

Eigenschaften der impliziten Volatilitäten der SOFFEX-Optionen

1. Einleitung

Die implizite Volatilität von Optionen ist die Standardabweichung der Aktienrenditen, die in ein Optionspreismodell eingegeben werden muss, damit der daraus resultierende Modellpreis dem Marktpreis entspricht. Sie wird unter der Voraussetzung berechnet, dass der Markt effizient ist und die Option und der Basiswert vom Markt korrekt bewertet werden. Die implizite Volatilität misst dadurch die Erwartungen des Marktes bezüglich der tatsächlichen Volatilität des Basiswerts über die Restlaufzeit der Option.

Bei Untersuchungen von impliziten Volatilitäten ist zu beachten, dass es sich dabei immer um "joint tests" handelt. Zusätzlich zur Effizienz des Marktes wird angenommen, dass das für die Ermittlung der impliziten Volatilitäten verwendete Optionspreismodell richtig spezifiziert ist. Fehler bei der Berechnung der Volatilitäten können somit entweder von einer falschen Bewertung der Option durch den Markt, von einem Fehler des Modells oder einer Kombination davon herrühren. Dabei ist es nicht möglich, herauszufinden, welche dieser beiden Quellen eine falsche implizite Volatilität verursacht. Es kann somit aber auch nicht beurteilt werden, ob die an der Swiss Options and Financial

Futures Exchange (SOFFEX) errechneten impliziten Volatilitäten den "richtigen" Volatilitäten entsprechen oder nicht. Dieser Artikel beinhaltet deshalb keine abschliessende Beurteilung der Preisbildung an der SOFFEX, sondern begnügt sich mit einer Dokumentation von verschiedenen Eigenschaften der impliziten Volatilität der SOFFEX-Optionen.

Die implizite Volatilität einer Option stellt wie erwähnt die Erwartung des Marktes bezüglich der Volatilität des Basiswerts über die Restlaufzeit der Option dar. Es zeigt sich aber, dass diese Erwartung an der SOFFEX nicht mit der tatsächlich realisierten Volatilität übereinstimmt. Die an der SOFFEX bezahlte Volatilität liegt im Durchschnitt über der tatsächlichen zukünftigen Volatilität. Einzelne extreme Ereignisse können dabei einen grossen Einfluss auf die Volatilität ausüben, was sich anhand des Mini-Crashes vom Oktober 1989 sehr gut dokumentieren lässt. Die Auswirkungen sind umso grösser, je kürzer die Restlaufzeit der Option ist.

Die implizite Volatilität ist zu Beginn des Tages im Durchschnitt am höchsten und fällt dann allmählich leicht ab, um gegen Mittag wiederum anzusteigen. Die innertäglichen Unterschiede sind allerdings nicht besonders gross. Dies ergibt eine Untersuchung des Verhaltens der innertäglichen impliziten Volatilität anhand von 84 regelmässig gehandelten Callserien. Die Zeit zwischen 09.30 Uhr und 14.00 Uhr wird in neun Intervalle zu je dreissig Minuten unterteilt. Die durchschnittlichen impliziten Vola-

* Ich danke Walter Wasserfallen und Claudia Zogg-Wetter für die zahlreichen Kommentare.

tilitäten je Intervall werden anschliessend miteinander verglichen.

Währenddem die Differenzen der impliziten Volatilitäten innerhalb des Tages sehr gering sind und praktisch von einer konstanten Volatilität gesprochen werden kann, schwanken die impliziten Volatilitäten von Tag zu Tag überaus stark. Der Verlauf der Volatilitätskurven kann dabei nicht durch einen "random walk" erklärt werden. Damit ist jedoch die Grundannahme des Black-Scholes Optionspreismodells, die eine über die Restlaufzeit der Option konstante erwartete implizite Volatilität verlangt, nicht mehr gewährleistet.

Im zweiten Abschnitt wird die verwendete Datenbasis und das für die Ermittlung der impliziten Volatilitäten benutzte Optionspreismodell vorgestellt. Die Prognosefähigkeit der impliziten Volatilität als Schätzung für die in der Zukunft effektiv realisierte Volatilität des Basiswerts ist das Thema des dritten Abschnittes. Im vierten Abschnitt werden die innertäglichen Eigenschaften der impliziten Volatilität untersucht, währenddem der fünfte Abschnitt den längerfristigen Zeithorizont behandelt. Einige Schlussfolgerungen beschliessen diesen Artikel.

2. Datenbasis und Aufbereitung der Daten

Die vorliegende Untersuchung basiert auf Transaktionsdaten der SOFFEX für die Perioden vom 19. Mai 1988 bis zum 9. Dezember 1988 und vom 3. August 1989 bis zum 14. November 1989 [1], welche von der SOFFEX zur Verfügung gestellt werden. Die Datenbasis umfasst sämtliche Transaktionen der Aktien- und Indexoptionen, die während den erwähnten Zeitabschnitten an der SOFFEX abgeschlossen wurden. In der Datenerhebungsperiode wurden Optionen auf dreizehn Aktien und auf den Swiss Market Index (SMI) gehandelt. Jede Transaktion ist mit dem genauen Zeitpunkt des Abschlusses versehen. Es sind nur die Transaktionsdaten, nicht aber die Bid-Ask Quotes vorhanden. Es ist deshalb aus den Daten nicht ersichtlich, ob das Geschäft zum Bid- oder zum Ask-Kurs abgeschlossen wurde.

Die Daten für die den Optionen zugrundeliegenden Aktien stammen ebenfalls von der SOFFEX und schliessen alle bezahlten Kassakurse an den Börsen von Zürich, Basel und Genf mit ihrem jeweiligen Abschlusszeitpunkt ein. Für den SMI ist jede Neuberechnung mit dem dazugehörigen Zeitpunkt aufgeführt [2].

Die Daten der Optionen werden mit den Kursen der Aktien zur endgültigen Datenbasis zusammengeführt. Dabei wird jeder SOFFEX-Transaktion der letzte, vorher bezahlte Kurs des betreffenden Basiswerts zugeordnet. Falls während der Restlaufzeit der gehandelten Optionsserie eine Dividendenzahlung auf der Aktie stattfindet, wird der effektiv ausgeschüttete Betrag verwendet. Bei den SMI-Optionen werden alle während der Restlaufzeit der Option anfallenden Dividenden gemäss dem Anteil der Aktie am Index gewichtet. Als risikoloser Zinssatz wird der der Restlaufzeit am nächsten liegende Euromarktsatz für Schweizer Franken verwendet, welcher in der "Neuen Zürcher Zeitung" publiziert wird.

Insgesamt besteht die Datenbasis bei den Aktienoptionen aus 135'318 Calltransaktionen. Aktienputs werden nicht berücksichtigt, da während der Erhebungsperioden der Handel in fast allen Putserien zuwenig aktiv ist, um eine sinnvolle Auswertung zu ermöglichen. Das Schwergewicht der Transaktionen liegt bei Calls, die at-the-money gehandelt werden. Wenn der aktuelle Aktienkurs wesentlich vom Ausübungspreis abweicht, fallen die Umsätze in diesen Serien relativ rasch zusammen. Bei den SMI-Optionen werden dagegen mehr Put- als Calltransaktionen abgeschlossen. Insgesamt 4'536 Call- und 7'012 Puttransaktionen von SMI-Optionen gehen in die Untersuchung ein.

Die untersuchten impliziten Volatilitäten werden bei den Aktienoptionen mit dem Optionspreismodell von ROLL (1977), GESKE (1979) und WHALEY (1981) für Amerikanische Calloptionen berechnet [3]. Dieses Modell basiert wie das Black-Scholes Modell auf dem Konzept der risikolosen Bewertung derivativer Instrumente. Zusätzlich wird die Möglichkeit der vorzeitigen Ausübung einer Calloption unmittelbar vor einem Dividendenab-

gang berücksichtigt. Kann eine vorzeitige Ausübung ausgeschlossen werden, beispielsweise wenn während der Laufzeit der Option keine Dividende ausgeschüttet wird, geht das Roll-Geske-Whaley Modell in das Black-Scholes Modell über. Für die Indexoptionen wird das Black-Scholes Modell unter Berücksichtigung der Dividendenzahlungen verwendet. Bei den Indexoptionen wird die Wahrscheinlichkeit einer vorzeitigen Ausübung, insbesondere bei den Calls, durch das Aufsplitten der Dividendenzahlungen auf verschiedene Termine unwahrscheinlicher, weshalb der Wert der vorzeitigen Ausübungsmöglichkeit weniger ins Gewicht fällt.

Damit die implizite Volatilität einer Option ermittelt werden kann, muss diese die Arbitragebedingung bezüglich ihres minimalen Wertes erfüllen. Bei der kleinstmöglichen Volatilität von 0%, d.h. einem konstanten Aktienkurs, entspricht der Modellpreis der Option ihrem Minimalwert. Eine Transaktion wird somit nur in die endgültige Stichprobe aufgenommen, falls sie die Gleichung (1) für die Calls bzw. (2) für die Puts erfüllt.

$$C_t \geq \max [0, S_t - Ke^{-rT_d}, S_t - Ke^{-rT} - De^{-rT_d}] \quad (1)$$

$$P_t \geq \max [0, K - S_t, Ke^{-rT} + De^{-rT_d} - S_t] \quad (2)$$

C_t und P_t sind die Preise des Calls und des Puts. S_t ist der aktuelle Aktienkurs, während K und D den Ausübungspreis und den Dividendenbetrag darstellen. T und T_d sind die Zeit bis zum Verfall der Option und bis zum Dividententermin. r schliesslich stellt den risikolosen Zinssatz dar. Die Gleichungen (1) und (2) gelten für den Fall von nur einer Dividendenausschüttung bis zum Verfall der Option. Wenn mehrere Dividendenzahlungen fällig werden, müssen die Minimalwertbedingungen entsprechend angepasst werden.

3. Die implizite Volatilität als Prognosewert für die tatsächliche Volatilität über die Restlaufzeit der Option

Die Schätzung der zukünftigen Volatilität der Renditen des Basiswerts stellt bei der Bewertung einer Option mit einem Optionspreismodell das grösste Problem dar. Einerseits ist die Volatilität die einzige Inputgrösse, die nicht beobachtet werden kann oder leicht zu schätzen ist. Andererseits ist ihr Einfluss auf die Modellpreise überaus gross. Oftmals wird als Schätzwert die aus den vergangenen Aktienrenditen berechnete historische Volatilität verwendet. Eine falsche Annahme der in das Modell eingehenden Volatilität verursacht grosse Fehler bei der Bewertung der Option. Differenzen zwischen Markt- und Modellpreisen können daher nicht mit Gewissheit auf Fehlbewertungen des Marktes zurückgeführt werden.

Da der am Markt bezahlte Optionspreis jedoch beobachtbar ist, kann anstelle des Optionspreises die notwendige Volatilität berechnet werden, die in das Modell eingesetzt werden muss, damit der daraus resultierende Modellpreis dem Marktpreis entspricht. Diese Volatilität ist die implizite Volatilität, die die in den Marktpreisen enthaltene Marktmeinung über die zukünftige Volatilität der Aktie widerspiegelt. Es gilt zu beachten, dass die impliziten Volatilitäten von Optionen mit dem gleichen Basiswert, aber verschiedenen Verfalldaten zwei völlig unterschiedliche Zeitperioden berücksichtigen. Die implizite Volatilität eines Juli-Calls von Nestlé kann somit nicht mit derjenigen eines August-Calls von Nestlé verglichen werden. Die beiden Werte müssen nicht unbedingt identisch sein. Dagegen können die impliziten Volatilitäten von Optionen auf die gleiche Aktie und mit gleichem Verfalldatum aber unterschiedlichen Ausübungspreisen miteinander verglichen werden, da durch die implizite Volatilität die gleiche Zeitperiode abgedeckt wird.

In diesem Abschnitt wird überprüft, wie gut die Prognose der tatsächlichen Volatilität des Basiswerts über die Restlaufzeit der Option durch die implizite Volatilität der SOFFEX-Optionen ist. Ein

ähnliches Vorgehen haben BECKERS (1981) und BRENNER/GALAI (1984) gewählt. Sie vergleichen die Erklärungskraft von verschiedenen Gewichtungsmöglichkeiten der impliziten Volatilität in Bezug auf die effektive Volatilität. Laut BECKERS (1981) ist dabei die implizite Volatilität der Transaktion mit der grössten Sensitivität gegenüber Volatilitätsänderungen am zuverlässigsten, währenddem BRENNER/GALAI (1984) finden, dass der Mittelwert der Volatilität aller Transaktionen einer Optionsserie eine bessere Schätzung ergibt als die implizite Volatilität des Schlusskurses. WEI/FRANKEL (1991) finden, dass die tatsächliche Volatilität durch die implizite Volatilität nicht prognostiziert werden kann, dass aber die Richtung von Volatilitätsänderungen daraus ersichtlich ist. In diese Untersuchung werden nur Optionen mit einer Restlaufzeit von mindestens drei Wochen einbezogen. Bei den kürzeren Laufzeiten ist die Anzahl der verbleibenden Aktienrenditen zu gering, um die effektive Volatilität des Basiswerts sinnvoll zu berechnen. Die Volatilitäten der einzelnen Abschlüsse werden in zwei Varianten zusammengefasst. Zum einen wird pro Optionsserie und Tag eine mittlere Volatilität gemäss der Gleichung (3) ermittelt,

$$AISD_{jt} = \frac{1}{N_{jt}} \sum_{i=1}^N ISD_{ijt} \quad (3)$$

wobei $AISD_{jt}$ die mittlere implizite Volatilität der Optionsserie j am Tag t und ISD_{ijt} die impliziten Volatilitäten der einzelnen Transaktionen sind. N_{jt} ist die Anzahl der an diesem Tag in der Optionsserie j abgeschlossenen Transaktionen, welche die Bedingung (1) bzw. (2) erfüllen. Die zweite Berechnungsart folgt BECKERS (1981). Als implizite Volatilität eines Basiswerts für einen bestimmten Verfalltag, $VISD_{jt}$, wird aus allen Serien mit gleichem Verfall und gleichem Basiswert die Volatilität der Option mit dem grössten Sensitivitätswert gegenüber der Volatilität (Vega) ausgewählt. Es handelt sich dabei meistens um eine Option at-the-money oder leicht out-of-the-money.

Die effektive Volatilität, σ_{eff} , wird als annualisierte Standardabweichung der Tagesrenditen zwischen

dem Handelstag und dem Verfalltag berechnet [4]. Die relevante implizite Volatilität wird anschliessend mit der effektiven Volatilität verglichen und der Prognosefehler als Differenz der beiden ermittelt.

$$PF_{jt} = \sigma_{eff, jt} - AISD_{jt} \quad (4)$$

beziehungsweise

$$PF_{jt} = \sigma_{eff, jt} - VISD_{jt} \quad (5)$$

Bei der Berechnung der realisierten Volatilität werden die Renditen des Nestlé-Crashes vom 18. November 1988 und des Mini-Crashes vom 16. Oktober 1989 nicht berücksichtigt. Die Kursstürze an diesen Tagen waren nicht vorhersehbar und sind in ihrem Ausmass aussergewöhnlich gross. Ein Einbezug dieser Renditen führt zu einer Verzerrung der Resultate. Im folgenden werden die Resultate für die Calls der Aktienoptionen und für die Indexoptionen detailliert erläutert [5].

In der Tabelle 1 sind die mittleren Prognosefehler der einzelnen Basiswerte aufgelistet. Die Fehler sind mehrheitlich negativ. Die impliziten Volatilitäten sind also grösser als die effektiv eingetretenen. Die Standardabweichungen des Prognosefehlers sind bei einzelnen Titeln, insbesondere bei Rückversicherung, Sandoz und Zürich sehr gross. Diese Variabilität kann entweder durch unerwartete Schwankungen der impliziten Volatilität oder durch unerwartete Schwankungen der effektiven Volatilität herrühren. Bei den erwähnten Titeln hat die grosse Variabilität ihren Ursprung bei den Renditereihen des Basiswertes. Es handelt sich um Titel mit einer vergleichsweise geringen Liquidität im Aktienhandel. Der mittlere absolute Prognosefehler schwankt zwischen 4,4% bei der Bankgesellschaft und 10,1% bei der Rückversicherung, wenn die Prognose mit den $VISD$ gemäss Gleichung (5) gemacht wird.

Tabelle 1: Die implizite Volatilität als Prognose der effektiven Volatilität während der Restlaufzeit.

Basiswert	Beob	ϕ PF ^a	σ PF ^b	ϕ abs PF ^c	RMSE ^d
<i>Mittlere implizite Volatilität je Optionsserie (AISD)^e</i>					
Alusuisse	350	-0,090	0,076	0,097	0,119
BBC	395	-0,029	0,081	0,070	0,086
Ciba-Geigy	382	-0,051	0,072	0,073	0,089
CS Holding	907	-0,052	0,049	0,057	0,071
Nestlé	829	-0,012	0,070	0,056	0,071
Jacobs	475	0,027	0,098	0,083	0,101
Roche	969	-0,036	0,050	0,052	0,062
Rückversicherung	367	-0,013	0,145	0,121	0,146
Sandoz	577	-0,054	0,106	0,097	0,119
Bankgesellschaft	654	-0,029	0,046	0,045	0,054
Bankverein	720	-0,041	0,058	0,060	0,071
Volksbank	146	-0,067	0,062	0,077	0,091
Zürich	240	-0,017	0,107	0,077	0,109
SMI-Calls	175	-0,022	0,086	0,080	0,089
SMI-Puts	302	-0,085	0,105	0,115	0,135
<i>Implizite Volatilität der Option mit dem grössten Vega (VISD)^f</i>					
Alusuisse	201	-0,095	0,059	0,100	0,113
BBC	291	-0,018	0,075	0,062	0,078
Ciba-Geigy	556	-0,050	0,072	0,073	0,088
CS Holding	656	-0,044	0,041	0,050	0,060
Nestlé	638	-0,007	0,069	0,056	0,069
Jacobs	562	0,025	0,087	0,073	0,090
Roche	628	-0,034	0,049	0,052	0,060
Rückversicherung	533	-0,008	0,122	0,101	0,122
Sandoz	592	-0,030	0,102	0,084	0,106
Bankgesellschaft	600	-0,024	0,047	0,044	0,053
Bankverein	632	-0,028	0,057	0,052	0,063
Volksbank	332	-0,051	0,058	0,065	0,077
Zürich	440	0,009	0,118	0,081	0,119
SMI-Calls	166	-0,019	0,076	0,062	0,079
SMI-Puts	191	-0,063	0,089	0,084	0,109

Bemerkungen:

Optionen mit einer Restlaufzeit von weniger als 20 Tagen sind nicht berücksichtigt. Bei den Aktienoptionen handelt es sich nur um Calls.

a Mittelwert des Prognosefehlers (tatsächliche Volatilität - implizite Volatilität)

b Standardabweichung des Prognosefehlers

c Mittelwert des absoluten Prognosefehlers

d "Root Mean Squared Error" des Prognosefehlers

e Als implizite Volatilität wird für jede Optionsserie der Mittelwert der einzelnen Transaktionen verwendet (AISD).

f Als implizite Volatilität wird pro Verfallmonat die implizite Volatilität der Transaktion mit der grössten Sensitivität gegenüber Volatilitätsänderungen, Vega, verwendet (VISD).

Was die beiden Methoden zur Berechnung der impliziten Volatilität betrifft, ist die implizite Volatilität der Transaktion mit dem grössten Vega, *VISD*, zu favorisieren. Für den Vergleich zweier Prognosemethoden wird der "Root Mean Squared Error" (*RMSE*) verwendet, der wie folgt berechnet wird:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^N PF_t^2}{N-2}} \quad (6)$$

N ist dabei die Anzahl der Beobachtungen. Das Verfahren mit dem kleineren *RMSE* wird für die gewünschte Prognose als das bessere beurteilt. Der *RMSE* ist für die Methode mit der impliziten Volatilität der Option mit dem grössten Vega, *VISD*, bei 14 von 15 Basiswerten (inkl. den Indexcalls und -puts) kleiner. Die Dominanz dieser Variante ist bei einer Aufteilung nach Jahren sowohl in der Periode 1988 als auch 1989 zu beobachten. Dies bestätigt die von BECKERS (1981) gemachten Erfahrungen.

In der Tabelle 2 werden die Prognosefehler in verschiedene Klassen betreffend der Restlaufzeit und dem Verhältnis zwischen dem Aktienkurs und dem Ausübungspreis unterteilt. Je kürzer die Restlaufzeit einer Option ist, desto kürzer ist auch der Prognosehorizont, den die implizite Volatilität abdecken muss. Es ist demnach zu erwarten, dass die Prognosefähigkeit der impliziten Volatilität von kurzfristigen Optionen besser ist als diejenige von länger laufenden Serien. Diese Annahme wird von den Ergebnissen an der SOFFEX aber nicht bestätigt. Anhand des durchschnittlichen Prognosefehlers kann bei den Aktienoptionen keine offensichtliche Struktur erkannt werden, unabhängig vom gewählten Verfahren für die Ermittlung der relevanten impliziten Volatilität. Der *RMSE* ist hingegen bei den kurzen Restlaufzeiten bei den meisten Basiswerten deutlich am grössten. Einzelne grössere Preisveränderungen der Aktien fallen durch die kleine Anzahl an verbleibenden Tagesrenditen stärker ins Gewicht als bei langen Restlaufzeiten, wie im weiteren Verlauf dieses Abschnittes noch gezeigt wird. Dies führt zu grossen Schwankungen

der effektiv realisierten Volatilität, ohne dass die implizite Volatilität sich in gleicher Weise verändert.

Die Unterteilung bezüglich dem Verhältnis zwischen dem Aktienkurs und dem Ausübungspreis wird nur für die Volatilitätsvariante mit dem Mittelwert pro Optionsserie, *AISD*, durchgeführt. Die Transaktionen mit dem grössten Vega, *VISD*, sind fast ausnahmslos im at-the-money Bereich mit einem Quotienten Aktienkurs / Ausübungspreis zwischen 0,95 und 1,05 anzusiedeln. Es ist zu erwarten, dass die Prognosefähigkeit der at-the-money Optionen am grössten ist, da der Grossteil des Handels in diesen Serien stattfindet. Die Randserien sind weniger liquide, was mit einem dementsprechend grösseren negativen Einfluss des Bid-Ask Spreads verbunden ist. Die Resultate zeigen, dass die Prognosefehler der at-the-money Optionen tendenziell am kleinsten sind. Eine signifikante Bestätigung dafür kann aber nicht gefunden werden. Dagegen sind grosse *RMSE* ausschliesslich bei Serien extrem in- oder out-of-the-money zu beobachten.

Anhand der in den Tabellen 1 und 2 gezeigten Prognosefehler erkennt man, dass die genaue Übereinstimmung zwischen der impliziten und der effektiven Volatilität nicht vorhanden ist. Um den Zusammenhang zwischen diesen beiden Grössen näher zu untersuchen, wird für alle Basiswerte die Regression (7) geschätzt.

$$\sigma_{eff, j} = \alpha + \beta VISD_j + \varepsilon_j \quad (7)$$

Wenn die implizite Volatilität ein guter Schätzwert für die effektive Volatilität, σ_{eff} , ist, dann ist $\alpha = 0$ und $\beta = 1$. Ist diese Hypothese erfüllt, entspricht der Prognosefehler dem zufälligen Residualterm ε . Die für die Schätzung der Regression (7) verwendete implizite Volatilität wird nur nach dem Verfahren mit dem grössten Vega, *VISD*, ermittelt, da bei dieser Methode die Prognosefehler kleiner und stabiler sind.

Tabelle 2: "Root Mean Squared Error" des Prognosefehlers, unterteilt nach der Restlaufzeit und dem Verhältnis Aktienkurs/Ausübungspreis.

Basiswert	nach Restlaufzeit				nach Aktienkurs/Ausübungspreis				
	<30 T	<60 T ^a	<90 T	>90 T	<0.90	<0.95 ^b	<1.05	<1.10	<1.10
<i>Mittlere implizite Volatilität je Optionsserie^c</i>									
Alusuisse	0,091	0,126	0,113	0,134	0,181	0,140	0,103	0,004	0,159
BBC	0,086	0,089	0,086	0,083	0,114	0,087	0,084	0,086	0,117
Ciba-Geigy	0,086	0,089	0,087	0,101	0,098	0,096	0,088	0,078	0,114
CS Holding	0,116	0,066	0,063	0,061	0,067	0,065	0,061	0,070	0,155
Nestlé	0,068	0,074	0,071	0,067	0,089	0,064	0,073	0,069	0,081
Jacobs	0,135	0,110	0,077	0,059	0,088	0,097	0,102	0,121	0,139
Roche	0,062	0,059	0,066	0,066	0,114	0,067	0,057	0,054	0,060
Rückvers.	0,156	0,169	0,124	0,101	0,116	0,131	0,152	0,142	0,197
Sandoz	0,156	0,123	0,097	0,092	0,132	0,125	0,108	0,136	0,178
Bankgesellsch.	0,057	0,052	0,053	0,061	0,063	0,056	0,053	0,055	0,090
Bankverein	0,087	0,074	0,069	0,062	0,052	0,060	0,068	0,072	0,106
Volksbank	0,107	0,095	0,089	0,072		0,098	0,090	0,113	
Zürich	0,151	0,098	0,079	0,057	0,115	0,154	0,104	0,099	0,090
SMI-Calls	0,091	0,091	0,071	0,085		0,107	0,087	0,104	
SMI-Puts	0,151	0,137	0,151	0,108	0,213	0,167	0,128	0,098	

Implizite Volatilität der Option mit der grössten Sensitivität gegenüber der Volatilität^d

Alusuisse	0,090	0,111	0,116	0,123
BBC	0,079	0,087	0,078	0,065
Ciba-Geigy	0,087	0,088	0,948	0,083
CS Holding	0,082	0,062	0,059	0,052
Nestlé	0,063	0,075	0,071	0,064
Jacobs	0,126	0,105	0,079	0,062
Roche	0,059	0,059	0,061	0,060
Rückvers.	0,131	0,144	0,117	0,093
Sandoz	0,146	0,117	0,098	0,083
Bankgesellsch.	0,063	0,052	0,053	0,053
Bankverein	0,093	0,067	0,059	0,054
Volksbank	0,096	0,084	0,075	0,060
Zürich	0,114	0,125	0,125	0,107
SMI-Calls	0,093	0,087	0,077	0,064
SMI-Puts	0,138	0,119	0,109	0,094

Bemerkungen:

Optionen mit einer Restlaufzeit von weniger als 20 Tagen sind nicht berücksichtigt. Bei den Aktienoptionen handelt es sich nur um Calls.

a Optionen mit einer Restlaufzeit zwischen 30 und 59 Tagen.

b Optionen mit einem Verhältnis Aktienkurs/Ausübungspreis zwischen 0.90 und 0.95. Beim Mittelwert der Serien gilt das mittlere Verhältnis der einzelnen Transaktionen.

c Als implizite Volatilität wird für jede Optionsserie der Mittelwert der einzelnen Transaktionen verwendet.

d Als implizite Volatilität wird pro Verfallmonat die implizite Volatilität der Transaktion mit der grössten Sensitivität gegenüber Volatilitätsänderungen verwendet.

Tabelle 3: Die implizite Volatilität der Aktiencalls und der Indexoptionen als Schätzwert für die effektive Volatilität über die Restlaufzeit.

Basiswert	Beob	α	t(α)	β	t(β) ^a	Adj. R ²
Alusuisse	201	0,132*	(3,64)	0,388*	(-6,54)	0,078
BBC	291	0,183*	(14,78)	0,343*	(-15,24)	0,140
Ciba-Geigy	556	0,174*	(20,85)	0,170*	(-27,11)	0,036
CS Holding	656	0,085*	(12,16)	0,462*	(-17,70)	0,249
Nestlé	638	0,207*	(14,75)	-0,089*	(-16,25)	0,004
Jacobs	562	0,090*	(6,33)	0,690*	(-4,35)	0,144
Roche	628	0,047*	(10,31)	0,650*	(-18,15)	0,623
Rückvers.	533	0,296*	(10,88)	-0,041*	(-11,88)	-0,001
Sandoz	592	0,202*	(13,56)	0,147*	(-16,04)	0,008
Bankgesellsch.	600	0,161*	(27,89)	0,220*	(-34,50)	0,116
Bankverein	632	0,242*	(34,34)	-0,146*	(-38,71)	0,044
Volksbank	332	0,153*	(24,59)	0,027*	(-31,60)	-0,001
Zürich	440	0,342*	(6,79)	-0,372*	(-6,81)	0,021
SMI-Calls	166	0,255*	(11,62)	-0,202*	(-12,25)	0,062
SMI-Puts	191	0,336*	(26,79)	-0,479*	(-32,06)	0,456

Bemerkungen:

$$\sigma_{\text{eff}} = \alpha + \beta \text{VISD} + \varepsilon$$

Regression nach dem OLS-Verfahren, wobei σ_{eff} die effektive Volatilität des Basiswerts über die Restlaufzeit und *VISD* die implizite Volatilität der Option mit dem grössten Vega sind. Die t-Statistiken werden mit der Heteroskedastizität-Konsistenten Kovarianzmatrix von WHITE (1980) ermittelt.

a t-Wert für die Hypothese: $\beta = 1$

* Signifikant bei einem Signifikanzniveau von 5% (t-Test)

Aus der Tabelle 3 ist ersichtlich, dass die implizite Volatilität die effektive Volatilität schlecht abbildet. Die Bedingung von $\alpha = 0$ und $\beta = 1$ wird von allen Basiswerten bei weitem nicht erfüllt. Der Koeffizient von α ist signifikant positiv und zeigt den langfristigen Mittelwert der effektiven Volatilität an, währenddem die β -Koeffizienten kleiner als Eins sind. Die Erklärungskraft (R^2) der Gleichung (7) ist mehrheitlich in der Nähe von Null. Einzig bei den Roche-Optionen kann mehr als 50% der effektiven Volatilität durch die an der SOFFEX bezahlte implizite Volatilität erklärt werden. Die Situation ist bei den SMI-Optionen nicht besser. Die implizite Volatilität der SOFFEX-Optionen ist aufgrund

dieser Ergebnisse für die Vorhersage der Variabilität der zugrundeliegenden Aktien kaum zu gebrauchen. WEI/FRANKEL (1991) erhalten die gleichen Ergebnisse und interpretieren aus den tiefen Betas, dass die Marktteilnehmer am Optionenmarkt dazu tendieren, die effektive Volatilität zu überschätzen. Da es sich wie erwähnt immer um einen "joint test" der Markteffizienz und des verwendeten Preismodells handelt, kann die Ursache für die fehlende Prognosegenauigkeit nicht bestimmt werden. Es kann sich ebensogut um eine Marktineffizienz, wie auch um einen Fehler des Modells handeln. Wie stark der Einfluss von Verletzungen der Annahmen des Modells sich auf die gezeigten

Resultate auswirken, ist nicht bekannt. Es ist einzig möglich, die Tatsache festzuhalten, dass die impliziten Volatilitäten der SOFFEX-Optionen, berechnet mit dem Roll-Geske-Whaley Modell, keinen allzugrossen Zusammenhang mit den effektiv realisierten Volatilitäten über die Restlaufzeit besitzen. Es muss noch angefügt werden, dass die Prognosefehler keine vollständig unabhängigen Beobachtungen sind. Aufgrund der Überlappung der Perioden für die Ermittlung der effektiven Volatilität weisen die Prognosefehler "cross sectional" serielle Korrelationen auf.

Der Einfluss einer extremen Beobachtung auf die Volatilität von Wertpapieren kann anhand des Mini-Crashes vom 16. Oktober 1989 anschaulich demonstriert werden. Die implizite Volatilität wird mit dem Kriterium des grössten Vegas, *VISD*, bestimmt. Die Optionen, in deren Restlaufzeit der Mini-Crash fällt, werden in die Analyse einbezogen. Das sind alle Optionstransaktionen vor dem 16. Oktober 1989 mit einem Verfalldatum nach dem Ereignis. Ansonsten werden an die Transaktionen die gleichen Anforderungen gestellt wie in den übrigen Untersuchungen in diesem Abschnitt.

Aus der Tabelle 4 ist ersichtlich, dass die Folgen dieser einzelnen Beobachtung gravierend sind. Die effektiv realisierte Volatilität wird aufgebläht, was deutlich positive Prognosefehler zur Folge hat. Wenn alle Beobachtungen betrachtet werden, wird der Prognosefehler durch die Berücksichtigung der Crash-Beobachtung bei der Ermittlung der effektiven Volatilität zwischen 10% und 20% grösser. Noch krasser sieht die Situation aus, wenn die Stichprobe anhand der Länge der Restlaufzeit unterteilt wird. Erwartungsgemäss ist der Anstieg des Prognosefehlers bei den kurzfristigen Optionen überproportional gross, da die Zahl der verbleibenden Renditen für die Volatilitätsberechnung klein ist. Die extreme Tagesbeobachtung kann somit nicht ausgeglichen werden. Bei den Optionen mit einer Restlaufzeit von mehr als drei Monaten wird die Crash-Beobachtung schon recht gut geglättet. In dieser Kategorie ist der Prognosefehler auch signifikant am kleinsten und nähert sich den Werten ohne Berücksichtigung der Crash-Beobachtung an.

Die Resultate zeigen, dass bei der Auswahl der Daten für die Berechnung von Volatilitäten vorsichtig vorgegangen werden muss. Das heisst nicht, dass die Daten manipuliert werden sollen. Extreme Beobachtungen, die die Volatilität unnötig in die Höhe treiben, sind jedoch von solchen Analysen auszuschliessen [6].

4. Das innertägliche Verhalten der impliziten Volatilität

Die Handelsaktivität an der SOFFEX und am Aktienmarkt ist während eines Tages nicht immer gleich gross. Aus Abbildung 1 ist zu sehen, dass unmittelbar nach Handelsbeginn die Zahl der getätigten Abschlüsse stark ansteigt, um nachher allmählich zurückzugehen. Nach der Mittagspause zwischen 13.30 Uhr und 14.00 Uhr ist noch einmal ein Anstieg der Aktivität zu erkennen, bevor diese dann rasch gegen Null abfällt.

In diesem Abschnitt wird überprüft, ob sich diese Aktivitätsstruktur in den impliziten Volatilitäten widerspiegelt. Dazu wird die Zeit zwischen dem Beginn des Handels (09.30 Uhr) und 14.00 Uhr in neun Intervalle zu je dreissig Minuten unterteilt. Innerhalb eines Intervalls wird von den impliziten Volatilitäten aller Transaktionen pro Optionsserie der Mittelwert und die Standardabweichung ermittelt. Durch die Mittelwertbildung wird die in den Transaktionsdaten enthaltene negative serielle Korrelation und der damit verbundene Einfluss des Bid-Ask Spreads auf die Resultate stark vermindert.

Als weitere Entscheidungsvariable werden für alle Transaktionen "Überschussvolatilitäten" gemäss der Gleichung (8) berechnet.

$$EISD_{jt} = ISD_{jt} - \frac{1}{N_j} \sum_{s=1}^N ISD_{st} \quad (8)$$

$EISD_{ijt}$ ist die Überschussvolatilität der Transaktion i aus der Optionsserie j am Tag t . Von der impliziten Volatilität dieser Transaktion wird die mittlere

Tabelle 4: Der Einfluss des Mini-Crashes vom 16. Oktober 1989 auf den Prognosefehler "effektive Volatilität - implizite Volatilität".

Basiswert	alle Beob. ^a		nach Restlaufzeit inkl. Crash			
	ohne ^b	mit ^c	<30 T	<60 T ^d	< 90 T	>90 T
Alusuisse	-0,077	0,132	0,404*	0,229	0,109	0,023**
BBC	0,011	0,079	0,214*	0,127	0,063	0,017**
Ciba-Geigy	-0,013	0,159	0,412*	0,232	0,120	0,061**
CS Holding	-0,020	0,138	0,375*	0,215	0,119	0,065**
Nestlé	0,006	0,128	0,318*	0,195	0,112	0,063**
Jacobs	0,104	0,256	0,535*	0,335	0,226	0,156**
Roche	-0,040	0,072	0,301*	0,134	0,055	0,004**
Rückversicherung	0,092	0,230	0,497*	0,318	0,195	0,105**
Sandoz	0,134	0,281	0,577*	0,359	0,228	0,156**
Bankgesellschaft	-0,042	0,098	0,310*	0,163	0,081	0,033**
Bankverein	-0,019	0,057	0,296*	0,109	0,037	0,005**
Volksbank	-0,035	0,077	0,217*	0,102	0,036	-0,006**
Zürich	0,021	0,123	0,261*	0,176	0,105	0,078**
SMI-Calls	0,028	0,192	0,417*	0,261	0,151	0,099**
SMI-Puts	-0,006	0,148	0,402*	0,232	0,125	0,061**

Bemerkungen:

a Alle Optionen, in deren Restlaufzeit der Mini-Crash vom 16. Oktober 1989 eingeschlossen ist.

b Die Crash-Beobachtung wird für die Berechnung der effektiven Volatilitätausgeschlossen.

c Die Crash-Beobachtung wird in die Berechnung der effektiven Volatilität miteinbezogen.

d Optionen mit einer Restlaufzeit zwischen 30 und 59 Tagen.

* Klasse, die signifikant am grössten ist (Z-test; 5%)

** Klasse, die signifikant am kleinsten ist (Z-Test; 5%)

implizite Volatilität aller Transaktionen der entsprechenden Optionsserie an diesem Tag abgezogen [7]. Von diesen Überschussvolatilitäten wird wiederum pro Zeitintervall der Mittelwert und die Standardabweichung ermittelt [8].

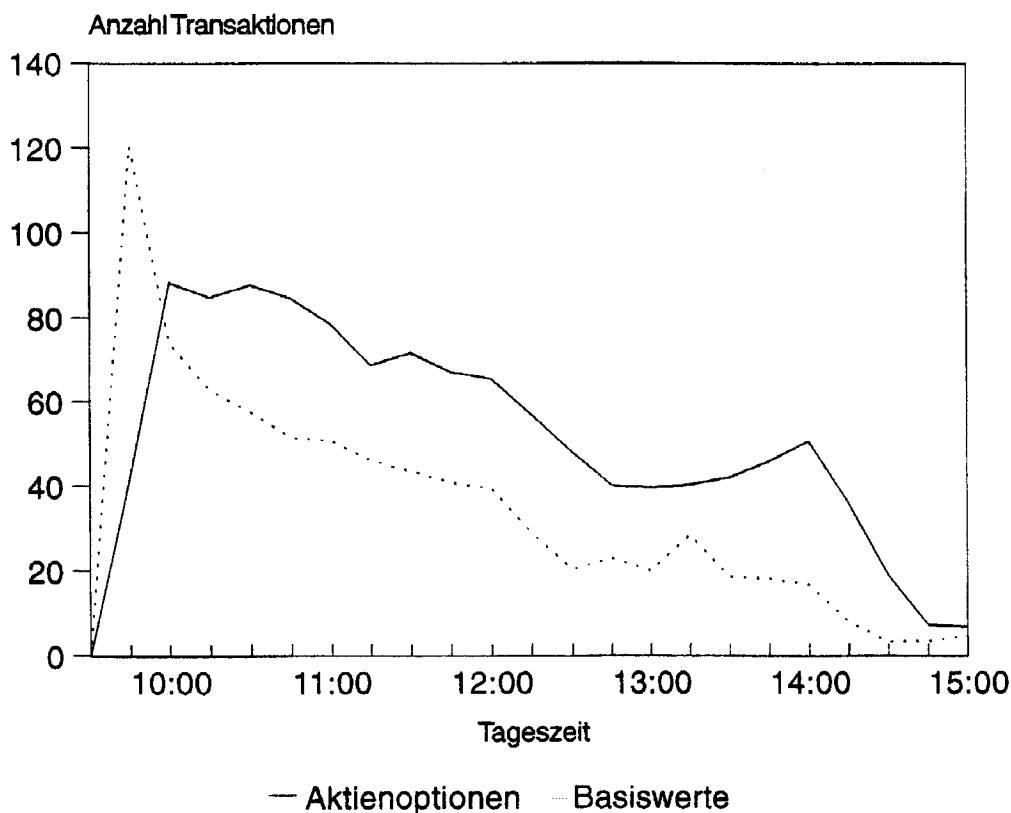
Diese Untersuchung kann nur durchgeführt werden, wenn in allen Zeitintervallen genügend Transaktionen stattfinden, weshalb nur Optionsserien mit mindestens 50 abgeschlossenen Transaktionen an diesem Tag, die die Minimalwertbedingung erfüllen, Berücksichtigung finden. Serien von Indexoptionen mit einer genügend grossen Zahl von Transaktionen sind in der Datenbasis nicht vorhanden. Die Stichprobe umfasst daher 84 Serien von Calloptionen aus dem Jahre 1989 [9].

Die häufig gehandelten Optionsserien konzentrieren sich auf vier Basiswerte, wie aus der Tabelle 5

ersichtlich ist. Die meisten Serien weisen eine Restlaufzeit zwischen einem und zwei Monaten auf und werden at-the-money gehandelt.

Die Ergebnisse der einzelnen Optionsserien werden über alle verwendeten Serien pro Basiswert addiert und gemittelt. Die daraus resultierenden Werte sind in der Tabelle 6 dargestellt. Die Anzahl der Transaktionen pro Zeitintervall bestätigt die in Abbildung 1 mit der gesamten Datenbasis gemachten Beobachtungen. Deutlich ist das Abflauen der Handelsaktivität nach der ersten Stunde sichtbar. Der Anstieg zwischen 13.30 Uhr und 14.00 Uhr ist zwar überall zu erkennen. Das Ausmass bei der gesamten Stichprobe der 84 Serien wird aber durch ein paar Sonderbewegungen von BBC-Optionen bestimmt. Die impliziten Volatilitäten sind innerhalb des Tages keinen grossen und signifikanten

Abbildung 1: Die zeitliche Verteilung der Aktienoptionstransaktionen und der bezahlten Börsenkurse für alle SOFFEX-Titel in der Beobachtungsperiode 1989.



Veränderungen unterworfen. Tendenziell zeigt sich aber eine ähnliche Struktur wie bei der Handelsaktivität. Die Überschussvolatilitäten sind zu Beginn positiv und sinken dann allmählich ab. Gegen Mittag steigen sie anschliessend wiederum leicht an. Am ausgeprägtesten ist diese Struktur bei den Alusuisse-Optionen festzustellen.

Die Schwankungen der Volatilitäten innerhalb der Zeitintervalle, ausgedrückt in der jeweiligen Standardabweichung, verhalten sich analog. Am Morgen sind die Standardabweichungen im Mittel recht gross, nehmen dann ab, um nach dem Mittag wieder leicht zuzunehmen. Dies zeigt sich mit Ausnahme der Bankgesellschaft bei allen Basiswerten ungefähr im gleichen Ausmass. Zu Beginn des Handels ist die Unsicherheit über die Preise verhältnismässig gross. Nach dem ersten Ansturm stabilisiert sich der Handel zusehends. Die Unterschiede zwischen den einzelnen Zeitintervallen sind insgesamt je-

doch sehr klein. Es kann daraus geschlossen werden, dass innerhalb des Tages die Volatilität der Aktienoptionen einigermaßen konstant ist. Wie sich im nächsten Abschnitt zeigt, ändert sich dies, sobald die impliziten Volatilitäten der gleichen Serie an verschiedenen Tagen betrachtet werden.

5. Die zeitliche Abhängigkeit der impliziten Volatilität der Aktiencalls

Die impliziten Volatilitäten der SOFFEX-Optionen unterliegen im längeren Zeithorizont grossen Schwankungen. Das gleiche gilt auch für ausländische Optionsmärkte und für andere derivative Produkte wie Optionsscheine und Stillhalteroptionen. Inwiefern sich diese Tatsache mit der Grundannahme des Black-Scholes Modells und der darauf aufbauenden Ansätze bezüglich einer konstanten Vo-

Tabelle 5: Merkmale der Callserien mit mindestens 50 Transaktionen.

Basiswert	Serien ^a	ϕ Trans. ^b	Restlaufzeit		Aktienk./Ausüb. ^c	
			ϕ Tage ^c	σ Tage ^d	ϕ (S/K)	σ (S/K)
Alusuisse	22	70,59	35,59	16,11	1,027	0,042
BBC	27	96,74	33,22	18,19	0,949	0,029
Roche	21	67,33	38,05	17,68	1,031	0,031
Bankgesellschaft	8	74,38	29,75	12,60	1,037	0,029
Total ^f	84	77,85	34,93	16,51	0,998	0,047

Bemerkungen:

- a Anzahl der Callserien mit mindestens 50 Transaktionen an diesem Tag.
b Durchschnittliche Anzahl Transaktionen pro Serie.
c Durchschnittliche Restlaufzeit in Tagen.
d Standardabweichung der Restlaufzeit.
e Verhältnis Aktienkurs / Ausübungspreis (S/K).
f Inklusive Serien der CS Holding (3), Nestlé (2) und des Bankvereins (1).

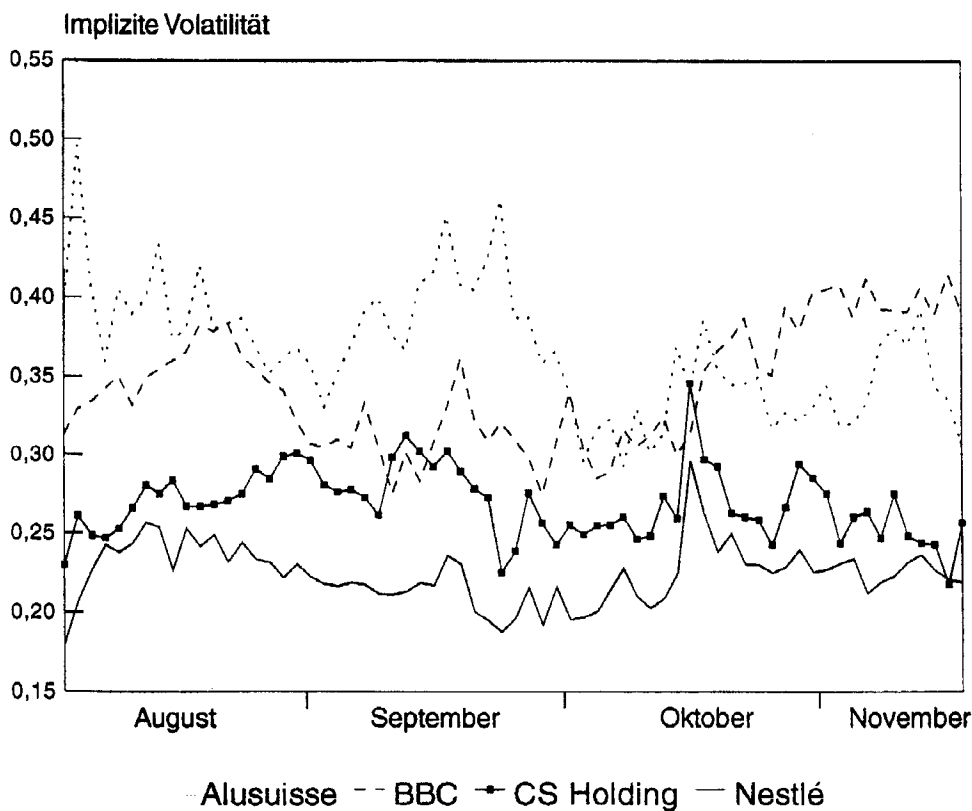
Abbildung 2: Die implizite Volatilität der Januar 90-Callkontrakte von vier Basiswerten.

Tabelle 6: Das Verhalten der impliziten Volatilitäten innerhalb des Tages.

Basiswert	09.30- 10.00 ^a	10.00- 10.30	10.30- 11.00	11.00- 11.30	11.30- 12.00	12.00- 12.30	12.30- 13.00	13.00- 13.30	13.30- 14.00
<i>Durchschnittliche Anzahl Transaktionen^b</i>									
Alusuisse	5,27	14,68	9,64	8,05	7,09	5,55	5,00	5,64	9,68
BBC	14,11	13,00	10,74	8,89	9,52	6,67	4,19	6,04	23,60
Roche	13,24	6,19	6,81	8,29	7,38	5,86	5,14	4,67	9,76
Bankgesellschaft	12,00	10,63	9,00	6,13	6,75	7,25	5,00	5,88	11,75
Total ^c	10,98	11,37	9,21	8,00	7,74	5,99	4,76	5,62	14,18
<i>Durchschnittlicher Mittelwert der impliziten Volatilität^d</i>									
Alusuisse	0,400	0,401	0,387	0,387	0,391	0,380	0,380	0,380	0,385
BBC	0,428	0,422	0,422	0,423	0,425	0,432	0,429	0,433	0,428
Roche	0,362	0,353	0,359	0,357	0,362	0,370	0,376	0,374	0,383
Bankgesellschaft	0,281	0,294	0,277	0,282	0,281	0,278	0,269	0,275	0,274
Total	0,379	0,377	0,372	0,373	0,375	0,376	0,375	0,376	0,378
<i>Durchschnittliche Standardabweichung der impliziten Volatilität^e</i>									
Alusuisse	0,025	0,020	0,016	0,013	0,010	0,011	0,010	0,012	0,018
BBC	0,014	0,012	0,008	0,008	0,007	0,007	0,006	0,008	0,012
Roche	0,024	0,011	0,012	0,011	0,011	0,016	0,010	0,006	0,011
Bankgesellschaft	0,020	0,013	0,013	0,012	0,009	0,012	0,008	0,015	0,009
Total	0,020	0,014	0,012	0,010	0,009	0,011	0,009	0,009	0,013
<i>Durchschnittlicher Mittelwert der Überschussvolatilität^f</i>									
Alusuisse	0,010	0,009	-0,002	-0,006	-0,004	-0,008	-0,008	-0,009	-0,003
BBC	0,002	-0,003	-0,004	-0,002	-0,001	0,004	0,003	0,004	0,001
Roche	-0,007	-0,015	-0,010	-0,012	-0,006	-0,001	0,009	0,009	0,014
Bankgesellschaft	0,009	0,007	0,000	0,000	0,004	0,001	-0,008	0,001	-0,003
Total	0,003	-0,001	-0,004	-0,005	-0,002	-0,001	0,000	0,001	0,002

Bemerkungen:

- a Zeit zwischen 09.30 Uhr und 10.00 Uhr.
- b Durchschnitt der Anzahl Transaktionen pro Zeitperiode, gerechnet über alle verwendeten Optionsserien.
- c Inklusive Serien der CS Holding (3), Nestlé (2) und des Bankvereins (1).
- d Durchschnitt der mittleren impliziten Volatilität aller Transaktionen pro Zeitperiode, gerechnet über alle verwendeten Optionsserien
- e Durchschnitt der Standardabweichung der impliziten Volatilitäten aller Transaktionen pro Zeitperiode, gerechnet über alle verwendeten Optionsserien.
- f Durchschnitt der mittleren impliziten Überschussvolatilität gemäss (8) aller Transaktionen pro Zeitperiode, gerechnet über alle verwendeten Optionsserien.

latilität über die Restlaufzeit der Option vereinbaren lässt, ist das Thema dieses Abschnittes. In der Abbildung 2 sind die impliziten Volatilitäten der Calls mit Verfall im Januar 1990 von vier regelmässig gehandelten Basiswerten vom 3. August bis zum 14. November 1989 abgebildet. Pro Tag und Basiswert wird die implizite Volatilität der Januar-Calltransaktion mit dem grössten Vega, $VISD$, abgebildet.

Der Verlauf der Volatilitätskurven ist durch offensichtliche Schwankungen geprägt. Das Ausmass der Variabilität ist bei den verschiedenen Titeln unterschiedlich. Die implizite Volatilität von Alusuisse unterliegt grösseren Veränderungen als beispielsweise die Volatilität von Nestlé. Die relative Grössenrangliste der Volatilität innerhalb der vier Titel bleibt über die Zeit konstant. Nestlé hat immer die tiefste Volatilität während diejenige von Alusuisse mehrheitlich am höchsten ist. Eine mögliche Erklärung dafür liegt darin, dass das Firmenkonglomerat Nestlé durch seine Struktur besser diversifiziert ist als Alusuisse oder BBC. Die Nestlé-Aktie kann dadurch als "Aktienindex", bestehend aus den Tochtergesellschaften, angesehen werden. Die Frage, welchem stochastischen Prozess die impliziten Volatilitäten von Optionen folgen, ist in neuerer Zeit vermehrt aufgekommen. WEI/FRANKEL (1991) lehnen das Vorhandensein einer "unit root" ab. Laut MERVILLE/PIEPTEA (1989) bestimmt ein "mean-reverting diffusion with added noise"-Prozess die implizite Volatilität, wobei das Gewicht der Störterme bei kurzfristigen Analysen zunimmt. Sie fordern neue Optionspreismodelle, die auf diesem Prozess aufbauen. HULL/WHITE (1987) haben in dieser Richtung bereits Modelle vorgestellt. FRANKS/SCHWARTZ (1991) versuchen, die implizite Volatilität durch ein Faktormodell zu erklären, indem sie Zinssätze, Inflationsraten, Wechselkurse und anderes mehr als erklärende Faktoren einsetzen. Eine Erklärungskraft dieser Faktoren ist zwar vorhanden, jedoch nur geringfügig und nicht konstant.

Sollten die impliziten Volatilitäten an der SOFFEX einem "random walk" folgen, liegt trotz deren Schwankungen im Zeitablauf keine Verletzung der

Black-Scholes-Annahmen vor. Ein "random walk" besagt, dass der beste Schätzwert für die zukünftige Entwicklung der Volatilität der aktuelle Wert ist. Diese Erwartung ist für die ganze Restlaufzeit konstant und entspricht somit der Annahme des Black-Scholes Modells. Die Veränderungen der impliziten Volatilität sind alle unerwartet und deshalb aus den vergangenen Daten nicht prognostizierbar. Wenn die implizite Volatilität durch einen "random walk" bestimmt wird, muss in der Gleichung

$$VISD_t = \alpha + \beta VISD_{t-1} + \varepsilon_t \quad (9)$$

die Hypothese von $\alpha = 0$ und $\beta = 1$ erfüllt sein, die Volatilität also eine "unit root" aufweisen. $VISD_t$ ist die implizite Volatilität der Optionen mit gleichem Basiswert und gleichem Verfalldatum, gemessen durch die implizite Volatilität der Transaktion mit dem grössten Vega. Die Gleichung (9) wird in der üblichen Form mit dem "augmented Dickey-Fuller" Test

$$VISD_t - VISD_{t-1} = \alpha + \beta VISD_{t-1} + \varepsilon_t \quad (10)$$

überprüft. Ist die Bedingung einer "Unit Root" erfüllt, darf in der Gleichung (10) die Hypothese von $\beta = 0$ nicht abgelehnt werden. Für die Beurteilung der Signifikanz von β wird die in FULLER (1976) publizierte korrigierte t-Statistik von David Dickey verwendet. Der Test wird pro Aktie für die Januar 90- und die November 89-Kontrakte durchgeführt, sofern die Zeitreihe der impliziten Volatilität keine oder nur sehr wenige Lücken aufweist. Die in der Tabelle 7 aufgeführten Resultate zeigen, dass die impliziten Volatilitäten im allgemeinen nicht einem "random walk" folgen. Nur gerade bei vier von neunzehn Volatilitätsreihen wird die "unit root" nicht abgelehnt, darunter sind beide Reihen der SMI-Putoptionen. Die Ablehnung ist bei den längerfristigen Januar-Kontrakten weniger extrem als bei den kurzfristigen November-Kontrakten. Wie bei MERVILLE/PIEPTEA (1989) scheinen die Volatilitätsreihen einem "mean-reverting-Prozess" zu folgen, was eine grobe Verletzung der

Black-Scholes Annahme bedeuten würde. Ist dies der Fall, muss aber auch hinter die ermittelten impliziten Volatilitäten ein Fragezeichen gesetzt werden, da sie unter der falschen Voraussetzung einer konstanten erwarteten Volatilität zustande kommen. Wenn die impliziten Volatilitäten jedoch falsch sind, sind auch die Schätzwerte in der Tabelle 7 mit Vorsicht zu geniessen. Damit schliesst sich

der Kreis, was zeigt, wie schwierig und komplex diese Untersuchungen sind. Zudem kann die Ablehnung auch durch Fehlbewertungen der SOFFEX und der damit verbundenen Fehler in der Volatilitätsrechnung herrühren. Was bleibt, ist die Tatsache, dass die impliziten Volatilitäten des Roll-Geske-Whaley Modells für die SOFFEX-Daten keinem "random walk" folgen und dadurch die

Tabelle 7: Test des "random walk" für die implizite Volatilität.

Basiswert	Beob	α	t(α)	β	t(β) ^a	Adj. R ²	DW ^b
<i>Januar 90 - Kontrakte^c</i>							
Alusuisse	64	0,126	(4,00)	-0,351*	(-4,12)	0,202	1,999
BBC	61	0,048	(2,03)	-0,137	(-2,00)	0,048	2,323
CS Holding	65	0,115	(4,12)	-0,428*	(-4,13)	0,201	2,077
Nestlé	65	0,084	(3,82)	-0,371*	(-3,83)	0,176	2,031
Roche	63	0,097	(3,30)	-0,300**	(-3,31)	0,138	1,728
Rückversicherung	61	0,099	(3,16)	-0,298**	(-3,19)	0,133	2,180
Bankgesellschaft	65	0,173	(5,18)	-0,612*	(-5,23)	0,292	2,000
Bankverein	65	0,052	(2,67)	-0,205	(-2,71)	0,090	2,012
SMI-Puts	64	0,055	(2,62)	-0,204	(-2,64)	0,087	2,145
<i>November 89 - Kontrakte</i>							
Alusuisse	56	0,151	(3,71)	-0,423*	(-3,79)	0,196	2,368
BBC	53	0,227	(4,57)	-0,652*	(-4,68)	0,287	1,938
Ciba-Geigy	55	0,096	(3,07)	-0,319**	(-3,08)	0,136	1,950
CS Holding	56	0,136	(4,21)	-0,502*	(-4,25)	0,237	2,181
Nestlé	56	0,094	(3,59)	-0,418*	(-3,59)	0,178	2,080
Roche	55	0,129	(3,55)	-0,393*	(-3,58)	0,180	2,212
Bankgesellschaft	56	0,192	(4,92)	-0,684*	(-5,02)	0,305	1,924
Bankverein	54	0,179	(5,28)	-0,728*	(-5,47)	0,353	1,959
SMI-Calls	51	0,094	(3,45)	-0,432*	(-3,63)	0,196	1,935
SMI-Puts	50	0,055	(2,25)	-0,197	(-2,28)	0,079	2,403

Bemerkungen:

$$\text{VISD}_t - \text{VISD}_{t-1} = \alpha + \beta \text{VISD}_{t-1} + \varepsilon_t$$

Augmented Dickey-Fuller Test für eine "unit root", wobei VISD die implizite Volatilität der Transaktion mit dem grössten Vega ist.

a t-Wert für die Hypothese der "unit root" ($\beta=0$).

b Durbin-Watson Statistik.

c Die implizite Volatilität pro Handelstag wird durch die Januar-Calltransaktion mit dem grössten Vega bestimmt.

* Die "unit root" wird bei einem Signifikanzniveau von 1% abgelehnt (t-Test).

** Die "unit root" wird bei einem Signifikanzniveau von 5% abgelehnt (t-Test).

Annahme der konstanten erwarteten Volatilität mit den Schweizer Daten nicht bestätigt wird [10]. Eine Bestätigung für die Ablehnung des "random walks" sind die in der Tabelle 8 dargestellten seriellen Korrelationen der Volatilitätsveränderungen. Es ist eine signifikant negative Korrelation am ersten Lag festzustellen. Die negativen Korrelationen für die November-Kontrakte, bei denen der "random walk" deutlicher verworfen wird, sind grösser als bei den Januar-Kontrakten. HARVEY/WHALEY (1991) haben für S&P-100-Indexoptionen den gleichen Zusammenhang festgestellt. Trotz der Verwendung von zeitgleichen Index- und Optionsdaten und Bid-Ask-Spread bereinigten Daten verbleibt ihnen eine negative serielle Korrelation von -0,28 bis -0,31. MERVILLE/PIEPTA (1989)

finden dagegen stark positiv korrelierte Volatilitätsänderungen. Allerdings verwenden sie nur Wochendaten.

Die gefundenen Korrelationen der Volatilitätsveränderungen haben natürlich einen starken Einfluss auf den stochastischen Prozess, dem die impliziten Volatilitäten unterliegen. Aus vergangenen Veränderungen kann eventuell zusätzliche Information gewonnen werden. Wenn die Gleichung (10) um die Veränderung der impliziten Volatilität gegenüber dem Vortag ergänzt wird, wird die Hypothese einer "unit root" zwar weniger deutlich, aber immer noch mehrheitlich abgelehnt. Zudem sind die Koeffizienten der gelagten Volatilitätsveränderung nur bei den November-Kontrakten von Alusuisse und BBC signifikant von Null verschieden [11].

Tabelle 8: Serielle Korrelation der Veränderungen der impliziten Volatilität.

Basiswert	Beob	1	2	Lag 3	4	5
<i>Januar 90 - Kontrakte</i>						
Alusuisse	65	-0,320*	-0,136	0,175	-0,147	0,063
BBC	62	-0,256*	-0,071	0,008	0,105	-0,267*
CS Holding	66	-0,293*	0,006	-0,043	-0,162	0,060
Nestlé	66	-0,178	-0,070	-0,087	-0,081	0,127
Roche	64	-0,099	-0,226	-0,063	0,025	-0,079
Rückversicherung	62	-0,270*	-0,059	-0,214	0,160	0,057
Bankgesellschaft	66	-0,352*	0,019	-0,254*	0,166	-0,111
Bankverein	66	-0,111	-0,113	-0,245	0,021	-0,035
SMI-Puts	65	-0,194	-0,211	-0,066	0,204	-0,066
<i>November 89 - Kontrakte</i>						
Alusuisse	57	-0,477*	0,221	-0,132	0,018	-0,139
BBC	54	-0,421*	0,023	0,128	-0,219	0,254
Ciba-Geigy	56	-0,144	-0,098	-0,101	0,034	-0,025
CS Holding	57	-0,391*	0,123	-0,196	0,106	-0,348*
Nestlé	57	-0,292*	-0,020	-0,077	0,022	-0,077
Roche	56	-0,341*	-0,026	-0,011	-0,041	0,131
Bankgesellschaft	57	-0,425*	0,045	-0,089	0,149	-0,184
Bankverein	55	-0,312*	-0,230	-0,015	0,188	-0,223
SMI-Calls	52	-0,205	-0,073	0,077	-0,242	-0,085
SMI-Puts	51	-0,328*	-0,216	0,199	0,098	-0,108

Bemerkungen:

* Signifikant bei einem Signifikanzniveau von 5% (t-Test).

Mit den Daten der SOFFEX kann auch unter Einbezug von Lagvariablen nicht darauf geschlossen werden, dass die implizite Volatilität eine "unit root" aufweist, und daher die Erwartung über die Restlaufzeit konstant ist [12]. Damit stimmen die Ergebnisse dieses Abschnittes mit WEI/FRANKEL (1991) überein, die das Vorhandensein einer "unit root" bei Währungsoptionen ebenfalls ablehnen. Es drängt sich auf, dass die Suche nach neuen Optionspreismodellen nötig ist, die eine flexiblere Gestaltung des stochastischen Prozesses der Volatilität zulassen. Ob diese Modelle schlussendlich aber besser sind als die Black-Scholes-Ansätze, kann nur ihre empirische Überprüfung zeigen.

7.6 Schlussfolgerungen

Ob die Preisbildung an der SOFFEX effizient ist oder nicht, kann mit dem vorhandenen Datenmaterial und den heutigen Kenntnissen der Optionspreistheorie nicht abschliessend beurteilt werden. Trotzdem können an den SOFFEX-Preisen einige Merkmale erkannt werden, die von den Erwartungen und von den an anderen Optionenbörsen gemachten Erfahrungen abweichen.

Die an der SOFFEX bezahlte implizite Volatilität ist systematisch grösser als die über die Restlaufzeit der Optionen effektiv realisierte Volatilität. Die zukünftigen Schwankungen der Rendite des Basiswerts werden von den SOFFEX-Marktteilnehmern somit überschätzt. Die Hypothese, dass die implizite Volatilität ein unverzerrter Schätzwert für die effektive Volatilität ist, muss klar zurückgewiesen werden. Wie stark die Volatilität der Aktienrendite von extremen Beobachtungen abhängen kann und die damit verbundenen Untersuchungen dadurch beeinflusst werden können, zeigt sich anhand des Mini-Crashes vom Oktober 1989. Es ist daher zu empfehlen, grosse Kurssprünge, die unerwartet auftreten, nicht für die Volatilitätsberechnung zu verwenden, um eine Aufblähung der Volatilität, die nur auf dieser Extrembeobachtung beruht, zu verhindern. Innerhalb des Tages verläuft die Kurve der impliziten Volatilitäten tendenziell analog zur Han-

delsaktivität. Zu Handelsbeginn ist die durchschnittliche implizite Volatilität am höchsten. Im Laufe des Morgens ist ein Abfallen der Volatilität festzustellen, das von einem Wiederanstieg nach der Mittagspause gefolgt wird. Die Unterschiede sind allerdings nicht sehr gross. Ein systematisches Ausnutzen dieses Umstandes für die Realisierung einer profitablen Strategie ist nicht möglich. Die Variabilität der Volatilität innerhalb eines Zeitintervalls von dreissig Minuten verhält sich parallel zu den mittleren Überschussvolatilitäten. Einem Abfallen nach Handelsbeginn folgt eine leichte Zunahme gegen Mittag. Auch in diesem Bereich sind die Differenzen aber nicht signifikant.

Die implizite Volatilität ist an der SOFFEX, wie an den anderen Optionsmärkten auch, über die Zeit grossen Schwankungen ausgesetzt. Die Zeitreiheigenschaften können aber nicht durch einen "Random Walk" erklärt werden. Das bedeutet, dass die Black-Scholes-Annahme einer konstanten erwarteten Volatilität nicht erfüllt ist. Dies hat wiederum Rückwirkungen auf die ermittelten impliziten Volatilitäten, die unter falschen Voraussetzungen berechnet werden. Es ist jedoch nicht festzustellen, ob der Fehler durch eine Marktineffizienz oder durch einen Modellfehler hervorgerufen wird.

Fussnoten

- [1] Aufgrund technischer Probleme fehlen aus der Beobachtungsperiode 1988 die Daten vom 12. Juli und vom 8. September und aus der Beobachtungsperiode 1989 die Daten vom 2., 3. und 4. Oktober. Am 7., 8. und 9. August 1989 konnte der Handel an der SOFLEX wegen eines Systemzusammenbruchs grösstenteils nur über das Telefon abgewickelt werden. Auf die Daten dieser Tage wird verzichtet, weil der genaue Zeitpunkt des Abschlusses einer Transaktion nicht ermittelt werden kann.
- [2] Der SMI wird neu berechnet, wenn sich der Kurs einer Aktie ändert, die im Index enthalten ist.
- [3] Die genaue Formulierung des Modells ist recht komplex, aber einfach auf einem Computer zu implementieren und in HULL (1989, Anhang 5A) zu finden.
- [4] Für die Annualisierung der effektiven Standardabweichung der Tagesrenditen der Basiswerte werden wie bei der Ermittlung der impliziten Volatilitäten die Kalendertage (365) verwendet.
- [5] Analoge Berechnungen sind auch für die Aktienputs gemacht worden. Da die Zahl der Puttransaktionen in den meisten Basiswerten allerdings sehr gering ist, fällt die Datenbasis entsprechend klein aus. Auf eine ausführliche Darstellung der Resultate für die Aktienputs wird deshalb verzichtet.
- [6] Dies gilt auch für die Berechnung von historischen Volatilitäten, die als Eingabefaktor in Optionspreismodellen verwendet werden.
- [7] Die Überschussvolatilität entspricht der impliziten Volatilität der Transaktion minus der mittleren Volatilität der Optionsserie, *AISD*, gemäss der Gleichung (3).
- [8] Die Standardabweichung der Überschussvolatilität ist die gleiche wie bei der gewöhnlichen impliziten Volatilität.
- [9] In der Datenerhebungsperiode 1988 sind nur zwei Callserien mit 50 Transaktionen zu finden. Zudem beginnt der Handel erst um 10.30 Uhr. Die Untersuchung beschränkt sich deshalb auf die Serien aus dem Jahre 1989.
- [10] Die Gleichung (10) wird auch für die Mittelwerte der impliziten Volatilitäten der Januar- bzw. November-Kontrakte, *AISD*, geschätzt. Die Schlussfolgerungen sind die gleichen wie bei den *VISD*.
- [11] Die Berücksichtigung von mehreren Lagvariablen wurde auch untersucht. Es können jedoch keine signifikanten Koeffizienten ab dem zweiten Lag gefunden werden. Desgleichen wurde der Einbezug eines deterministischen Trends geprüft, der aber keinen Einfluss auf die Resultate hat.
- [12] Im Gegensatz dazu wird für die effektive Volatilität über die Restlaufzeit das "random walk"-Modell nicht abgelehnt. Allerdings sind die Beobachtungen nicht

unabhängig, da bei der Verkürzung der Restlaufzeit jeweils nur eine Aktienrendite wegfällt und die restlichen übernommen werden.

Literatur

- BECKERS, S. (1981): "Standard Deviations Implied in Option Prices as Predictors of Future Stock Price Variability", *Journal of Banking and Finance* 5, pp. 363-381.
- BRENNER, M. and D. GALAI (1984): "On Measuring the Risk of Common Stocks Implied by Option Prices: A Note", *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 19, pp. 403-412.
- FRANKS, J. and E. SCHWARTZ (1991): "The Stochastic Behaviour of Market Variance Implied in the Prices of Index Options", *The Economic Journal* 101, pp. 1460-1475.
- FULLER, W.A. (1976): "Introduction to Statistical Time Series", John Wiley.
- GESKE, R. (1979): "A Note on an Analytical Valuation Formula for Unprotected American Call Options on Stocks with Known Dividends", *Journal of Financial Economics* 7, pp. 375-380.
- HARVEY, C. and R. WHALEY (1991): "S&P 100 Index Option Volatility", *Journal of Finance* 46, pp. 1551-1561.
- HULL, J. (1989): "Options, Futures, and Other Derivative Securities", Prentice-Hall.
- HULL, J. and A. WHITE (1987): "The Pricing of Options on Assets with Stochastic Volatilities", *Journal of Finance* 42, pp. 281-300.
- MERVILLE, L. and D. PIEPTEA (1989): "Stock-Price Volatility, Mean-Reverting Diffusion and Noise", *Journal of Financial Economics* 24, pp. 193-214.
- ROLL, R. (1977): "An Analytic Valuation Formula for Unprotected American Call Options on Stocks with Known Dividends", *Journal of Financial Economics* 5, pp. 251-258.
- WEI, S.-J. and J. FRANKEL (1991): "Are Option-Implied Forecasts of Exchange Rate Volatility Excessively Variable?", NBER Working Paper No. 3910.
- WHALEY, R. (1981): "On the Valuation of American Call Options on Dividend-Paying Stocks with Known Dividends", *Journal of Financial Economics* 9, pp. 207-211.
- WHITE, H. (1980): "A Heteroskedasticity-Consistent Covariance Matrix Estimator and a Direct Test for Heteroskedasticity", *Econometrica* 48, pp. 817-838.