingent Claims", *The Journal of Finance* 4, pp. 1011-1028.
- HO, Th. S. Y. (1990): "Strategic fixed Income Investment", Dow Jones-Irwin, Illinois.
- HO, Th. S. Y. (1992): "Key Rate Durations: A Measure of Interest Rate Risks Exposure", *The Journal of Fixed Income* 3, pp. 29-44.
- JAEGER, St. (1994): "Leistungsorientierte Anlagestrategien für Vorsorgeeinrichtungen", Dissertation Hochschule St. Gallen, Haupt.
- JAEGER, St. und Z. STAUB (1992): "Zinsrisiken für Banken, Herausforderung für Bankmanagement und Bankenaufsicht", *Der Schweizer Treuhänder*, pp. 103-108.
- LITTERMANN, R. and J. SCHEINKMAN (1991), "Common Factors affecting Bond Returns", *The Journal of Fixed Income*, pp. 54-61.
- LEITHNER, St. (1991): "Eine Einführung in die präferenzfreie Bewertung zinsabhängiger Finanzinstrumente", *Finanzmarkt und Portfolio Management* 4, pp. 305-320.
- LEITHNER, St. and H. ZIMMERMANN (1994): "Term Structure Estimation and Bond Valuation in the Swiss Capital Market", Working Paper, Hochschule St. Gallen.
- MESMORE, T. E. (1990): "The Duration of Surplus", *The Journal of Portfolio Management*, Winter, pp. 19-22.
- VASICEK, O. (1977): "An Equilibrium Characterization of the Term Structure", *Journal of Financial Economics* 5, pp. 177-188.

ZIMMERMANN, H. (1994): "Die Steuerung der Risiken im Bankgeschäft, Corporate Hedging: Shareholder Value durch Asset- & Liability-Management", Der Schweizer Treuhänder, pp. 539-547.