MANFRED STEINER, FRIEDER MEYER, KATRIN LUTTERMANN*

Die preisliche Bewertung von Zins-Futures unter besonderer Berücksichtigung der Delivery Options und des Marking-to-Market

Überblick

- Zur korrekten Bewertung von Zins-Futures müssen sowohl Lieferoptionen als auch die tägliche Abrechnung (Marking-to-Market oder Daily Settlement) einbezogen werden.
- Das auf HO und LEE zurückgehende, grundlegende Bewertungskonzept entwickelt die heutige Zinsstruktur - als Abbildung der Renditen und Zinssätze in Abhängigkeit der Zinsbindungsfrist - in einem Binomialmodell. Dies bildet die Grundlage für die Ableitung eines theoretischen Preises für den Zins-Futures.
- Bei der simultanen Berücksichtigung der impliziten Lieferoptionen und des Marking-to-Market im Rahmen der Bewertung von Zins-Futures ergeben sich Ansatzpunkte zu Kritik in erster Linie aus der stochastischen Entwicklung der Zinsstruktur.

1. Einführung

Zins-Futures gehören zu den wesentlichen Finanzinnovationen. Sie beinhalten die vertragliche Verpflichtung, einen dem Kontrakt in Laufzeit und Verzinsung entsprechenden Zinstitel zu einem börsenmässig zustandegekommenen, im voraus festgelegten Preis an einem späteren, standardisierten Liefertag zu kaufen oder zu verkaufen. Nach ihrer Einführung in Chicago im Jahre 1975 haben die Zins-Futuresmärkte einen grossen Aufschwung erlebt. Gemessen am Kontraktvolumen übertreffen die Chicagoer Terminbörsen bereits die bedeutenden Kassamärkte wie z. B. die New York Stock Exchange.[1] Neben der Möglichkeit des Risikotransfers von Kurs- und Ertragsverlusten bieten sie für risikobereite Marktteilnehmer attraktive Gewinnpotentiale. Zur effektiven Anwendung von Zins-Futures ist ein genaues Verständnis der Preisbildung und der Bewertung dieses Finanzinstruments notwendig. Die besonderen Kontraktspezifikationen und Eigenschaften müssen dabei Berücksichtigung finden. Zins-Futures sind - wie alle standardisierten Terminkontrakte - durch das Marking-to-Market gekennzeichnet. Dies beinhaltet den täglichen Gewinn- und Verlustausgleich aller offenen Futurespositionen. Obwohl der Kontrakt bei Vertragsabschluss zahlungsfrei ist, fallen in Abhängigkeit der Kursentwicklung über die Kontraktlaufzeit sogenannte Marginein- und -auszahlungen an. Darüber hinaus verbriefen einige Zins-Futures im Lieferzeitpunkt zusätzliche Flexibilität. Sie bieten dem Verkäufer eines Futures die Möglichkeit, den zu liefernden Zinstitel und den Lieferzeitpunkt innerhalb eines festgelegten Andienungszeitraumes frei zu bestimmen. Zusammenfassend werden sie als Delivery Options bezeichnet. Die umfassendsten impliziten Lieferoptionen liegen dem Treasury

* Für die wertvollen Anregungen bedanken sich die Autoren bei dem anonymen Gutachter sehr herzlich.

Bond Futures (T-Bond Future) des Chicago Board of Trade zugrunde. Gelingt die geschlossene Bewertung dieser Kontrakte, ist eine Übertragung auf andere Zins-Futures möglich. Um dem Ziel dieses Beitrages, eine Bewertungsmöglichkeit für Zins-Futures abzuleiten, näherzukommen, wird ein besonderer Schwerpunkt auf den T-Bond Futures als dem weltweit bedeutendsten Terminkontrakt gelegt.[2] Zur schrittweisen Erarbeitung eines geschlossenen Bewertungsmodells für Zins-Futures wird zunächst auf das in der Praxis weit verbreitete Konzept des Cost of Carry eingegangen. Der grundsätzliche Mangel dieses Ansatzes besteht darin, dass der Futures bei seiner Bewertung durch einen Forwardkontrakt approximiert wird, der lediglich eine Zahlung am Vertragsende aufweist und zudem keine Lieferoptionen beinhaltet. Die theoretische Differenz zwischen Forward- und Futureskontrakt kann insbesondere durch das Duplikationsmodell von COX/INGERSOLL/ROSS verdeutlicht werden. Hier zeigt sich der direkte Einfluss der Marktzinsentwicklung auf den Preis der Zins-Futureskontrakte. Ein geschlossenes Modell speziell zur Bewertung von Zins-Futures ähnlich dem von BLACK/SCHOLES 1973 für Aktienoptionen entwickelten Ansatz steht jedoch noch aus. Zur Berücksichtigung des Marking-to-Market ist eine Modellierung der stochastischen Zinsentwicklung notwendig. Dies leistet das auf HO und LEE zurückgehende Bewertungskonzept, welches die heutige Zinsstruktur in einem Binomialmodell entwickelt. Die Ableitung des Futurespreises auf dieser Grundlage soll sowohl theoretisch dargestellt als auch in einem Beispiel verdeutlicht werden. In einem letzten Schritt kann dieser Bewertungsansatz um die Lieferperiode erweitert werden und so eine simultane Berücksichtigung des Marking-to-Market und der impliziten Lieferoptionen ermöglichen.

2. Traditionelle Ansätze zur Ableitung des theoretischen Futurespreises

2.1 Das Cost-of-Carry-Bewertungskonzept

Der Cost-of-Carry- (CoC-) Ansatz basiert auf Arbitragebeziehungen und wird in der Praxis häufig zur Erklärung der Preisbildung von Futures herangezogen.[3] Die CoC werden durch das Halten einer der Futuresposition entsprechenden Kassaposition verursacht. Für den fairen Preis (Fair Value) ergibt sich die folgende Gleichung:[4]

$$F_{t,T} = K_t(1+r')^{\frac{T-t}{365}} - \sum_{\tau} C_\tau (1+r')^{\frac{T-\tau}{365}} \qquad (1)$$

Der Futurespreis entspricht der auf den Verfalltag aufgezinsten Kassaposition abzüglich der auf den Fälligkeitszeitpunkt aufgezinsten Kuponzahlungen. Für die Bewertung des T-Bond Futures folgt nach Berücksichtigung von Stückzinsen, halbjährlicher Kuponzahlung und Konversionsfaktor:[5]

$$F_{t,T} = \frac{(K_t + {}_tAI)(1+r')^{\frac{T-t}{365}} - \sum_{\tau} (C/2)_\tau (1+r')^{\frac{T-\tau}{182,5}} - {}_TAI}{CF} \qquad (2)$$

mit:

t	=	heutiger Zeitpunkt
T	=	Fälligkeitszeitpunkt
$F_{t,T}$	=	Futurespreis zum Zeitpunkt t mit Fälligkeit in T
K_t	=	Kassapreis zum Zeitpunkt t
r'	=	risikoloser Zinssatz p. a.
C_τ	=	Kuponzahlung zum Zeitpunkt τ (C/2 = halbjährlich)
${}_\tau AI$	=	aufgelaufene Stückzinsen bis zum Zeitpunkt τ
τ	=	Zeitindex
CF	=	Konversionsfaktor

Das CoC-Modell ist in zahlreichen empirischen Untersuchungen zur Messung der Effizienz von

Zins-Futuresmärkten auf seine Gültigkeit untersucht worden. Auf Markteffizienz wurde dann geschlossen, wenn keine profitablen Arbitragetransaktionen existierten. Die Ergebnisse lassen allerdings unterschiedliche Rückschlüsse zu.[6] Deutlich wird dabei, dass zur korrekten Bewertung von Zins-Futures sowohl Lieferoptionen als auch das Marking-to-Market einbezogen werden müssen. Damit wird entweder eine Erweiterung des CoC-Ansatzes um diese Einflussfaktoren notwendig, oder neue Bewertungsmodelle müssen in Ansatz gebracht werden.

2.2 Das arbitragefreie Duplikationsmodell von COX/INGERSOLL/ROSS zur Berücksichtigung des Marking-to-Market

2.2.1 Ableitung des Forward-Futures-Äquivalenzprinzips

Der traditionelle Bewertungsansatz des Cost-of-Carry vernachlässigt das Daily Settlement und bewertet einen Zins-Futures wie einen Forwardkontrakt. Bei beiden Kontrakten stimmt zwar die Summe der Zahlungen überein, jedoch hängt die zeitliche Abfolge beim Futures von seiner Kursentwicklung ab.[7] Als einer der ersten untersuchte BLACK diese unterschiedlichen Zahlungsmuster, Aussagen zur Bewertung entwickelten COX/INGERSOLL/ROSS (CIR).[8] Sie untersuchten die Bedingungen, unter denen eine Äquivalenz von Forward- und Futureskontrakten vorliegt. Dabei wird vom Einfluss der Lieferoptionen abstrahiert. Das CIR-Modell basiert auf dem Duplikationsprinzip. Forward- und Futureskontrakt werden durch zwei Wertpapiere y und z dargestellt, die im Fälligkeitszeitpunkt T den Terminkontrakten entsprechende Zahlungen aufweisen. Nach dem auf Arbitrageüberlegungen beruhenden Prinzip des "Law of one Price" kann dann bei Investitionen mit identischen Erträgen auf einen gleichen Preis geschlossen werden. Während der Forward nur eine Zahlung bei Verfall aufweist, muss der Zahlungsstrom des Futures auf eine Zahlung bei Fälligkeit transformiert werden.[9] Im einzelnen ergeben sich folgende Duplikationen: Es sei mit $P_{t,T}$ der Preis einer Nullkuponanleihe zum Zeitpunkt t bezeichnet, die im Fälligkeitszeitpunkt des Futures T eine Geldeinheit zahlt. Der Forwardpreis FOt stellt dann den Preis $p_t(y)$ eines Wertpapiers y im Zeitpunkt t dar, das zum Fälligkeitstag T den Betrag

$$y_T = \frac{K_T}{P_{t,T}} \tag{3}$$

zahlt. Der Futures lässt sich durch ein Wertpapier z duplizieren, das aus einer selbstfinanzierenden Anlagestrategie und mehreren Futurespositionen besteht. Der Futurespreis F_t ist der Preis $p_t(z)$ des Wertpapiers z im Zeitpunkt t, das am Verfalltag T den Betrag

$$z_T = K_T \prod_{k=t}^{T-1} R_k \tag{4}$$

mit:
$R_\tau = 1+r_\tau$ und r_τ = Einperiodenzinssatz[10]
zahlt.

Diese Charakterisierung der Forward- und Futurespreise zeigt, dass der Futurespreis von der Korrelation zwischen den Kassapreisen des Basispapiers und den kurzfristigen Zinssätzen abhängt, während der Forwardpreis unabhängig davon ist. Insgesamt lässt sich das Forward-Futures-Äquivalenzprinzip ableiten. Forward- und Futurespreis sind dann identisch, wenn gilt:

$$FO_t = F_t \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{P_{t,T}} = \prod_{\tau=t}^{T-1} R_\tau \tag{5}$$

Zur Äquivalenz von Futures- und Forwardpreisen ist eine deterministische Zinsentwicklung zu fordern, so dass - um Arbitragemöglichkeiten auszuschliessen - eine langfristige Anlage einer Folge von Einperiodenanlagen entspricht. Dann kann die Anzahl der Futures in jeder Periode so bestimmt werden, dass sie zusammen mit den finanzierten bzw. investierten Zahlungen aus dem Marking-to-

Market der Forwardposition entspricht. Dies soll an einem Beispiel verdeutlicht werden, wobei zur Vereinfachung ein konstanter kurzfristiger Zinssatz r angenommen wird: [11]
Für eine Laufzeit von 3 Tagen sei ein Portfolio aus einer Long Rollover Futuresposition und einer entsprechenden Short-Position im Forward unterstellt. Nach jedem Tag wird der Futures glattgestellt und eine neue Anzahl an Futureskontrakten erworben. Der Wertverlauf des Futures ist in Tabelle 1 dargestellt:

Tabelle 1: Wertverlauf einer Long Rollover Futuresposition

Tag	Tägl. Kontrakt-anzahl	Futures-preis	Tägl. Gewinne/ Verluste	Aufzin-sungsfak-tor bis T	Tägl. Gewinne/ Verluste in T
0	$(1+r)^{-3}$	F_0			
1	$(1+r)^{-2}$	F_1	$(1+r)^{-2}(F_1-F_0)$	$(1+r)^2$	F_1-F_0
2	$(1+r)^{-1}$	F_2	$(1+r)^{-1}(F_2-F_1)$	$(1+r)^1$	F_2-F_1
3	1	$F_3=F_T$	F_3-F_2	1	F_3-F_2

Die täglichen Gewinne und Verluste aus der Rollover Position entsprechen dem Marking-to-Market eines Futures. Da der Finanzierungs- bzw. Investitionszinssatz bekannt ist, kann immer eine entsprechende Anpassung der Futuresposition vorgenommen werden. Insgesamt ergibt sich der Wert am Verfalltag T zu F_T - F_0. Der Wert des verkauften Forwardkontrakts am Fälligkeitstag beträgt (FO_T - FO_0). Da Futures- und Forwardpreis im Zeitpunkt T identisch sind und dem Kassapreis entsprechen, ergibt sich ein risikoloser Nettogewinn in Höhe von FO_0 - F_0. Dieser muss den Wert Null ergeben, um risikolose Arbitragegewinne auszuschliessen, so dass der Forwardpreis dem Futurespreis entspricht. In den Duplikationsstrategien für Forwards und Futures blieben Kuponzahlungen unberücksichtigt, so dass Terminkontrakte auf Nullkuponanleihen untersucht wurden. COX/INGERSOLL/ROSS zeigen jedoch, dass Futures/Forwards auf Kuponbonds als Portfolios von Futures/Forwards auf Nullkuponanleihen angesehen werden können. Dies erlaubt es, Modelle zur Bewertung von Futures auf Nullkuponanleihen auch auf Futures, deren Basiswerte Kuponbonds sind, zu übertragen.[12]

2.2.2 Vergleich von Forward- und Futurespreisen bei Unsicherheit

Im Fall stochastischer Zinsentwicklung verliert das Äquivalenzprinzip seine Gültigkeit, so dass Forward- und Futurespreis voneinander abweichen können. COX/INGERSOLL/ROSS haben in ihrem Modell den Unterschied der beiden Preise näher untersucht. Danach kann die Differenz zwischen Forward- und Futureskontrakt im Zeitpunkt t als Barwert einer Zahlung dargestellt werden, die im Fälligkeitszeitpunkt T folgenden Wert hat:[13]

$$-\sum_{\tau=t}^{T-1}\left(F_{\tau+1}-F_{\tau}\right)\left(\frac{P_{\tau,T}}{P_{\tau+1,T}}-1\right)\Big/P_{t,T} \tag{6}$$

Der Term $F_{\tau+1}$ -F_{τ} stellt die wertmässige Veränderung der Long-Futuresposition gegenüber dem Vortag dar, die entweder mit dem Zinssatz ($P_{\tau,T}$/ $P_{\tau+1,T}$)-1 finanziert werden muss oder angelegt werden kann.[14] Bei Unterstellung eines zeit- und zustandskontinuierlichen Raums ergibt sich der Ausdruck zu:[15]

$$-\int_t^T F_\tau\left[\operatorname{cov} F_\tau, P_\tau\right]d\tau \,/\, P_{t,T} \tag{7}$$

Dabei bezeichnet cov(F_τ,P_τ) die lokale Kovarianz zwischen den prozentualen Änderungen von F und P im Zeitpunkt τ. Daraus werden folgende Beziehungen abgeleitet:

$$\operatorname{cov}(F_\tau,P_\tau)>0 \quad \text{für alle } \tau \quad \Rightarrow \quad FO_t > F_t \tag{8}$$

$$\operatorname{cov}(F_\tau,P_\tau)<0 \quad \text{für alle } \tau \quad \Rightarrow \quad FO_t < F_t \tag{9}$$

Dieser Zusammenhang soll im folgenden etwas verdeutlicht werden und den oben bereits festgestellten Einfluss der Korrelation zwischen dem Kassapreis und den kurzfristigen Zinsen erklären.[16]

Ist der Futurespreis F positiv mit den Zerobondpreisen P korreliert (Fall 1), liegt eine negative Korrelation zwischen Futurespreis und den Zinsen vor, da die Zerobondpreise und Zinsen negativ korreliert sind. Bei negativer Korrelation zwischen Futurespreis und Zinssatz muss der Käufer des Futures die Zahlungen, die er bei sinkenden Futurespreisen aus dem Daily Settlement zu leisten hat, zu höheren Zinsen finanzieren. Umgekehrt können die erhaltenen Zahlungen bei steigenden Futurespreisen nur zu niedrigeren Zinssätzen angelegt werden. Sind nachteilige Cash Flows durch das Marking-to-Market aufgrund einer positiven Korrelation zwischen Futurespreis und Zerobondpreis zu erwarten, wird das einmalige Settlement des Forwards am Verfalltag vorgezogen. Der Forwardpreis sollte den Futurespreis übersteigen. Im umgekehrten Fall einer erwarteten negativen Korrelation zwischen Futures- und Zerobondpreis (Fall 2) sollte der Futurespreis über dem Forwardpreis liegen. Um sich für den einen oder anderen Kontrakt zu entscheiden, muss der Investor nicht den genauen Zinsverlauf vorhersehen, sondern nur die Korrelationsbeziehungen kennen. Da i.d.R. positive Kovarianzen zwischen Futures- und Zerobondpreisen vorliegen, wird erwartet, dass der Futurespreis unter seinem entsprechenden Forwardpreis liegt.[17]

2.2.3 Empirische Untersuchungen zum CIR-Modell

Die aus dem CIR-Modell resultierenden Preisbeziehungen zwischen Futures- und Forwardkontrakten sind in einigen empirischen Studien untersucht worden. Da jedoch ein Markt für Zinsforwards nicht existiert, kann der Einfluss des Marking-to-Market nur für Terminkontrakte mit anderen Basiswerten empirisch überprüft werden. Einen Überblick über die Untersuchungen gibt Tabelle 2. [18] Insgesamt unterstützen die erzielten Ergebnisse die von COX/INGERSOLL/ROSS gemachten Aussagen zur Differenz von Forward- und Futurespreisen. Neben anderen Einflussfaktoren ist das Daily Settlement des Futures für den Preisunterschied verantwortlich. Die Ableitung eines theoretischen Futurespreises steht jedoch noch aus.

3. Die Bewertung von Zins-Futures relativ zur Zinsstruktur - dargestellt am Beispiel des Binomialansatzes von HO/LEE

3.1 Annahmen und formale Grundstruktur des Modells

Die Anwendung des Bewertungsansatzes von HO und LEE basiert auf der Erwartungstheorie. Aus

Tabelle 2: Empirische Untersuchungen zum CIR-Modell

Untersuchung	Basiswert	Ergebnisse
CORNELL/ REINGANUM (1981)	Währungen	kein signifikanter Unterschied zwischen FO und F; konsistent mit CIR, da Kovarianzen zwischen prozentualen Veränderungen von F und P sehr gering
FRENCH (1983)	Silber, Kupfer	signifikante Unterschiede zwischen F und FO (<1%), durchschnittliche Ergebnisse konsistent mit CIR-Modell
PARK/CHEN (1985)	Währungen	keine signifikanten Unterschiede zwischen F und FO, da Kovarianzen nicht signifikant;
	Edelmetalle	signifikante Preisunterschiede; Konsistenz mit CIR-Modell
CHANG/CHANG (1990)	Währungen	keine signifikanten Unterschiede zwischen F und FO

dem CIR-Modell sind durch die Duplikation mit den Wertpapieren y und z die Auszahlungen eines Forwards und Futures am Verfalltag bekannt. Um den Fair Value der Terminkontrakte unter Unsicherheit zu bestimmen, muss ein geeigneter Gegenwartsoperator $PV_{t,T}$ gefunden werden, der es erlaubt, den Barwert dieser Auszahlungen zum Zeitpunkt t abzuleiten. Eine andere Vorgehensweise nutzt die Tatsache, dass der Futurespreis am Verfalltag mit dem entsprechenden Kassapreis übereinstimmt. Um den Futurespreis zu bestimmen, muss der Erwartungswert des zukünftigen Kassapreises ermittelt werden. Eine Lösungsmöglichkeit ist die Anwendung eines Equivalent Martingale Measures. Dabei handelt es sich um ein risikoangepasstes Wahrscheinlichkeitsmass auf den Zustandsraum Ω.[19] Wenn mit Hilfe dieses Wahrscheinlichkeitsmasses der risikoangepasste Erwartungswert für die Auszahlungen der Wertpapiere bzw. für die zukünftigen Kassapreise des Underlyings gebildet werden kann, ist eine Abzinsung mit dem risikolosen Zinssatz möglich, unabhängig von der Risikoeinstellung der Investoren. Im Gegensatz zu den traditionellen erwartungsbezogenen Futures-Bewertungsansätzen ist damit die Berücksichtigung von präferenzabhängigen Risikoprämien nicht mehr erforderlich. In Kapitel 2.2 wurde gezeigt, dass zur Bewertung von Zins-Futures und damit zur Ableitung von Erwartungswerten eine Modellierung der stochastischen Zinsentwicklung notwendig ist. Der von Ho und Lee entwickelte diskrete Bewertungsansatz für Zinsderivate gehört zu den zinsstrukturbasierten Modellen, die von der heutigen Zinsstruktur und der Annahme der Arbitragefreiheit ausgehen.[20] Dabei erfolgt die Bewertung des Zins-Futures relativ zur beobachteten Zinsstruktur. Ein Vorteil ist, dass auf diese Weise der gesamte Informationsgehalt der augenblicklichen Zinsstrukturkurve in die Preisermittlung der Zinsderivate einfliesst.

Dem Ansatz von HO/LEE liegen folgende Annahmen zugrunde:

- Der Markt ist friktionslos bei Vernachlässigung von Steuern und Transaktionskosten. Alle Wertpapiere sind beliebig teilbar.
- Markträumung findet nur zu diskreten Zeitpunkten statt.
- Der Markt ist vollständig, so dass für jede Laufzeit eine Nullkuponanleihe existiert.
- In jedem Zeitpunkt gibt es nur eine endliche Anzahl von Umweltzuständen.

3.2 Beschreibung der Zinsentwicklung und Ableitung der Modellparameter des Binomialmodells

Die Zinsstruktur zum Zeitpunkt τ im Umweltzustand (v) wird von HO und LEE durch die Diskontierungsfunktionen

$$P_{\tau,\tau^*}^{(v)}$$

abgebildet.

$$P_{\tau,\tau^*}^{(v)}$$

bezeichnet dabei den Preis einer Nullkuponanleihe mit Fälligkeit τ^* im Zeitpunkt τ und Zustand (v). Ausgehend vom Zeitpunkt t wird die stochastische Entwicklung dieser Diskontierungsfunktion durch einen Binomialbaum dargestellt. Dabei wird das Prinzip der Ermittlung von Forward Rates zugrunde gelegt.[21] Die Diskontierungsfunktion für den Zeitpunkt t+1 lässt sich unter Sicherheit aus den Diskontierungsfaktoren in t mit den Laufzeiten t bis τ^* und t bis t+1 wie folgt ableiten:[22]

$$P_{t+1,\tau^*} = \frac{P_{t,\tau^*}^{(v)}}{P_{t,t+1}^{(v)}} \tag{10}$$

mit τ^* = Zeitindex für den Fälligkeitszeitpunkt

Im Fall der Unsicherheit können jedoch Abweichungen von diesen Werten auftreten. HO und LEE definieren aus diesem Grund zwei Störfunktionen h^{up} und h^{down} in Abhängigkeit der Restlaufzeit Ψ, die eine positive (upstate = v+1) und negative (downstate = v-1) Veränderung abbilden. Es gilt:

$$P_{t+1,\tau^*}^{(v+1)} = \frac{P_{t,\tau^*}^{(v)}}{P_{t,t+1}^{(v)}} h^{up}(\psi - t - 1) \tag{11}$$

$$P_{t+1,\tau^*}^{(v-1)} = \frac{P_{t,\tau^*}^{(v)}}{P_{t,t+1}^{(v)}} h^{down}(\psi - t - 1) \tag{12}$$

Diese Bewegung wird in den Folgeperioden fortgesetzt, so dass sich eine binäre Entwicklung der Diskontierungsfunktion ergibt. Die Störfunktionen stellen dabei die Faktoren in Abhängigkeit der Restlaufzeit dar, die die Abweichung von der Diskontierungsfunktion unter Sicherheit anzeigen. Da

$$P_{t,\tau^*}^{(v)} > 0$$

ist, folgt, dass auch die Störfunktionen nur positive Werte annehmen. Aus den beiden obigen Gleichungen (11) und (12) sowie

$$P_{t,t}^{(v)} = 1$$

ergibt sich zudem:

$$h^{up}(0) = h^{down}(0) = 1\,. \tag{13}$$

Zusätzlich wird die stochastische Entwicklung der Zinsstruktur und damit auch die Definition der Störfunktionen durch die zwei weiteren Annahmen der Arbitragefreiheit und der Pfadunabhängigkeit eingegrenzt. Um einen arbitragefreien, theoretisch richtigen Preis für einen Zins-Futures abzuleiten, ist es erforderlich, dass auch das zugrundeliegende Zinsstrukturmodell frei von Arbitragemöglichkeiten ist. Soweit muss sichergestellt werden, dass bei der Konstruktion und Modellierung der Zinsstrukturkurven aus den Nullkuponanleihen ein risikoloser Arbitragegewinn aus einem Portfolio mit eben diesen Zerobonds ausgeschlossen ist.[23] Dazu wird ein Portfolio aus Zerobonds unterschiedlicher Fälligkeiten konstruiert. Unter der Annahme, dass sich unabhängig von der Zinsentwicklung in der nächsten Periode ein risikoloser Gewinn ergibt, muss die Portefeuillerendite dem einperiodigen, risikolosen Zins entsprechen. Daraus leiten HO/LEE die folgende Beziehung ab:[24]

$$\lambda h^{up}(\psi) + (1-\lambda) h^{down}(\psi) = 1 \tag{14}$$

Die implizite Binomial- bzw. Martingalwahrscheinlichkeit λ wird als von der anfänglichen Diskontierungsfunktion unabhängige Konstante so bestimmt, dass der mit λ gewichtete Durchschnitt der Auf- und Abwärtsbewegung gleich eins ist. Damit wird der Charakter eines Wahrscheinlichkeitsmasses deutlich. Da die Risikopräferenzstruktur der Investoren nicht benötigt wird, kann λ auch als Pseudo-Wahrscheinlichkeit bezeichnet werden.

Aus der Bedingung der Pfadunabhängigkeit resultiert eine weitere Beschränkung für die Störfunktionen. Dies ergibt sich aus der Forderung, dass die Diskontierungsfunktion eindeutig durch die Anzahl der Aufwärtsbewegungen bestimmt sein soll, und zwar unabhängig von der Reihenfolge, in der sie auftreten. Danach muss die Diskontierungsfunktion, die sich nach upstate und downstate ergibt, mit derjenigen übereinstimmen, die auf einem downstate gefolgt von einem upstate beruht. Für die Störfunktionen werden folgende Bedingungen abgeleitet:[25]

$$h^{up}(\psi) = \frac{1}{\lambda + (1-\lambda)\delta^{\psi}} \tag{15}$$

$$h^{down}(\psi) = \frac{\delta^{\psi}}{\lambda + (1-\lambda)\delta^{\psi}} \tag{16}$$

Die Zinsstrukturentwicklung ist somit eindeutig durch die Binomialwahrscheinlichkeit λ und den Streuungsparameter δ festgelegt. Diese Parameter können implizit geschätzt werden. Dazu werden die theoretischen Preise von zinsabhängigen Wertpapieren mit Hilfe dieses Modells in Abhängigkeit von λ und δ bestimmt und den beobachteten Marktpreisen gegenübergestellt. Nichtlineare Schätzverfahren können λ und δ so festlegen, dass sich eine bestmögliche Übereinstimmung ergibt.

3.3 Ableitung eines Fair Value für den Zins-Futures

Zur Bestimmung eines theoretischen Preises für den Zins-Futures sind - wie bereits erwähnt - zwei Ansatzpunkte denkbar. Die erste Möglichkeit basiert auf der von COX/INGERSOLL/ROSS abgeleiteten Duplikationsstrategie für einen Futureskontrakt. Auf eine Darstellung soll an dieser Stelle jedoch zugunsten der von HO und LEE vorgeschlagenen Bewertungsmethodik verzichtet werden, die eine Rückwärtsrechnung durch den Binomialbaum vornimmt.[26]

Zur Ableitung eines arbitragefreien Preises für einen Futures ist eine Differenzierung in Futurespreis und Wert einer Futuresposition sinnvoll. Der Futurespreis ist der am Markt beobachtete Kurs eines Futures. Der Wert stellt dagegen den aus heutiger Sicht sicheren Ertrag aus dem Marking-to-Market dar. Ausgangspunkt der Übertragung des Binomialmodells auf die Bewertung von Zins-Futures ist die Überlegung, dass der Futurespreis so bestimmt werden muss, dass der Wert der Futuresposition bei Emission und nach jedem Marking-to-Market am Tagesende einen Wert von Null hat. Diese Forderung ergibt sich, da der Terminkontrakt bei Vertragsabschluss zahlungsfrei ist und damit zu diesem Zeitpunkt keinen Ertrag erbringen darf. Durch das Daily Settlement wird der Futures jeden Tag an das aktuelle Preisniveau angepasst. Nach dem Marking-to-Market liegt dem Kontrakt der gleiche Preis zugrunde, der sich auch bei Abschluss eines Futuresgeschäfts zu dem Zeitpunkt ergeben würde. Dies führt zur gleichen Situation wie bei Vertragsabschluss.

Am Fälligkeitstag T stimmt der Futurespreis mit dem Kassapreis überein. Einen Tag davor im Zeitpunkt T-1 muss der Futurespreis so festgesetzt werden, dass sich ein Kontraktwert V von Null ergibt. Dabei muss der durch die Binomialwahrscheinlichkeiten gewichtete Ertrag aus einer Futurespreisänderung in T nach risikoloser Abzinsung auf die Periode T-1 den Wert Null ergeben. Eine Long-Futuresposition erzielt bei steigenden Futurespreisen einen Erlös aus dem Daily Settlement in der nächsten Periode. Da dieser ausgeschlossen werden muss, folgt:[27]

$$V_{T-1}^{(v)} = \left[\lambda\left(F_T^{(v+1)} - F_{T-1}^{(v)}\right) + (1-\lambda)\left(F_T^{(v-1)} - F_{T-1}^{(v)}\right)\right] P_{T-1,T}^{(v)} \stackrel{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow F_{T-1}^{(v)} = \lambda F_T^{(v+1)} + (1-\lambda) F_T^{(v-1)}$$
$$= E_{T-1}\left[F_T\right]$$

mit: $E_{T-1}[\cdot]$ = Erwartungswert zum Zeitpunkt T-1

(17)

Der Futurespreis in T-1 ergibt sich somit als risikoloser Erwartungswert des Futurespreises in T unter dem Wahrscheinlichkeitsmass λ. Eine Fortführung dieses Ansatzes führt zu einer rekursiven Berechnung der Futurespreise über die Laufzeit, wobei die Preise für den Zeitpunkt τ immer auf Grundlage derjenigen von τ+1 errechnet werden. Der allgemeine Ansatz lautet:

$$F_\tau^{(v)} = \lambda F_{\tau+1}^{(v+1)} + (1-\lambda) F_{\tau+1}^{(v-1)} = E_\tau\left[F_{\tau+1}\right] \qquad (18)$$

Unter der Annahme, dass der zugrunde liegende Basiswert eine Nullkuponanleihe ist, ergeben sich Kassa- und Futurespreis am Verfalltag T zu

$$F_t^{(v)} = NWP_{T,T^N}$$

Dabei stehen NW für den Nennwert und T^N für den Fälligkeitszeitpunkt des Zerobonds. Der Gleichgewichtsfuturespreis kann somit auch wie folgt dargestellt werden:

$$F_t = E_t\left[NWP_{T,T^N}\right] \qquad (19)$$

Das folgende Beispiel soll die Bewertung eines Zins-Futures verdeutlichen:[28]

Bewertet wird ein Zins-Futures mit einer Kontraktlaufzeit von 9 Monaten. Der Basiswert ist eine Nullkuponanleihe mit Fälligkeit in 12 Monaten und einem Nennwert von 1000 Geldeinheiten. Aus Vereinfachungsgründen sei angenommen, dass das

Tabelle 3: Beispielhafte Zinsstruktur im Zeitpunkt *t*

Laufzeit	Marktzins	P_{τ,τ^*}
3 Monate	6,4 %	$P_{0,1} = 0{,}9846$
6 Monate	6,6 %	$P_{0,2} = 0{,}9685$
9 Monate	6,8 %	$P_{0,3} = 0{,}9519$
12 Monate	7,0 %	$P_{0,4} = 0{,}9346$

$P_{0,1}$ = Preis einer Nullkuponanleihe, die in 3 Monaten eine Geldeinheit zahlt

Marking-to-Market nur alle 3 Monate stattfindet. Die Zinsstruktur zum Zeitpunkt t sei wie folgt gegeben:
Die Parameter der stochastischen Entwicklung der Zinsstruktur werden wie folgt festgelegt:

- Binomialwahrscheinlichkeit: $\lambda = 0{,}5$;
- Streuungsparameter: $\delta = 0{,}99$

Die Störfunktionen werden über folgende Gleichungen ermittelt:

$$h^{up}(\psi) = \frac{1}{\lambda + (1-\lambda)\delta^{\psi}} \tag{20}$$

$$h^{down}(\psi) = \frac{\delta^{\psi}}{\lambda + (1-\lambda)\delta^{\psi}} \tag{21}$$

Tabelle 4: Störfunktionen für drei Perioden im Zahlenbeispiel

Ψ	$h^{up}(\Psi)$	$h^{down}(\Psi)$
1	1,0050251	0,9949749
2	1,0100500	0,9899500
3	1,0150744	0,9849256

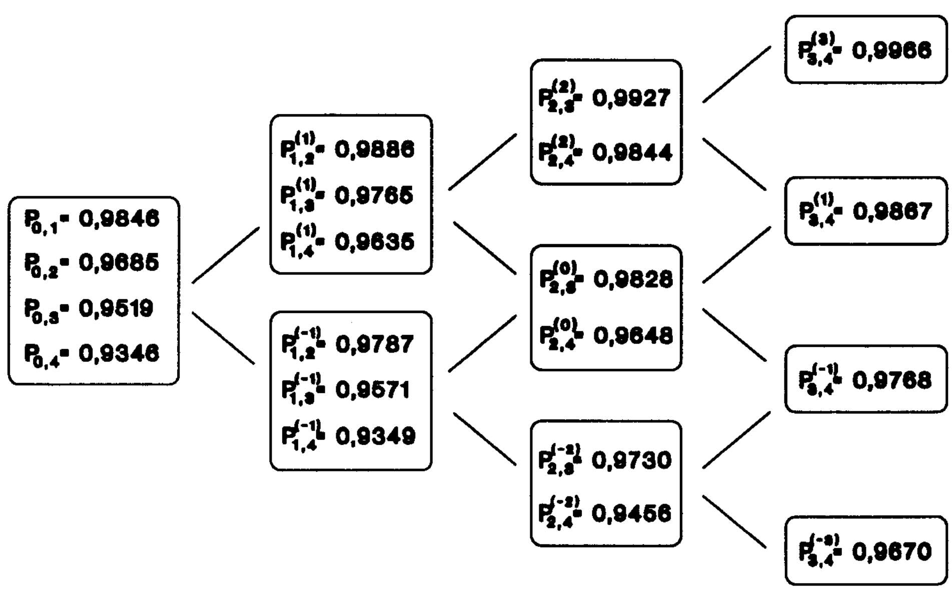
Aus den Störfunktionen und den Gleichungen (11) und (12) können die Diskontierungsfunktionen für jeden Zeitpunkt und Zustand ermittelt werden.

$P_{1,4}^{(1)}$ ergibt sich beispielsweise wie folgt:

$$P_{1,4}^{(1)} = \frac{P_{0,4}}{P_{0,1}} h^{up}(3) = \frac{0{,}9346}{0{,}9846} 1{,}0150744 = 0{,}9635 \tag{22}$$

Den Binomialbaum der Zinsentwicklung zeigt Abbildung 1.

Abbildung 1: Binomialbaum der Zinsentwicklung des Zahlenbeispiels



Am Fälligkeitstag T stimmen die Futurespreise mit den Kassapreisen des Basiswertes überein. Es gilt:

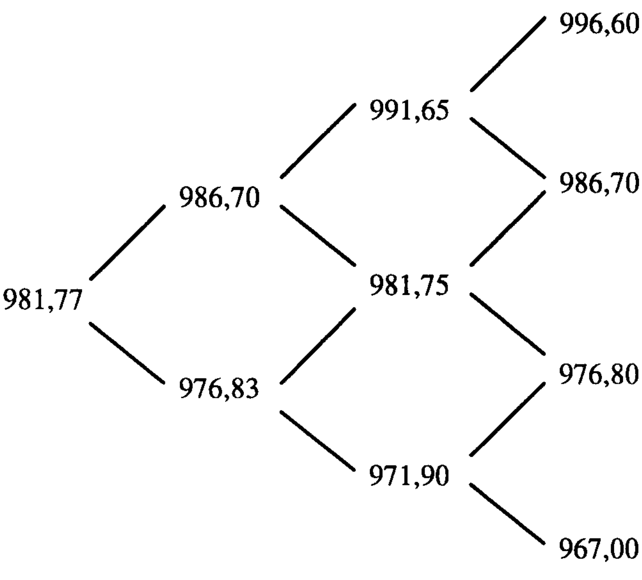
$$F_T^{(v)} = NWP_{T,T^N}^{(v)} = 1000 P_{3,4}^{(v)} \tag{23}$$

Über den allgemeinen Ansatz können die Futurespreise im Zeitpunkt τ rekursiv über den Binomialbaum ermittelt werden.

$$F_\tau^{(v)} = E(F_{\tau+1}) = \lambda F_{\tau+1}^{(v+1)} + (1-\lambda) F_{\tau+1}^{(v-1)} \tag{24}$$

Das Zahlenbeispiel liefert Abbildung 2:

Abbildung 2: Binomialbaum der Futurespreisentwicklung des Zahlenbeispiels



Der Gleichgewichtsfuturespreis im Zeitpunkt t ergibt sich zu 981,77 Geldeinheiten.
Darüber hinaus bietet das Zahlenbeispiel die Möglichkeit, die im CIR-Duplikationsmodell gewonnenen Erkenntnisse zu verdeutlichen. Bei einem Vergleich der Zinsstrukturentwicklung mit der Futurespreisentwicklung fällt auf, dass steigende/fallende Preise der Nullkuponanleihen mit steigenden bzw. fallenden Futurespreisen einhergehen. Damit liegt die bereits dargestellte positive Korrelation zwischen Futures- und Zerobondpreisen bzw. negative Korrelation zwischen den Futurespreisen und kurzfristigen Zinssätzen vor. Unter dem Einfluss des Marking-to-Market wird ein Futurespreis erwartet, der unter seinem entsprechenden Forwardpreis liegt. Letzterer ergibt sich innerhalb dieses Zahlenbeispiels anhand Formel (3) zu

$$FO_0 = P_{0,3} \cdot \frac{K_3}{P_{0,3}} = 934{,}6 \cdot (1{,}017053)^3$$
$$= 983{,}23 \textit{ Geldeinheiten} \tag{25}$$

mit: K_3= Kurs des Zerobonds in 9 Monaten bei Fälligkeit des Zins-Futureskontraktes, so dass das erwartete Ergebnis auch tatsächlich eintritt.

Da bis jetzt ein fester Fälligkeitszeitpunkt unterstellt wurde, soll zunächst die Möglichkeit der Erweiterung um den Einfluss der Lieferoptionen untersucht werden, bevor eine abschliessende Bewertung des Zinsstrukturmodells von HO/LEE erfolgt.

4. Ein Gleichgewichtsmodell für Zins-Futures bei simultaner Berücksichtigung der Lieferoptionen und des Marking-to-Market

4.1 Überblick über die Lieferoptionen des T-Bond-Futures

Mit dem Recht des Futures-Verkäufers, im Liefermonat bzw. am Liefertag die für ihn günstigste Anleihe auszuwählen und gegen den Terminkontrakt zu liefern (CTD-Anleihe), verbrieft der Futures eine Qualitätsoption (Quality Option). Neben der Quality Option beinhalten die Kontraktspezifikationen des T-Bond Futures drei Zeitoptionen (Timing Options) für die Short-Position. Sie geben dem Verkäufer das Recht, an jedem Börsentag des Liefermonats zu liefern, und werden unterschieden in:[29]

- Accrued Interest Option (Zinsoption),
- Wild Card Option und
- End-of-Month Option.

Hält der Inhaber zu einer Futures-Short-Position zusätzlich das zugrundeliegende Kassainstrument im Bestand, hat diese Konstellation Einfluss auf die Wahl des Lieferzeitpunktes und wird als Zinsoption bezeichnet. In Abhängigkeit davon, ob die Finanzierungskosten die Kuponzahlungen des Kassainstruments übersteigen oder nicht, kann der Verkäufer den frühestmöglichen oder spätesten Lieferzeitpunkt im Liefermonat wählen.

Die Wild Card Option resultiert aus einer weiteren Besonderheit des T-Bond Futuresmarktes. Während der dem Invoice Price zugrunde liegende Settlement Price bereits um 14:00 Uhr (Chicago Zeit) festgelegt wird, hat der Verkäufer noch bis 20:00 Uhr die Möglichkeit, sich zur Lieferung zu entscheiden oder nicht. Da der Handel im Treasury Bond noch bis 16:00 Uhr fortgesetzt wird, kann von einer günstigen Entwicklung der Kassapreise nach Festlegung des Settlementpreises profitiert werden. Sollten z. B. die Bondpreise nach einem Zinsanstieg in der Wild Card Periode fallen, ergibt sich ein zusätzlicher Gewinn zum feststehenden Abrechnungspreis.[30] Zu beachten ist, dass innerhalb der Wild Card Periode auch die Quality Option ihre Gültigkeit hat. Der Handel des T-Bond Futures endet am achtletzten Börsentag des Liefermonats. Für die dann noch offenen Terminpositionen besteht nur noch die Möglichkeit der Lieferung und zwar auf der Grundlage des am letzten Handelstag festgelegten Settlementpreises. Der Verkäufer hat somit die Chance, von einer günstigen Kassamarktentwicklung zu profitieren. In Ausübung der End-of-Month Option kann er die lieferoptimale Anleihe sowie den Lieferzeitpunkt bestimmen.[31]

Unter der Annahme eines vollkommenen Kapitalmarktes können diese Optionen vom Verkäufer nicht kostenlos erworben werden. Der Käufer muss dafür entschädigt werden, dass er weder den Lieferzeitpunkt kennt noch einen Einfluss auf die zu liefernde Anleihe hat. Aus theoretischer Sicht ist daher eine systematische, negative Korrektur des Futurespreises, den der Käufer an den Verkäufer zu zahlen hat, um den Wert der impliziten Lieferoptionen zu erwarten.

4.2 Erweiterung des Zinsstrukturmodells von HO/LEE um den Einfluss der Delivery Options - Eine Anwendung des Ansatzes von BROADIE/ SUNDARESAN

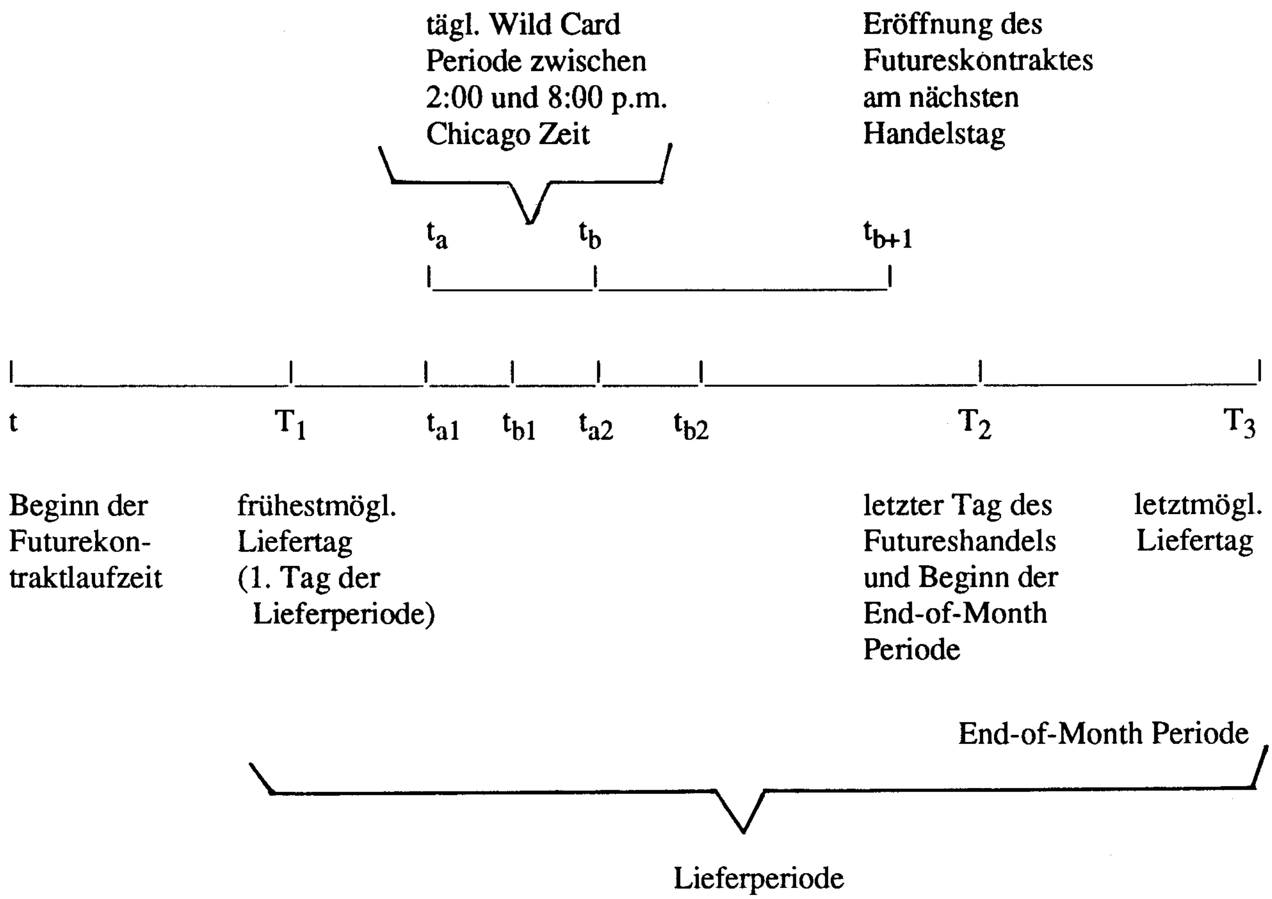
Die stochastische Entwicklung der Zinsstruktur erlaubt es, auch die Lieferperiode in den Modellansatz einzubeziehen. Die getrennte Analyse der einzelnen Arten der Lieferoptionen wird zugunsten der Ableitung eines Fair Value unter Berücksichtigung dieser Faktoren aufgegeben. BROADIE und SUNDARESAN untersuchen in ihrem Modell den simultanen Einfluss von Quality und Timing Options auf den *T*-Bond Futures.[32] Während Grundlage ein von COX/ INGERSOLL/ROSS entwickeltes Zinsstrukturmodell ist,[33] soll hier eine Übertragung auf den Ansatz von HO/LEE erfolgen. Es werden folgende zusätzliche Notationen zugrunde gelegt:

T_1	=	frühestmöglicher Liefertag (1. Tag der Lieferperiode)
T_2	=	letzter Tag des Futureshandels
T_3	=	letztmöglicher Liefertag (letzter Tag der End-of-Month Periode)
t_b	=	Ende der täglichen Wild Card Periode um 8:00 Uhr p.m. Chicago Zeit
t_b+1	=	Eröffnung des Futuresmarktes am nächsten Handelstag
t_a	=	Beginn der täglichen Wild Card Periode um 2.00 Uhr p.m. Chicago Zeit

BROADIE und SUNDARESAN unterscheiden vier Zeiträume, die separat untersucht werden. Dazu gehören:

(1) die End-of-Month-Periode von T_2 - T_3,
(2) der Zeitraum bis zum letzten Handelstag des Futures (T_1 - T_2), wobei die tägliche Wild Card Periode zunächst ausgeschlossen bleibt,
(3) die Kontraktlaufzeit vor Beginn des Liefermonats (t - T_1) und
(4) die explizite Untersuchung der Wild Card Periode (t_a - t_b).[34]

Abbildung 3: Darstellung der Zeitverhältnisse



Die Gleichgewichtspreise werden dabei ebenfalls rekursiv durch den hier zugrunde gelegten Binomialbaum der Zinsstruktur ermittelt. Zunächst soll der Futurespreis am letzten Handelstag T_2 im Umweltzustand (v) abgeleitet werden, der als Abrechnungspreis die Grundlage für die gesamte End-of-Month Periode bildet. Unter der Annahme, dass mit V der Wert einer Futures-Short-Position bezeichnet ist, muss der gleichgewichtige Futurespreis wieder so bestimmt werden, dass der Wert $V_{T_2}^{(v)}$ im Zeitpunkt T_2 und Zustand (v) Null ergibt. Wenn bis zum letzten Tag des Verfallmonats T_3 nicht geliefert wurde, bleibt für den Verkäufer nur noch die Möglichkeit der sofortigen Lieferung (immediate delivery). Bei optimalem Verhalten unter Berücksichtigung der CTD-Anleihe ergibt sich der Liefergewinn und damit der Wert des Zins-Futures zu:

$$ {}_{id}V_{T_3}^{(v)} = \max_i\left(F_{T_2}^{(v)} \cdot CF_i - K_{i,T_3}^{(v)}\right) \qquad (26)$$

mit ${}_{id}V$ = Wert bei sofortiger Lieferung [35]

In jedem Zeitpunkt τ zwischen T_2 und T_3 innerhalb der End-of-Month Periode hat der Verkäufer dagegen die Wahl, sofort zu liefern oder die Lieferung zu verschieben (dd = deferred delivery). Für den Kontraktwert gilt:

$$V_\tau^{(v)} = \max\left({}_{id}V_\tau^{(v)}, {}_{dd}V_\tau^{(v)}\right), \tag{27}$$

mit $T_2 \leq \tau < T_3$

Der Gewinn bei sofortiger Lieferung beträgt analog zu Gleichung (26):

$${}_{id}V_\tau^{(v)} = \max_i\left(F_{T_2}^{(v)} \cdot CF_i - K_{i,\tau}^{(v)}\right) \tag{28}$$

Wird dagegen die Lieferung in τ um eine Zeitperiode auf $\tau+1$ verschoben, ergibt sich der Wert der Futuresposition in τ aus dem mit den Binomialwahrscheinlichkeiten gewichteten Ertrag der Folgeperiode, risikolos auf den jetzigen Zeitpunkt abgezinst. Es gilt:

$${}_{dd}V_\tau^{(v)} = \left[\lambda V_{\tau+1}^{(v+1)} + (1-\lambda)V_{\tau+1}^{(v-1)}\right]P_{\tau,\tau+1}^{(v)} \tag{29}$$

Unter Anwendung der Gleichungen (26) bis (29) kann der Futurespreis in T_2 so bestimmt werden, dass sich der Wert der Futuresposition zu Null ergibt. Dabei können die zur Berechnung der Liefergewinne notwendigen gleichgewichtigen Kassapreise der lieferbaren Anleihen mit Hilfe der Zinsstruktur des Binomialmodells für jeden Zeitpunkt ermittelt werden. BROADIE/SUNDARESAN schlagen zur Lösung der Gleichungssysteme einen iterativen Algorithmus vor. Unter Voraussetzung eines gegebenen Futurespreises F_{T_2} wird durch Rückwärtsrechnung im Binomialbaum der Wert V der Short-Position im Zeitpunkt T_2 bestimmt. In Abhängigkeit davon, ob der ermittelte Wert V positiv oder negativ ist, wird der Futurespreis F_{T_2} durch wiederholte rekursive Rechnung durch den Zinsbaum so lange angepasst, bis der Wert V im Zeitpunkt T_2 für den Zustand (v) Null ergibt. Im zweiten Fall werden die Futurespreise innerhalb des Liefermonats zwischen T_1 und T_2 ermittelt, wobei aus Vereinfachungsgründen die Wild Card Periode zunächst ausgeschlossen bleibt. Die Ausführungen beziehen sich auf den täglichen Zeitabschnitt, zu dem sowohl Kassa- als auch Futuresmarkt geöffnet sind. Ausgangspunkt der Berechnungen sind die bereits ermittelten Futurespreise im Zeitpunkt T_2 für die unterschiedlichen Umweltzustände. Auch hier wird wieder die sogenannte "Null-Wert-Eigenschaft" fnr den gleichgewichtigen Futurespreis angewandt. Der Verkäufer hat die Option, zwischen sofortiger Lieferung oder Marking-to-Market zu wählen. Im Falle des Daily Settlement lässt sich der gleichgewichtige Futurespreis für jede Periode nach der in Abschnitt 3.3. dargestellten Vorgehensweise wie folgt ermitteln:

$${}_{dd}V_\tau^{(v)} = \begin{bmatrix} \lambda\left(F_\tau^{(v)} - F_{\tau+1}^{(v+1)}\right) + \\ (1-\lambda)\left(F_\tau^{(v)} - F_{\tau+1}^{(v-1)}\right) \end{bmatrix} P_{\tau,\tau+1}^{(v)} \overset{!}{=} 0 \tag{30}$$

$$\Rightarrow \; F_\tau^{(v)} = \lambda F_{\tau+1}^{(v+1)} + (1-\lambda)F_{\tau+1}^{(v-1)}, \tag{31}$$

mit $T_1 \leq \tau < T_2$

Zu beachten ist, dass es sich um eine Short-Position handelt. Da von fallenden Futurespreisen profitiert wird, ergibt sich der Ertrag aus dem Marking-to-Market als Differenz zwischen dem heutigen und morgigen Futurespreis.

Neben der Weiterführung der Terminposition um eine Zeitperiode besteht auch die Möglichkeit der sofortigen Glattstellung. Bei optimalem Verhalten ergibt sich der aus dieser Alternative abgeleitete Futurespreis zu:

$${}_{id}V_\tau^{(v)} = \max_i\left(F_\tau^{(v)} \cdot CF_i - K_{i,\tau}^{(v)}\right) \overset{!}{=} 0$$

$$\Leftrightarrow \quad F_\tau^{(v)} = \min_i \frac{K_{i,\tau}^{(v)}}{CF_i} \tag{32}$$

Die Binomialstruktur des Zinsmodells von HO/LEE erlaubt es, in jedem Knotenpunkt die aus beiden Möglichkeiten ermittelten Futurespreise zu vergleichen. Dabei muss der Gleichgewichtspreis so festgesetzt werden, dass der maximale Wert V der Short-Position Null ergibt. Aus den Formeln (30) und (32) ist ersichtlich, dass dieses Kriterium nur erfüllt ist, wenn der niedrigere der beiden Preise den weiteren Berechnungen innerhalb des Binomialmodells zugrunde gelegt wird. Liegt der aus der Lieferung ermittelte Futurespreis unter dem aus dem Binomialprozess abgeleiteten Preis, der sich im Rahmen des Marking-to-Market ergibt, schreibt optimales Verhalten die Lieferung der gültigen CTD-Anleihe vor. Im Binomialmodell dokumentiert dies der Ersatz durch den niedrigeren Futurespreis.

Der dritte Fall bezieht sich auf den Zeitraum t - T_1 vor Beginn des Liefermonats. Grundlage der Berechnungen sind die im Fall 2 ermittelten Gleichgewichtsfuturespreise für den Zeitpunkt T_1 und alle Zustände (v). Da Lieferung während dieses Zeitabschnitts ausgeschlossen ist, bleibt nur die Möglichkeit zum täglichen Marking-to-Market. In Analogie zur in Abschnitt 3.3. dargestellten Vorgehensweise kann der Futurespreis durch Rückwärtsrechnung im Binomialbaum für alle Zeitpunkte τ als risikoneutraler Erwartungswert der Futurespreise in $\tau+1$ ermittelt werden (gemäss Formel 31).

Die Bewertung innerhalb der Wild Card Periode (4. Fall) vollzieht sich in ähnlicher Weise wie in der End-of-Month Periode. Voraussetzung für die Ableitung eines Futurespreises ist, dass auch für die Wild Card Periode eine stochastische Entwicklung der Zinsstruktur modelliert wird. Der Gleichgewichtskurs lässt sich dann wieder so bestimmen, dass der maximale Wert der Futures-Short-Position Null ergibt. Nach Festsetzung des Futurespreises $F_{t_a}^{(v)}$ um 2.00 Uhr hat der Verkäufer die Möglichkeit, sofort zu liefern, später innerhalb der Wild Card Periode zu liefern oder bis zum nächsten Tag zu warten. Für $t_a \leq \tau < t_b$ ergibt sich der Wert der Futuresposition aus sofortiger Lieferung (33) bzw. Weiterführung der Position (34) zu:

$$ {}_{id}V_{\tau}^{(v)} = \max_{i}\left(F_{t_a}^{(v)} \cdot CF_i - K_{i,\tau}^{(v)}\right) \tag{33}$$

$$ {}_{dd}V_{t_b}^{(v)} = \begin{bmatrix} \lambda\left(F_{t_a}^{(v)} - F_{t_b+1}^{(v+1)}\right) + \\ (1-\lambda)\left(F_{t_a}^{(v)} - F_{t_b+1}^{(v-1)}\right) \end{bmatrix} P_{t_b,t_b+1}^{(v)} \tag{34}$$

Der Wert bei späterer Lieferung innerhalb der Wild Card Periode für $t_a \leq \tau < t_b$ beträgt:

$$ {}_{dd}V_{\tau}^{(v)} = \left[\lambda V_{\tau+1}^{(v+1)} + (1-\lambda)V_{\tau+1}^{(v-1)}\right] P_{\tau,\tau+1}^{(v)} \tag{35}$$

Mit Hilfe der Gleichungen kann der maximale Wert der Futuresposition rekursiv für den Zeitpunkt t_a bestimmt werden. Analog zum ersten Fall wird über den iterativen Prozess der gleichgewichtige Futurespreis so festgesetzt, dass sich ein Wert der Futuresposition von Null ergibt. Diese Bewertungsmethodik kann auf alle Wild Card Perioden ausgedehnt werden.

4.3 Kritische Würdigung des Modells von BROADIE/SUNDARESAN

Das zinsstrukturbasierte Modell von HO/LEE in Verbindung mit der Bewertungsmethodik von BROADIE/SUNDARESAN erlaubt, einen arbitragefreien Gleichgewichtspreis für den T-Bond Futures abzuleiten, der die Lieferoptionen implizit berücksichtigt. Eine Verallgemeinerung auf andere Zins-Futures ist möglich. Da die Bewertung zu diskreten Zeitpunkten erfolgt, kann die Möglichkeit der vorzeitigen Lieferung und damit Ausübung der Timing Options einbezogen werden. Für die Wild Card und End-of-Month Perioden liegen erstmalig spezifische, dynamische Bewertungsverfahren vor, die die Besonderheiten dieser Zeiträume berücksichtigen. Insgesamt werden die Zusammenhänge in der Lieferperiode detailliert und realitätsnah im Modell abgebildet. Eine Vereinfachung wird getroffen, indem von der Zinsoption abstrahiert wird. Damit bleibt unberücksichtigt, dass i.d.R. neben der Futures-Short-Position eine Kassa-Long-Position gehalten wird. Je nachdem, ob in Abhängigkeit der Zinsstrukturkurve eine positive oder negative Basis vorliegt, ergeben sich Auswirkungen auf die Wahl des optimalen Lieferzeitpunktes. Eine Berücksichtigung der Zinsoption im Bewertungsmodell von HO/LEE ist jedoch möglich, indem der Wert V einer Futures-Short-Position um die Erfolgsbeiträge aus der Zinsoption erweitert wird. Zu beachten

ist dabei, dass diese Erweiterung nur sinnvoll ist, wenn tatsächlich eine Kassa-Long-Position gehalten wird und somit eine Zinsoption vorliegt.
Aus der Darstellung der Futurespreisentwicklung im Binomialbaum kann die optimale Lieferstrategie abgeleitet werden. Einem Investor werden die Zeitpunkte und Umweltzustände angezeigt, in denen eine vorzeitige Lieferung und eine Anpassung an eine neue CTD-Anleihe gegenüber einer Weiterführung der Position vorteilhaft ist. Der Gleichgewichtsfuturespreis F_t kann darüber hinaus durch Vergleich mit dem am Markt zu beobachtenden Futurespreis als Massstab für eine Über- oder Unterbewertung des T-Bond Futures Anwendung finden. Dieses wurde von GAY/MANASTER in einer empirischen Untersuchung des Zeitraumes von 1977 - 1983 mit einem ähnlichen Gleichgewichtsmodell getestet, dessen Ergebnisse in Kapitel 5 gesondert dargestellt werden.[36] Obwohl anstelle der Zinsstruktur die Bondpreisentwicklung modelliert wurde, berechnet das Modell in ähnlicher Weise rekursiv den Gleichgewichtsfuturespreis.
In weiteren Studien simulierten GAY/MANASTER eine Handelsstrategie unter Anwendung des Gleichgewichtspreises, bei der immer dann eine Position aufgebaut wurde, wenn der errechnete Preis vom Marktpreis abwich. Diese wurde im Vergleich zur analogen Strategie basierend auf Forwardpreisen sowie gegenüber Buy-and-Hold- und Sell-and-Hold-Positionen getestet. In der Gegenüberstellung zeigt das Gleichgewichtsmodell deutlich bessere Ergebnisse.[37] In einer Regressionsanalyse stellten GAY/MANASTER eine Verringerung des Gleichgewichtspreises bei zunehmender Laufzeit und Preisvolatilität fest. Damit wird der Einfluss der Lieferoptionen in Übereinstimmung mit der Optionspreistheorie im Futurespreis berücksichtigt.[38]
Zusammenfassend ergeben sich sowohl bei theoretischer Betrachtung als auch bei der Anwendung in der Praxis gute Ergebnisse für das Gleichgewichtsmodell.

4.4 Kritische Analyse des Bewertungsmodells von HO/LEE unter Berücksichtigung neuerer zinsstrukturbasierter Ansätze

Die auf HO/LEE zurückgehenden zinsstrukturbasierten und arbitragefreien Modelle erlauben es, Zins-Futures relativ zur am Markt beobachtbaren Zinsstruktur zu bewerten und damit deren gesamten Informationsgehalt auszunutzen. Die ermittelten Preise sind konsistent mit den heutigen Marktpreisen der Nullkuponanleihen. Ein weiterer Vorteil des Ansatzes von HO und LEE ist die Verwendung präferenzunabhängiger Parameter, so dass die Risikoeinstellung der Investoren vernachlässigt werden kann. Bereits COX/ROSS/RUBINSTEIN haben in ihrem ähnlichen Binomialmodell zur Bewertung von Aktienoptionen solche "Pseudo-Wahrscheinlichkeitsmasse" angewandt.[39] Die Entwicklung der Zinsstruktur ist vorteilhaft gegenüber Bondpreismodellen, die die stochastische Entwicklung der Anleihekurse modellieren, da diese die Konvergenz der Bondpreise gegen ihren Nennwert gewährleisten müssen.[40]
Das Modell von HO/LEE weist jedoch auch einige nachteilige Eigenschaften auf. BLISS/RONN zeigen, dass für hinreichend lange Zeitperioden sowohl negative als auch extrem hohe Zinssätze in diesem Ansatz möglich sind.[41] Dies führt dazu, dass bei der Ableitung der Diskontierungsfunktionen Werte grösser als "1" auftreten. RITCHKEN/BOENAWAN modifizieren das Modell, indem sie eine untere Schranke für den Streuungsparameter und damit eine obere Schranke für die Volatilität einführen.[42] In einem anderen Lösungsweg schlagen BLISS/RONN vor, die Binomialwahrscheinlichkeit λ und den Streuungsparameter δ in Abweichung von HO/LEE als zustands- und/oder zeitabhängig anzunehmen.[43] Damit sind Änderungen im Zeitablauf der im Grundmodell von HO/LEE als konstant angenommenen Modellparameter möglich. Diese Erweiterung hat insbesondere für die Abbildung der Wild Card Periode Bedeutung, da dort eine kürzere Zeitdimension vorliegt und eine Anpassung der Parameter erforderlich wird. Darüber hinaus erweitern sie das Modell durch Einfüh-

rung eines Trinomialansatzes, der neben einer Aufwärts- und Abwärtsbewegung auch einen unveränderten Zustand zulässt.[44]

Ein weiterer Nachteil resultiert aus der Tatsache, dass die Zinsstrukturkurven zu einem bestimmten Zeitpunkt in den verschiedenen Zuständen parallel sind.[45] Damit kann zwar jede Form der Zinsstrukturkurve im Ausgangszeitpunkt abgebildet werden, ein Wechsel der Gestalt bei der stochastischen Entwicklung ist jedoch nicht möglich.

In einer Verallgemeinerung des Ansatzes von HO/LEE haben HEATH, JARROW und MORTON (HJM) ein zeitkontinuierliches Modell entwikkelt.[46] Ihrem Ansatz liegt eine endliche Anzahl unabhängiger Brownscher Bewegungen zur stochastischen Entwicklung der Terminzinsen zugrunde, die negative Zinssätze ausschliessen. Zur Vereinfachung und um vorzeitige Ausübungsbedingungen zinsbedingter Ansprüche im Modell abbilden zu können, wurde zusätzlich eine zeitdiskrete Approximation des Zinsstrukturmodells entwickelt.[47] Im einzelnen ergeben sich folgende Veränderungen zum Modell von HO/LEE:

- Anstelle der Diskontierungsfunktionen wird die stochastische Entwicklung der impliziten Terminzinsen (Forward Rates) modelliert.
- Es werden mehrere Störgrössen, sogenannte Random Shocks, berücksichtigt. Damit wird die perfekte Korrelation der Anleiherenditen verschiedener Fälligkeiten aufgegeben.
- Im kontinuierlichen Grenzfall hängen die Werte der Zinsderivate nur noch vom Volatilitätsparameter und nicht mehr von den Pseudo-Wahrscheinlichkeiten ab. Da nur noch ein Parameter festgelegt werden muss, kann die Problematik, die sich aus der vergangenheitsorientierten Schätzung von Variablen ergibt, abgeschwächt werden.

Zu beachten ist jedoch, dass durch Aufgabe der Pfadunabhängigkeit der Rechenaufwand bei praktischen Anwendungen erheblich ansteigt. Zwei weitere Ansätze wurden von CHEN und FLESAKER abgeleitet.[48] Beide entwickelten eine geschlossene zeitkontinuierliche Bewertungsformel für diskretes Marking-to-Market. Letzteres kann dabei als eine Weiterführung des HJM-Modells angesehen werden. In einer empirischen Untersuchung zur Differenz zwischen Forward- und Futurespreisen unterschiedlicher Fälligkeiten stellte FLESAKER keine signifikanten Unterschiede bei Laufzeiten bis zu 6 Monaten fest. Längere Laufzeiten und steigende Zinsvolatilitäten führten jedoch zu signifikanten Ergebnissen.[49] Bei einem Vergleich von täglichem zu kontinuierlichem Marking-to-Market stellten FLESAKER und CHEN übereinstimmend fest, dass dieser Einfluss bei der Bewertung von Zins-Futures vernachlässigbar ist.[50]

Als weitere Entwicklung kann das Einfaktorenmodell von HULL/WHITE angesehen werden, welches den kurzfristigen Zinssatz in einem Trinomialansatz modelliert.[51] Dabei wird sowohl Übereinstimmung mit der heutigen Zinsstrukturkurve als auch mit der Ausgangsvolatilität der Renditen erzielt. Besonders hervorzuheben ist die Möglichkeit, die Länge der Zeitabschnitte innerhalb des Trinomialbaumes zu variieren, was die Abbildung der Wild Card Periode vereinfacht. Zu beachten ist jedoch die zunehmende mathematische Komplexität, so dass in diesem Beitrag die simultane Bewertung des Marking-to-Market und der impliziten Lieferoptionen auf der Grundlage des als Pioniermodells bezeichneten Ansatzes von HO/LEE verdeutlicht werden soll.

Insgesamt kann eine abschliessende Bewertung der Modelle nur nach empirischen Untersuchungen und Vergleich der erzielbaren Vorteile zum erhöhten Rechenaufwand erfolgen. Aufgrund ihrer leichteren Verständlichkeit und der Möglichkeit, zusätzliche Einflüsse wie Lieferoptionen simultan im Modell abzubilden, ist bei der Bewertung von Zins-Futures diskreten Ansätzen der Vorzug zu geben. Sie passen sich damit den realen Gegebenheiten an, da die Bewertung des Futures durch das Marking-to-Market auch nur diskret einmal täglich erfolgt.

5. Empirische Untersuchungsergebnisse zum Einfluss der Lieferoptionen auf den T-Bond Futures

Eine Analyse des Einflusses der einzelnen impliziten Lieferoptionen auf den Preis von Zins-Futures kann für den deutschen Terminmarkt nicht durchgeführt werden, da die an der Deutschen Terminbörse gehandelten Kontrakte nicht mit den drei genannten Timing Options ausgestattet sind, sondern nur die Quality Option enthalten.

Um eine Aussage über die Höhe der Kursbeeinflussung zu treffen, muss daher auf Untersuchungsergebnisse in den USA zurückgegriffen werden, die den T-Bond-Futures zum Gegenstand haben. In der bereits angesprochenen Studie von GAY/MANASTER wurden sämtliche Lieferperioden im Zeitraum von 1977 - 1983 untersucht.[52] Bei einer Gegenüberstellung des Forwardpreises der CTD-Anleihe zum errechneten Futurespreis, der in einem ähnlich gelagerten Gleichgewichtsmodell unter Berücksichtigung sämtlicher Lieferoptionen ermittelt wurde, konnten folgende Ergebnisse erzielt werden (siehe Tab. 5). Damit liegen die errechneten Futurespreise durchschnittlich um $ 140 pro $ 100.000 unter den entsprechenden Forwardpreisen der CTD-Anleihe. Diese erwartete, deutlich signifikante, negative Abweichung zum Forwardpreis innerhalb der Lieferperiode kann auf den Einfluss der impliziten Lieferoptionen zurückgeführt werden.

Weitere Untersuchungen versuchen, die in Deutschland unbekannten Timing Optionen zu isolieren und zu quantifizieren, um so ihren Einfluss zu dokumentieren. ARAK/GOODMANN untersuchen in ihrer Studie im Zeitraum von 1984 bis 1986 sowohl die Wild Card- als auch die End-of Month Option des T-Bond Futures.[53] Die Ergebnisse sind in Tabelle 6 zusammengestellt. Eine weitere Untersuchung der Wild Card Option wurde von KANE/MARCUS (1986) durchgeführt. In verschiedenen Simulationen mit variierenden Standardabweichungen der Anleiherenditen und Konversionsfaktoren werden rechnerische Werte für die Wild Card Option ermittelt, um so eine Quantifizierung zu ermöglichen.[54] Die Ergebnisse fassen die Tabellen 7 und 8 zusammen.

Tabelle 5: Abweichungen zwischen Forwardpreis und Gleichgewichtsfuturespreis in der Lieferperiode

Kontrakt Verfallmonat	Beobachtungen	Forwardpreis der CTD-Anleihe abzüglich Gleichgewichtsfuturespreis in $ pro $ 100.000
Dez. 1977	16	38
März 1978	16	48
Juni 1978	17	24
Sept. 1978	15	34
Dez. 1978	15	48
März 1979	17	32
Juni 1979	16	68
Sept. 1979	14	45
Dez. 1979	14	157
März 1980	16	164
Juni 1980	16	175
Sept.1980	16	212
Dez.1980	16	299
März 1981	17	672
Juni1981	17	138
Sept.1981	16	165
Dez.1981	17	187
März 1982	18	146
Juni1 982	17	125
Sept.1982	16	96
Dez.1982	16	89
März 1983	18	83
Juni 1983	17	170
durchschn. Abweichung		140

Tabelle 6: Wild Card- und End-of-Month Optionswerte des T-Bond-Futures

Kontrakt Verfallmonat	Optionswerte in $ pro $ 100'000		
	Wild Card Option		End-of-Month Option
	12% Volatilität	18% Volatilität	12% Volatilität
Sept. 1984	-	-	67
Dez. 1984	10	40	27
März 1985	0	0	46
Juni 1985	0	10	63
Sept. 1985	0	20	175
Dez. 1985	150	370	89
März 1986	60	180	41
Juni 1986	50	225	5
Durchschn.	40	120	88

Tabelle 7: Wild Card Optionswerte in Abhängigkeit der Volatilität der Anleiherenditen

Volatilität	Wild Card Optionswerte in $ pro $ 100.000 (CF =1,5)
5 %	83
10 %	165
20 %	329

Tabelle 8: Wild Card Optionswerte bei unterschiedlichen Konversionsfaktoren

Konversions-faktor	Optionswerte in $ pro $ 100.000 (Volatilität 10 %)
0,75	277
1,25	114
1,50	165
1,75	189

Dabei gehen KANE/MARCUS davon aus, dass der Einfluss der Quality Option mit abnehmender Restlaufzeit abnimmt, da die CTD-Anleihe mit zunehmender Sicherheit vorhersehbar ist und damit die Wild Card Option relativ an Bedeutung gewinnt. Insgesamt zeigt sich, dass auch die Timing Options nicht ohne Einfluss auf den T-Bond-Futures sind uns somit bei einer theoretisch richtigen Bewertung dieses Kontraktes nicht vernachlässigt werden dürfen.

6. Fazit

Zur theoretisch einwandfreien Bewertung von Zins-Futures ist es notwendig, eine eigenständige Modellkonzeption zu entwerfen, die die spezifischen Kontrakteigenschaften des Marking-to-Market und der impliziten Lieferoptionen berücksichtigt. Der traditionelle Ansatz des Cost-of-Carry ist dazu nicht in der Lage, da keine Möglichkeit besteht, die Delivery Options simultan im Modell abzubilden. Im Fall der Unsicherheit über die zukünftige Zinsentwicklung ist das Cost-of-Carry Bewertungsprinzip nicht mehr zulässig. Da die Zins-Futures in erster Linie durch die ungewisse Marktzinsentwicklung determiniert werden, ist die Modellierung der stochastischen Entwicklung dieses Einflussfaktors erforderlich. Dies wurde von HO und LEE in einem Binomialmodell gelöst, das ausgehend von der heutigen Zinsstruktur die zukünftige Zinsentwicklung abbildet. Da es sich dabei um eine diskrete Modellkonzeption mit einer endlichen Anzahl von Umweltzuständen handelt, ist eine Erweiterung um den Einfluss der Delivery Options möglich. Bei der Entwicklung von weiteren Alternativen zur Modellkonzeption von HO und LEE ist jedoch zu beachten, dass mit der verfeinerten Abbildung der Zinsstruktur i.d.R. auch der Rechenaufwand steigt und die Möglichkeit zur Berücksichtigung anderer Einflussfaktoren sinkt. Diskrete Ansätze weisen neben der leichteren Verständlichkeit den Vorzug auf, dass auch die Lieferoptionen einbezogen werden können. Aus der überschaubaren Abbildung der Zinsstruktur können Empfehlungen zur Handels- und Lieferstrategie abgeleitet werden. Vom theoretischen Standpunkt aus ist mit den zinsstrukturbasierten Ansätzen ein geschlossenes Konzept zur Bewertung von Zins-Futures entwickelt worden. In empirischen Untersuchungen und in der praktischen Anwendung muss nun dessen Vorteil gegenüber dem erhöhten Rechenaufwand der Modelle ermittelt werden.

Fussnoten

[1] Vgl. LOISTL (1992), p. 429.
[2] Der T-Bond Futures basiert auf einem fiktiven Treasury Bond mit einer ständigen Restlaufzeit von 20 Jahren und einem Nominalzins von 8%. Zu den Einzelheiten des Kontraktdesigns vgl. CBOT (1992), pp. 17f. Zum Lieferungsprozess vgl. CBOT (1990), p. 3.
[3] Vgl. STEINER/MEYER (1993), p. 733.
[4] Vgl. SIEGEL/SIEGEL (1990), p. 59.
[5] Vgl. LABARGE (1988), p. 536. Zum Konversionsfaktor vgl. MEYER (1994), pp. 42f.
[6] Vgl. MEYER (1994), pp. 62, pp. 66 und pp. 80 und die dort angeführten Literaturhinweise.
[7] Vgl. RICHARD/SUNDARESAN (1981), p. 348.
[8] Vgl. BLACK (1976), pp. 167 sowie hier und im folgenden COX/INGERSOLL/ROSS (1981), pp. 323ff.. Zu ähnlichen Ergebnissen gelangen auch RICHARD/ SUNDARESAN (1981), pp. 347ff..
[9] Vgl. HEITMANN(1992), p. 31.
[10] Zum Beweis vgl. COX/INGERSOLL/ROSS (1981), pp. 324f..
[11] Vgl. STOLL/WHALEY (1993), S. 43 ff. und auch JARROW/OLDFIELD(1981), pp. 378ff..
[12] Zur Ableitung vgl. COX/INGERSOLL/ROSS (1981), p. 325f..
[13] Zum Beweis vgl. COX/INGERSOLL/ROSS (1981), p. 326f..
[14] Vgl. BERGER (1990), p. 309.
[15] Vgl. hier und zur folgenden Ausführung COX/INGERSOLL/ROSS (1981), pp. 326ff..
[16] Vgl. HEITMANN (1992), p. 45.
[17] Vgl. FRENCH (1983), p. 315.
[18] In Anlehnung an HEITMANN (1992), p. 49.
[19] Zur Erklärung und Anwendung eines Equivalent Martingale Measures vgl. HÄRTTER (1987), p. 222; HEITMANN (1992), pp. 52ff..
[20] Vgl. hier und im folgenden HO/LEE (1986), pp. 1012 sowie BERENDES/BÜHLER (1993), pp. 8ff..
[21] Vgl. SHARPE/GORDON (1990), p. 93f..
[22] Vgl. hierzu und zu den folgenden Ausführungen, HO/ LEE (1986), pp. 1016; HEITMANN (1992), pp. 72ff..
[23] HEATH/JARROW/MORTON (1990 b) zeigen in einem ähnlich gelagerten Beispiel, dass nicht sämtliche Bewegungen der Fristenstruktur mit dem Arbitrageprinzip vereinbar sind.
[24] Zur Herleitung vgl. auch HO/LEE (1986), pp. 1026f..
[25] Zum Beweis vgl. auch HO/LEE (1986), pp 1018f..
[26] Zur Darstellung des auf dem CIR-Modell basierenden Ansatzes vgl. HEITMANN (1992), pp. 85ff. und pp. 93ff..
[27] Vgl. hier und im folgenden HEITMANN (1992), p. 87 und HO/LEE (1986), pp. 1022ff..
[28] Eigene Berechnungen in Anlehnung an HEITMANN (1992), pp. 89ff. Vgl. auch HULL (1989), pp. 272ff..
[29] Vgl. CHANCE/HEMLER (1993), p. 127.
[30] Vgl. KOLB (1991), pp. 353ff..
[31] Vgl. MERRICK (1990), pp. 92ff..
[32] Vgl. BROADIE/SUNDARESAN (1991), pp. 12ff..
[33] Vgl. COX/INGERSOLL/ROSS (1985), pp. 385ff..
[34] Vgl. hierzu und zu den folgenden Ausführungen, BROADIE/SUNDARESAN (1991), pp. 12ff..
[35] Der Verkäufer wird diejenige Anleihe liefern, die seinen Gewinn π maximiert. Dieser ergibt sich aus dem Invoice Price abzüglich der Beschaffungskosten des zu liefernden Bonds.

$$\pi = \text{Rechnungsbetrag - (Bondpreis + Stückzinsen)}$$
$$= (F \cdot CF_i + AI) - K(K_i + AI)$$
$$= (F \cdot CF_i - K_i)$$

mit AI = Stückzinsen

[36] Vgl. hier und zu den folgenden Ausführungen GAY/ MANASTER (1991), pp. 624ff. und pp. 631ff..
[37] Vgl. GAY/MANASTER (1991), pp. 637ff..
[38] Vgl. GAY/MANASTER (1991), pp. 634ff..
[39] Vgl. COX/ROSS/RUBINSTEIN (1979), p. 234; COX/ RUBINSTEIN (1985), p. 173.
[40] Vgl. HEITMANN (1992), pp. 69f..
[41] Vgl. BLISS/RONN (1989), p. 594.
[42] Vgl. RITCHKEN/BOENAWAN (1990), pp. 260ff..
[43] Vgl. BLISS/RONN (1989), S. 592 ff. und auch RITCHKEN/SANKARASUBRAMANIAN (1990), pp. 445ff..
[44] Vgl. BLISS/RONN (1989), pp. 599ff..
[45] Vgl. HO/LEE (1986), p. 1021; RITCHKEN/SANKARASUBRAMANIAN (1990), pp. 445f; HEITMANN (1992), p. 80.
[46] Vgl. HEATH/JARROW/MORTON (1990b), pp. 56ff; HEATH/JARROW/MORTON (1992), pp. 78ff..
[47] Vgl. HEATH/JARROW/MORTON (1990a), pp. 420ff..
[48] Vgl. CHEN (1992), pp. 539ff; FLESAKER (1993), pp. 77ff..
[49] Vgl. FLESAKER (1993), pp. 86ff..
[50] Vgl. FLESAKER (1993), p. 88 und CHEN (1992), p. 544ff..
[51] Vgl. HULL/WHITE (1993), pp. 235ff..
[52] Zum genauen Aufbau und Ablauf der Studie vgl. GAY/ MANASTER (1986), pp. 43ff. und GAY/MANASTER (1991), pp. 629ff..
[53] Zum Aufbau der Studie vgl. ARAK/GOODMAN (1987), pp. 271ff..
[54] Vgl. KANE/MARCUS (1986), pp. 197ff..

Literatur

ARAK, M. and L.S. GOODMAN (1987): "Treasury Bond Futures: Valuing the Delivery Options", Journal of Futures Markets 7, pp. 269 - 286.

BERENDES, M.und W. BÜHLER (1993):" Analyse der Preisunterschiede von Zinsforward und Zinsfuture", Arbeitsbericht 93-2 des Lehrstuhls für Finanzierung der Universität Mannheim.

BERGER, M.. (1990):"Hedging: Effiziente Kursabsicherung festverzinslicher Wertpapiere mit Finanzterminkontrakten", Wiesbaden.

BLACK, F. (1976): "The Pricing of Commodity Contracts", Journal of Financial Economics 3, pp. 167 - 179.

BLISS, R.R. Jr. and E.I. RONN (1989): "Arbitrage-Based Estimation of Nonstationary Shifts in the Term Structure of Interest Rates", The Journal of Finance 44, pp. 591 - 610.

BROADIE, M. and S. SUNDARESAN (1991): "Quality and Timing Options in Treasury Futures Markets - Theory and Evidence", Working Paper, Graduate School of Business, Columbia University, New York.

CHANCE, D. M. and M.L. HEMLER (1993): "The Impact of Delivery Options on Futures Prices: A Survey", The Journal of Futures Markets 13, pp. 127 - 155.

CHEN, R.R. (1992): "A New Look at Interest Rate Futures Contracts", The Journal of Futures Markets 12, pp. 539 - 548.

CHICAGO BOARD OF TRADE (1992, Hrsg.): "Contract Specifications 1993", Chicago.

CHICAGO BOARD OF TRADE (1990, Hrsg.): "The Delivery Process in Brief: Treasury Bond and Treasury Note Futures", Chicago.

COX, J.C., J.E. INGERSOLL Jr. and S.A. ROSS (1981): "The Relation Between Forward Prices and Futures Prices", Journal of Financial Economics 9, pp. 321 - 346.

COX, J.C., J.E. INGERSOLL Jr. and S.A. ROSS (1985): "A Theory of the Term Structure of Interest Rates", Econometrica 53, pp. 385 - 407.

COX, J.C., S.A. ROSS and M. RUBINSTEIN (1979): "Option Pricing: A Simplified Approach", Journal of Financial Economics 7, pp. 229 - 263.

COX, J.C. and M. RUBINSTEIN (1985): "Options Markets", Englewood Cliffs.

FLESAKER, B. (1993): "Arbitrage Free Pricing of Interest Rate Futures and Forward Contracts", The Journal of Futures Markets 13, pp. 77 - 91.

FRENCH, K.R. (1983): "A Comparison of Futures and Forward Prices", Journal of Financial Economics 12, pp. 311 - 342.

GAY, G.D. and S. MANASTER (1986): "Implicit Delivery Options and Optimal Delivery Srategies for Financial Futures Contracts", Journal of Financial Economics 16, pp. 41 - 72.

GAY, G.D. and S. MANASTER (1991): "Equilibrium Treasury Bond Futures Pricing in the Presence of Implicit Delivery Options", The Journal of Futures Markets 11, pp. 623 - 645.

HÄRTTER, E. (1987) : "Wahrscheinlichkeitsrechnung, Statistik und mathematische Grundlagen: Begriffe, Definitionen und Formeln", Göttingen.

HEATH, D., R. JARROW and A. MORTON (1992): "Bond Pricing and the Term Structure of Interest Rates: A New Methodology for Contingent Claims Valuation", Econometrica 60, pp. 77 - 105.

HEATH, D., R. JARROW and A. MORTON (1990a): "Bond Pricing and the Term Structure of Interest Rates: A Discrete Time Approximation, Journal of Financial and Quantitative Analysis 25, pp. 419 - 440.

HEATH, D., R. JARROW and A. MORTON (1990b): "Contingent Claim Valuation with a Random Evolution of Interest Rates",The Review of Futures Markets 9, pp. 54 - 76.

HEITMANN, F. (1992): "Bewertung von Zinsfutures", Schriftenreihe der SGZ BANK Südwestdeutsche Genossenschafts-Zentralbank AG, Bd. 6, Frankfurt am Main-Karlsruhe.

HO, Th. S.Y. and S.B. LEE (1986) "Term Structure Movements and Pricing Interest Rate Contingent Claims", The Journal of Finance 41, pp. 1011 - 1029.

HULL, J. (1989): "Options, Futures, and Other Derivative Securities", Englewood Cliffs.

HULL, J. and A. WHITE (1993): "One-Factor Interest-Rate Models and the Valuation of Interest-Rate Derivative Securities", Journal of Financial and Quantitative Analysis 28, pp. 235 - 254.

JARROW, R.A. and G.S OLDFIELD (1981): "Forward Contracts and Futures Contracts", Journal of Financial Economics 9, pp. 373 - 382.

KANE, A. and A.J. MARCUS (1986): "Valuation and Optimal Exercise of the Wild Card Option in the Treasury Bond Futures Market", Journal of Finance 41, pp. 195 - 207.

KOLB, R.W. (1991):"Understanding Futures Markets", 3rd Ed., Miami.

LABARGE, K.P. (1988): "Daily Trading Estimates for Treasury Bond Futures Contract Prices", The Journal of Futures Markets 8, pp. 533 - 561.

LOISTL, O. (1992): "Computergestütztes Wertpapiermanagement", München-Wien.

MERRICK, J. J. (1990): "Financial Futures Markets: Structure, Pricing and Practice", New York.

MEYER, F. (1994): "Hedging mit Zins- und Aktienindex-Futures: Eine theoretische und empirische Analyse des deutschen Marktes", Reihe Finanzierung, Steuern, Wirtschaftsprüfung, Band 24, Köln.

RICHARD, S. F. and M. SUNDARESAN (1981): "A Continuous Time Equilibrium Model of Forward Prices and Futures Prices in Multigood Economy", Journal of Financial Economics 9, pp. 347 - 371.

RITCHKEN, P. and K. BOENAWAN (1990): "On Arbitrage-Free Pricing of Interest Rate Contingent Claims", The Journal of Finance 45, pp. 259 - 264.

RITCHKEN, P. and L. SANKARASUBRAMANIAN (1990): "On Valuing Complex Interest Rate Claims", The Journal of Futures Markets 10, pp. 443 - 455.
SHARPE, W.F. and A.J. GORDON (1990): "Investment"s, 4th. Ed., Englewood Cliffs/New Jersey.
SIEGEL, D.R. and D.F. SIEGEL (1990):"Futures Markets", Chicago u. a..
STEINER, M. and F. MEYER (1993): "Hedging mit Financial Futures", in: Gebhardt, G./ W. Gerke und M. Steiner: (Hrsg.), Handbuch des Finanzmanagments, München, pp. 721 - 749.
STOLL, H.R. and R.E. WHALEY (1993): "Futures and Options: Theory and Applications", Cincinnati/Ohio.