

Asset Allocation mit prognostizierten Renditen und Risikomassen

1. Einführung

Der Begriff des Risikos wird sowohl in der Modernen Portfolio-Theorie (MPT) als auch bei ökonomischen Modellen und Prognosen in der Regel mit der statistischen Definition der Varianz oder Standardabweichung abgedeckt. Die MPT arbeitet in Standardmodellen mit dem sogenannten Mittelwert-Varianz-Ansatz. Dabei wird dem Risiko ausschliesslich mit der Ex-post-Varianz oder -Kovarianz Rechnung getragen. Auch ökonomische Schätzverfahren und Prognosemodelle bewegen sich bei den meisten heutigen Anwendungen noch in diesem Raum. Das Prognoserisiko wird, wenn überhaupt, mittels Varianzen erfasst, welche ein Mass für die nichterklärbare Streuung der zu prognostizierenden Variable in einer Regressionsgleichung darstellt. Auch dieses Risikomass ist rückwärts gerichtet: es ist im besten Falle eines unter mehreren Kriterien für die Ex-ante-Prognosegüte eines Modelles.

Ein erstes Ziel dieser Arbeit ist es, die Prognostizierbarkeit von Immobilienpreisen, Aktien und Obligationen anhand eines BVAR-Modelles zu untersuchen. In einem zweiten Schritt werden, gestützt auf die prognostizierten Renditen, Stan-

dardfehler und Korrelationen zwischen den Modellvariablen, optimale Portfoliostrukturen ermittelt. Speziell die Immobilienpreise geben, wie wir bereits früher gezeigt haben [1], in vieler Hinsicht Rätsel auf, nicht zuletzt auch bezüglich des Risikos ihrer Rendite.

2. BVAR-Prognosemodelle

In diesem Abschnitt wird das Prognosemodell vor dem Hintergrund alternativer Modellierungs-Strategien vorgestellt. Als empirische Grundlage zur Analyse der Prognostizierbarkeit dient ein BVAR- (Bayesianisches Vektor-Autoregressives) Modell, ein multivariates Zeitreihenmodell, bei dem jede Variable auf die eigene und die Vergangenheit der anderen Systemvariablen regressiert wird. Während in Zeitreihenmodellen, wie der einfachen Vektorautoregression (VAR), die statistische Datenevidenz und in den konventionellen Strukturmodellen die ökonomische Theorie im Vordergrund steht, verbindet der BVAR-Ansatz den exploratorischen und atheoretischen Charakter von VAR mit unserem theoretischen Wissen. Dieses Vorwissen umfasst insbesondere die Theorie rationaler Erwartungen [2] und die Markteffizienz-Hypothese. Obwohl dieses modell-externe Vorwissen theoretischen Charakters ist, lässt es sich auf eine bestimmte statistische Eigenschaft vieler ökonomischer Zeitreihen reduzieren, nämlich die soge-

* Für kritische Kommentare danken wir Peter Zweifel, Heinz Müller und Philip Halbherr.

nannte Random Walk-Hypothese [3], welche einen wesentlichen Teil unserer Vorstellungen über das Verhalten von Anlagerenditen und über das "beste" Modell zu deren Prognostizierung verkörpert.

Die empirische Evidenz zeigt, dass sich viele ökonomische Zeitreihen, insbesondere Finanzmarktgrößen, ähnlich einem "Zufallsprozess um eine unbekannte deterministische Komponente" verhalten. Diese sogenannte Random Walk-Eigenschaft wird bei der Koeffizientenschätzung des BVAR-Modells so eingesetzt, dass die prognostizierten Größen einem Random Walk-Prozess asymptotisch folgen können. Somit tragen wir der Erkenntnis Rechnung, dass sich eine No-change-Prognose nicht selten als die beste Prognose erweist. Diese flexible Art, die Modellparameter in Richtung der Random Walk-Hypothese zu restringieren, bringt die bayesianische Philosophie zum Ausdruck, welche durch die sogenannte (informative) Prior-Technik in die Praxis umgesetzt wird. Unser bayesianische Prior versieht alle zu schätzenden Koeffizienten mit variablen (stochastischen) Restriktionen, welche auf der Theorie rationaler Erwartungen abgestützt sind. Letztere eignet sich zur Modellierung von Anlagerenditen wie sie im Modell zu schätzen sind. Durch die Prior-Technik können wir nicht nur das Verteilungsmuster der zu schätzenden Koeffizienten gemäss Random Walk beeinflussen, sondern auch den Grad unseres Vertrauens bezüglich dieser Hypothese operationalisieren.

2.1 Flexible und exakte Restriktionen

Der wesentliche Unterschied zu konventionellen Modellierungs-Strategien besteht darin, dass im BVAR keine erdenklichen linearen Beziehungen zwischen den Variablen a priori ausgeschlossen werden.

Im BVAR werden alle Variablen als endogene Größen behandelt. Im Gegensatz dazu wird in konventionellen Modellen mit Hilfe expliziter ökonomischer Theorie zwischen exogenen und endogenen Variablen a priori unterschieden. Dieses Vorgehen impliziert den Einsatz modell-externen

Wissens zur Determinierung und Adjustierung dieser exogenen Variablen. In diesem Sinne entstehen bei diesen Modellen immer bedingte [4] Prognosen. Diese bedingten Modelle, welche wir der Einfachheit halber CSM (conditional structural models) nennen werden, sind von der Prognosefähigkeit des Modellbauers bezüglich der exogenen Variablen stark abhängig.

Die BVAR-Methode, welcher eine konservative Modellierungsstrategie zugrundeliegt, verzichtet auf exakte Restriktionen und führt zu einem modellintegrierten, probabilistischen Umgang mit unseren Vorstellungen (beliefs). Diese werden der empirischen Datenevidenz ausgesetzt. Während Restriktionen in konventionellen Modellen (CSM) durch a priori zu bestimmende Koeffizienten wirken, entstehen die endgültigen Koeffizienten unseres bayesianischen Modells unter der Wirkung sowohl laufender Datenveränderungen als auch globaler Restriktionen auf die Koeffizienten-Verteilung. Dadurch werden Modellkoeffizienten ihrerseits restringiert. Anstelle fixer Restriktionsparameter treten normalverteilte Erwartungswerte, welchen wir eine adäquate Varianz zuordnen. Mit diesen beiden Größen wird die sogenannte Prior-Verteilungsfunktion unserer Koeffizienten gesteuert. Jene ist auch eine Funktion der Laglänge, womit wir flexible Restriktionen auch hinsichtlich der Zeitdimension definieren können.

2.2 Modellspezifikation

Die Modellspezifikation lässt sich in ein Vektor-Autoregressives (VAR) System und eine Bayesianische Spezifikation (zusammen BVAR) zerlegen. Zum VAR-System gehören insbesondere die Variablendeklaration und die Lag-Struktur. Die Bayesianische Spezifikation umfasst die bereits erwähnten statistischen Erkenntnisse bzw. ökonomischen Theorien, die über die Random Walk-Hypothese modelliert werden. Der Einbau modell-externer Information im Modell ist Gegenstand der Bayesianischen Prior-Technik.

Fünf Variablen für die schweizerische Volkswirtschaft bilden das VAR-System:

- | | | | |
|-------------------|--|---|----|
| (1) Konjunktur: | Reales Bruttoinlandprodukt | = | YR |
| (2) Inflation: | Konsumentenpreise | = | KP |
| (3) Aktien: | Aktienrendite (reinvestiert) | = | AI |
| (4) Obligationen: | Obligationenrendite (reinvestiert) | = | OB |
| (5) Boden: | Bodenpreise (Freihandverkäufe
im Kanton Zürich) | = | BP |

Quellen: Bundesamt für Statistik, Pictet & Co., Amt für Statistik des Kantons Zürich, eigene Berechnungen der Zürcher Kantonalbank. Periodizität: Jahresdurchschnitts-Werte ab 1949.

Die Auswahl der Variablen bzw. des Anlageuniversums ist sowohl durch die Verfügbarkeit verlässlicher statistischer Daten als auch durch die strategische Ausrichtung unserer Fragestellung bedingt. Es ist zu vermuten, dass vor allem bei längerfristigen Anlageentscheidungen dem Boden- bzw. Liegenschaften-Sektor neben Aktien- und Kapitalmarkt eine wichtige Diversifikationsfunktion zukommt. Zudem sehen viele Investoren in Bodenanlagen eine gewisse Garantie für den Geldwert-Erhalt (Inflationsschutz). Aus makroökonomischer Sicht interessiert uns aber nicht nur die relative Performance dieser Märkte zueinander, sondern deren Entwicklung gegenüber der gesamten Volkswirtschaft und der allgemeinen Preisentwicklung.

Das dynamische Modell stützt sich auf erste Differenzen [5] natürlicher Logarithmen von Jahresdaten für die Periode von 1949 bis 1990. Analysen lassen auf eine diskrete schwache Stationarität der differenzierten Zeitreihen schliessen.

Im Modell lässt sich eine beliebige Variable X_i - z.B. Aktienrendite - im Zeitpunkt t durch die typische Regressionsgleichung (siehe Darstellung im technischen Anhang) eines VAR-Prozesses beschreiben.

Da die Anzahl der Variablen (N) gleich 5 und die gewählte maximale Laglänge (K) gleich 4 ist, wird hier die Variable X_i im laufenden Jahr (t) durch insgesamt 20 verzögerte Jahreswerte und eine Konstante erklärt. Jede erklärende Variable wird durch jeweils 4 Lags (verzögerte Jahreswerte: $t-k$ wobei $k=1,2,3,4$) vertreten. Der Einfluss der einzel-

nen verzögerten Variablen auf das diesjährige X_i wird durch einen sogenannten $a_{ijk}(t)$ quantifiziert, wobei $a_{ijk}(t)$ der Koeffizient der um k Lags verzögerten Variable j in der i -ten Gleichung ist. Diese VAR-Beschreibung bringt zum Ausdruck, dass wir alle 5 Variablen als endogen betrachten. Da wir von Nullrestriktionen absehen - d.h. kein Koeffizient ist a priori gleich Null - unterstellen wir keinerlei Kausalitätsrichtungen unter den Variablen und somit auch keine prädeteterministische Struktur im Modell. Unser bayesianische Ansatz konzentriert sich auf die Schätzung der Modellkoeffizienten. Diese Schätzung wird auf nicht-deterministische Art und Weise restringiert, eine Art "fuzzy restriction". Diese Restriktion erreichen wir, indem den Schätzern der Koeffizienten ein Erwartungswert und eine Prior-Varianz zugeordnet wird. Die Prior-Verteilungsfunktion ist somit eindeutig bestimmt und je nach Varianz können sich die Verteilungsfunktionen überlappen. Soll z.B. die laufende Aktienrendite ($AI(t)$) erklärt werden, bekommen alle Koeffizienten den Erwartungswert Null (0.0) vorgegeben. Eine Ausnahme stellt der Koeffizient der um eine Periode verzögerten und zu erklärenden Variable ($AI(t-1)$) dar, welchem Eins (1.0) zugeordnet wird. Wird das Modell in Differenzen spezifiziert, so ist auch im Einklang mit der Random Walk-Hypothese dieser Verzögerten eine Null (0.0) als Erwartungswert vorzugeben. Wird die Prior-Varianz gegen Null gedrückt, gleichen unsere Prognosen nahezu einem Random Walk-Prozess. Ähnliches resultierte, wenn die den Koeffizientenschätzern auferlegten Restriktionen exakt und nicht variabel wären.

Die sogenannte Minnesota Prior-Technik unterstellt, dass je weiter zurück ein Lag liegt, desto grösser auch das Vertrauen in unsere Erwartungswerte für die entsprechenden Koeffizienten ($a_{ijk}(t)$) sein darf.

Gestützt auf diese Technik - siehe technischer Anhang 6.2 - gewichten wir die Prior-Varianz der verzögerten zu erklärenden Variable mit $1/(k+1)$, so dass bei steigender Laglänge die Varianz um den Erwartungswert "enger" wird. Da diese Erwartungswerte unsere Vorstellungen im Modell vertre-

ten, stellt eine engere Prior-Varianz unsere steigende Zuversicht bezüglich der Genauigkeit unserer Einschätzung über die wahren Koeffizienten dar. Nach üblichen Informationskriterien bedeutet dies keine strenge Einschränkung der Datenevidenz, zumal weit zurückliegende Lags wenig zur Prognose beitragen. Die relative Grösse dieser enger werdenden Varianz muss für die verzögerten Eigen- und Kreuzlags gleich sein. Dafür sorgt ein Skalierungsfaktor. In der Prior-Verteilungsfunktion steckt also der relative Grad an Zuversicht bezüglich unserer Koeffizientenvorgaben. Der Metaparameter tightness (θ) steuert die relative Enge des Priors. Mit ihm können wir den Prior lockern oder enger setzen.

Ein lockerer Prior besitzt eine relativ grosse Prior-Standardabweichung und lässt stärkere Interaktionen zwischen allen Variablen zu. Eine Reduktion des Metaparameters tightness führt entsprechend zu einem engen Prior, womit die Koeffizientenschätzer unseren vorgegebenen Erwartungswerten näher rücken [6]. Ein lockerer Prior lässt Freiräume für die Beeinflussung der Schätzer und Prognosen durch die empirische Datenevidenz offen, was für die Authentizität der Ergebnisse und für allfällig notwendigen Restriktionsspielraum sorgt. Es sind mehrere Metaparameter (siehe hierzu den technischen Anhang 6.3), die den Prior spezifizieren. Ihnen kommt eine globale Skalierungs-, Gewichts- und Restriktionsaufgabe zu.

Die geschätzten Koeffizienten müssen damit nicht gleich unseren Erwartungsgrössen sein. In der Regel werden unsere Vorstellungen hinsichtlich des Random Walks durch die Datenevidenz revidiert. Das Ausmass dieser Revisionen hängt u.a. von der Prior-Varianz ab, die zugleich von unserem Metaparameter θ gesteuert wird. Die Parameter θ und $g(k)$ lassen sich bestimmen, indem wir bezüglich der Prognosegüte aller Variablen optimieren. Unsere Metaparameter wurden so optimiert, dass die Ex-ante-Prognosefähigkeit gesteigert und die Modellstabilität gewährleistet wurde. Als Ergänzung dienen die Prozeduren des "Innovation Accounting" [7] (Varianzdekomposition und Impuls-Response Funktion), welche eine Überprüfung der ökonomi-

schon Modellkonsistenz ermöglichen. Die Varianzdekomposition geht auf die Frage ein, wie sich die Schwankungen einer Variable erklären lassen. Unter gewissen Annahmen lässt sich die Varianz einer Variable auf alle Systemvariablen zerlegen. Dabei lässt sich Näheres über die Dominanz der Eigendynamik bzw. den Exogenitätsgrad der Variable erkennen. Die Impuls-Response-Funktion untersucht die dynamische Reaktion des gesamten VAR-Systems auf einen unerwarteten Schock in einer spezifischen Variable. Unser Modell lieferte diesbezüglich relativ konsistente Ergebnisse. Wir betrieben damit keine Prior-Hyperoptimierung [8] nur nach einem Kriterium. Bei der Metaparameteroptimierung entsteht Spielraum für Willkür, was jedoch zur Top-down-Modellierung und zum "Lernen von den Daten" genutzt werden kann.

3. Dynamische Risikomasse

Anhand des beschriebenen BVAR-Modelles kann nun die Prognostizierbarkeit der Systemvariablen untersucht werden. Im speziellen interessiert uns die Frage, inwieweit sich die Standardfehler der Prognosen [9] (STE) vom historischen Standardfehler (STD) unterscheiden.

Unser Modell prognostiziert in der Tat einen Prozess, der in jedem Prognose-Zeithorizont ein bestimmtes Verteilungsmuster aufweist. Man mag sich für verschiedene Signifikanzniveaus einen Unsicherheitsbereich um die Prognose-Mittelwerte vorstellen. Zusätzlich haben wir die geschätzten STE mit der Standardabweichung derselben Variable im Stützbereich für verschiedene Prognosehorizonte verglichen. Dies ist ein Hinweis dafür, ob unser Modell eine Variable im langfristigen Mittel besser oder schlechter prognostiziert hat als andere. Bei einer Fehlspezifikation des Modells wären die STE-Werte wesentlich grösser als die entsprechenden historischen In-Sample-STD-Werte. Wird das Modell graduell verbessert und somit stabiler, nehmen die STE verglichen mit den STD ab und die Varianzdekomposition wird ökonomisch konsistenter. Daher soll uns nicht erstaunen, wenn in einem

einigermaßen gut spezifizierten Modell der STE einer bestimmten Variable niedriger ist als die entsprechende STD. Vielmehr sind die relativen Änderungen der STE/STD-Verhältnisse unter allen Variablen zu beachten. Erst in der relativen Entwicklung dieser Verhältnisse zueinander lässt sich mit steigendem Prognosehorizont näheres über die unterschiedliche Prognostizierbarkeit bzw. Risiko-behaftung dieser Grössen erfahren.

Der STE/STD-Quotient hängt insbesondere von zwei Faktoren ab:

- a) der historischen In-sample-Standardabweichung (STD);
- b) dem Exogenitätsgrad der Variable im gegebenen Modell.

Da die Metaparameteroptimierung nur alle Jahre vorgenommen wird, während die Koeffizientenschätzungen sich fortlaufend den neuen Beobachtungen anpassen, wäre es möglich, die Metaparameter hinsichtlich der Asset Allocation als deterministisch anzunehmen.

Der Zusammenhang zwischen STD und STE basiert auf überlagerten Transformationen, welche zwar komplex, aber per Modellkonstruktion gegeben sind. Als viel bedeutender stellt sich hingegen die Rolle des Exogenitätsgrades heraus. Dieser hängt von der Modellspezifikation, allem voran der Variablenstruktur, ab. Ist z.B. die Bodenrendite (BP) zu prognostizieren, ist es wichtig, ob die restlichen 4 Variablen etwas zu deren Prognostizierung beitragen oder nicht. Ist die Inflationsrate (KP) unter ihnen, so absorbiert sie den grössten übrigen Erklärungsanteil der Varianz der Bodenrendite. Wird KP im Modell durch eine andere Variable ersetzt, die mit der Inflation nicht korreliert, so steigt der eigene Varianz-Erklärungsanteil und der Exogenitätsgrad von BP an. Der STE/STD- und der Theilsche U-Quotient steigen gleichzeitig an. Die Bodenrenditen im abgeänderten Modell wurden erwartungsgemäss weniger prognostizierbar. Dies deutet darauf hin, dass

- insbesondere die Variablen- und Metaparameter-Wahl bei gegebener historischer Volatilität über jede zusätzliche Prognosefähigkeit des

Modells hinsichtlich der zu erklärenden Variable entscheiden;

- der STE-Wert eine komplexe, stochastische Funktion der Modellspezifikation ist. Somit ist der STE/STD-Quotient ein probabilistisch bedingtes Prognostizierbarkeitsmass.

Es wird klar, dass rein formell STE und STD nicht miteinander vergleichbar sind. Während das zweite stochastische Moment (σ^2) einer Zeitreihe als (in-sample) konstant angenommen wird, gilt dies für STE in keiner Hinsicht. STE ist nicht invariant und reagiert sensitiver auf Sample-Änderungen bzw. -erweiterungen als STD. Dies trifft auch bei Prior-Spezifikationsänderungen zu. STE hängt konstruktionsbedingt von allen vergangenen Störtermen und STD ab. In der Bedingtheit von STE kommt die mehrschichtige probabilistische Dimension des BVAR-Ansatzes zum Ausdruck.

Betrachtet man Zeitreihen, deren stochastischer Generierungsprozess uns unbekannt ist, erlaubt die historische Standardabweichung als Ex-post-Risikomass eine absolute (wenn auch vergangenheitsbezogene) Aussage über deren Prognostizierbarkeit, während der dynamische Prognose-Standardfehler als bedingtes Ex-ante-Risikomass eine relative Aussage über die Prognostizierbarkeit hinsichtlich eines gegebenen Modells erlaubt. In der Praxis hat die historische Standardabweichung durch ihre Unkompliziertheit viel Akzeptanz gefunden, was auch daher rührt, dass die Identifizierung der stochastischen Generierungsprozesse von ökonomischen Zeitreihen aufwendig ist.

In Tabelle 1 sind verschiedene Prognosekriterien für unser BVAR-Modell zusammengefasst. Kolonne (1) enthält die historische Standardabweichung der Log-Differenzen für die Periode 1949-1990, Kolonne (2) die Standardfehler der Prognose für die erste Periode, das Jahr 1991. Kolonne (3) hält das Verhältnis zwischen dem Standardfehler der Prognose und der historischen Standardabweichung fest. Deutlich zeigt sich dabei, dass die Prognostizierbarkeit - gemessen am Standardfehler der Prognose - systematisch besser ist, als aufgrund der Standardabweichung der Vergangenheitsdaten zu

erwarten war. Folglich sind alle STE/STD-Quotienten in Kolonne (3) unter 1.0, was zusätzlich ein Ausdruck dafür sein kann, dass keine der fünf Variablen vollkommen modellexogen ist. Anscheinend wird keine durch ihre Eigendynamik völlig dominiert. Wäre letzteres der Fall, würden sehr wahrscheinlich die Werte in Kolonne (3) um 1.0 liegen, da sich die STE etwa wie in einem univariaten Prognosemodell verhalten würden. Alle 5 Systemvariablen vermögen damit mindestens einen marginalen Beitrag zur gegenseitigen Prognostizierung zu leisten.

In Kolonne (4) ist die Standardabweichung für eine Prognose mit einem Zeithorizont von 5 Perioden (Jahren) festgehalten. Bei Unterstellung eines Random Walk-Prozesses verhält sich die Varianz proportional zur Zeit [10]. Für eine Fünf-Jahresprognose beträgt danach die zu erwartende Streu-

ung der Prognose das Fünffache einer Ein-Jahresprognose. Die Standardabweichung wächst also auch multiplikativ zum Zeitfaktor, wenn auch nur mit der Wurzel Zwei desselben. Ein Vergleich für den Fünf-Jahreshorizont zwischen der Standardabweichung und dem dynamischen Standardfehler der BVAR-Prognose zeigt, dass sich bei einem längeren Prognosehorizont die relative Prognostizierbarkeit zusätzlich und markant verbessert. Dies gilt für alle untersuchten Variablen.

In die gleiche Richtung zeigen auch die Resultate einer anderen Statistik zur Prognosegüte, dem Theilschen U [11]. Hierbei handelt es sich um Ex-ante-Prognosen, die schrittweise über den Stützbe- reich des Modells (Out of Sample) hinaus geschätzt werden. Das Theilsche U stellt das Verhältnis zwischen Prognosefehlern unseres BVAR-Modelles und naiven Random-Walk-Prognosen fest. Ein U

Tabelle 1: Standardabweichungen, Prognosefehler und Zeithorizont.

	Standardabweichungen bzw. -fehler**					
	nach 1 Periode			nach 5 Perioden		
	STD	STE-P1	STE/STD	STE-P5*	STE-P5	STE/STD
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
			=(2)/(1)			=(5)/(4)
BIP	0,031	0,018	0,59	0,069	0,022	0,31
KPI	0,024	0,013	0,54	0,054	0,018	0,33
AKTIEN	0,194	0,175	0,90	0,435	0,184	0,42
OBLIG	0,037	0,029	0,78	0,083	0,032	0,38
BODEN	0,160	0,127	0,79	0,358	0,139	0,39

** Schätzperiode ist 1949-1990

STD: Historische Standardabweichung

STE-P1: Berechneter dynamischer Standardfehler der Prognose für das erste Jahr

STE-P5: Berechneter dynamischer Standardfehler der Prognose für das fünfte Jahr

STE-P5* = STE-P1 * 5^(0.5)

Interpretation von STE-P1: Erwartete Standardabweichung der Ein-Jahres-Prognosen vom tatsächlichen Wert (Modellschätzung)

von Eins bedeutet, dass der RMSE (Root Mean Square Error) der Modellprognose gleich gross ist wie der einer naiven Prognose. Je kleiner das U ausfällt, um so besser ist die Prognosegüte des Modelles im Vergleich zur naiven Prognose. Die Theilschen U liegen durchwegs unter Eins; das Modell prognostiziert für alle Variablen und Prognosehorizonte besser als eine naive No-Change-Prognose. Beim längeren Prognosehorizont verbessert sich die Prognosegüte bei drei Variablen markant, hingegen verschlechtert sie sich bei den Aktien und beim Boden. Die beiden vergleichenden Prognosestatistiken decken sich im Hinblick auf drei Aussagen:

- (1) Das Modell hat gute Prognoseeigenschaften. Das Prognoserisiko ist deutlich kleiner als die Ex-post-Streuung der Systemvariablen und die Prognosen sind markant besser als naive Prognosen.
- (2) Die relative Prognosefähigkeit steigt mit längerem Zeithorizont.
- (3) Aktien und Boden sind im Vergleich zu den übrigen Systemvariablen schwieriger zu prognostizieren.

4. Prognostizierte Renditen, Risikomasse und Asset Allocation

Die Optimierung von Portfolios stützt sich meistens auf Ex-post-Werte für Renditen, Standardabweichungen und Korrelationen. Damit wird unterstellt, dass diese Vergangenheitswerte sozusagen eine Gleichgewichtssituation zum Ausdruck bringen, welche auch für die Zukunft Gültigkeit hat. Bei praktischen Anwendungen der Asset Allocation wird von dieser Gleichgewichtsvorstellung aber auch vielfach abgewichen, indem anstelle von Vergangenheitsrenditen für den Optimierungshorizont erwartete Renditen unterstellt werden, ohne dass gleichzeitig auch die Standardabweichungen und die Korrelationen für die Zukunft neu geschätzt werden. Ein solches Vorgehen ist jedoch inkonsistent [12], sobald die Risikomasse nicht konstant sind.

Darüber hinaus entsprechen die Ex-post-Risikomasse auch dann nicht den "wahren" erwarteten, wenn der Investor prognostische Fähigkeiten hat. Dass diese Möglichkeit nicht von vornherein auszuschliessen ist, zeigen unsere Modellresultate

Tabelle 2: Theilsche U und Zeithorizont.

	Theilsches U		entsprechende RMSE der BVAR-Prognosen	
	nach 1 Jahr	nach 5 Jahren	nach 1 Jahr	nach 5 Jahren
	U-1	U-5		
Anzahl Prognosen	11	7	11	7
BIP	0.86	0.40	0.015	0.072
KPI	0.84	0.59	0.017	0.017
AKTIEN	0.63	0.70	0.187	0.226
OBLI	0.67	0.36	0.027	0.014
BODEN	0.56	0.84	0.158	0.210

Anmerkungen:

Die Prognosestatistik erstreckt sich über den Out-of-Sample-Zeitraum von 1979-1990 (alle Zahlen Durchschnittswerte). Die RMSE (Root Mean Square Errors) bzw. Prognosefehler des reinen Random Walk-Modelles erhält man durch die Division $RMSE(BVAR) / \text{Theil } U$.

aufgrund der BVAR-Methode. Unter der Annahme, dass das BVAR-Modell konsistente Prognosen der Renditen, der Standardabweichungen sowie der Korrelationen ergibt, erscheint es sinnvoll, Portfolio-Optimierungen ganz auf diese erwarteten Werte abzustützen.

Solche Ex-ante-Erwartungswerte ermitteln wir aufgrund unseres BVAR-Modelles, das einerseits die nicht-bedingten Prognosen der mittleren Renditen liefert und andererseits auch dynamische, zeithorizont-abhängige Standardfehler der prognostizierten Grössen. Entsprechende Resultate unseres Modells sind in Tabelle 3 im Hinblick auf die zu optimierenden Portfolios zusammengefasst.

Wie bereits festgestellt, liegen die dynamischen Prognosefehler für die erste Prognoseperiode (STE-P1) für alle Systemvariablen deutlich unter den Standardabweichungen der entsprechenden Variablen (STD). Dasselbe gilt in verstärktem Masse auch für längere Prognosehorizonte. Das Verhältnis zwischen der kumulierten Rendite und dem Standardfehler wird umso günstiger, je länger der Prognosehorizont ist. "Dies bestätigt zwar, dass langfristig die Durchschnittrendite "immer sicherer" wird - steht aber nicht im Widerspruch zur

Tatsache, dass die Streuung der Renditen um diesen Durchschnitt mit zunehmendem Zeithorizont immer grösser wird" [13]. Bei dynamisch ermittelten Standardfehlern besteht zudem die Möglichkeit, dass sie aufgrund des Erklärungs- und Prognosegehaltes des zugrundeliegenden Modelles im Vergleich zu einer konstanten Varianz mit zunehmendem Zeithorizont kleiner werden.

Wenn schon für Renditen und Standardabweichungen erwartete Werte aufgrund eines konsistenten Modelles für die Portfolio-Optimierung herangezogen werden, stellt sich die Frage, ob nicht auch die erwarteten Korrelationen unter den Renditen konsistentere Optimierungen erlauben. In Tabelle 4a sind deshalb die Koeffizienten für den Zeitraum 1949-90 ausgewiesen und in Tabelle 4b die Korrelationen der prognostizierten Zeitreihen von 1991 bis 2000. Die drei "prognostizierten" Korrelationskoeffizienten sind durchwegs grösser als die historischen. Bei den Korrelationen der Bodenrendite mit der Aktien- und Obligationenrendite werden aus den leicht negativen Zusammenhängen sogar signifikant positive. Derart starke Unterschiede in den Korrelationen haben selbstverständlich auch markante Veränderungen bei den rendite-risikoop-

Tabelle 3: Prognostizierte Renditen und Standardabweichungen.

Portfolio:	PF-HIST		PF-1		PF-5	
	1949-1990		1 Jahr		5 Jahre	
	R	STD	R-P1	STE-P1	R-P5	STE-P5
BIP	0,030	0,031	0,021	0,018	0,021	0,010
KPI	0,029	0,024	0,048	0,013	0,039	0,008
AKTIEN	0,081	0,194	0,057	0,175	0,079	0,082
OBLIG	0,043	0,036	0,046	0,029	0,053	0,014
BODEN	0,085	0,160	0,033	0,127	0,066	0,062

R: Historische Rendite

STD: Historische Standardabweichung

R-P1: Rendite bzw. Veränderungsrate (Ln-Differenz) für das erste Prognosejahr

R-P5: Kumulierte Rendite bzw. Veränderungsrate (Ln-Differenz) für das fünfte Prognosejahr

STE-P1: Berechneter dynamischer Standardfehler der Prognose für das erste Jahr

STE-P5: Berechneter dynamischer Standardfehler der Prognose für das fünfte Jahr

timalen Portfolios zur Folge. Insbesondere die günstigen Diversifikationseffekte beim "Boden" verflüchtigen sich bei den prognostizierten Korrelationen weitgehend.

Die statistische Optimierung von Portfolios stellt heute bereits für viele praktische anlagestrategische Entscheide ein wichtiges Werkzeug dar. Die Nützlichkeit des Einsatzes von Optimierungsalgorithmen ist dabei auch kaum umstritten. Schwierig und kontrovers ist allerdings die Frage, wie man dabei zu den für die Optimierung entscheidenden Rendite- und Risikoerwartungen kommt. Oft werden dazu partielle Ansätze verwendet, welche einzelne oder Gruppen von Rendite- oder Risikovariablen prognostizieren. Wann immer man jedoch die Erwartungen für verschiedene Inputkomponenten eines Optimierungsprozesses nicht simultan schätzt, besteht die Gefahr von Verzerrungen und damit von suboptimalen Resultaten. Solche Unvollkommenheiten sollen hier anhand von optimierten Portfolios und unterschiedlichen Vorgehensweisen bei

Tabelle 4a: Korrelationskoeffizienten ex post (1949-1990).

	BIP	KPI	AKTIEN	OBLIG	BODEN
BIP	1				
KPI	-0.187	1			
AKTIEN	-0.011	-0.316	1		
OBLIG	-0.474	-0.068	0.364	1	
BODEN	0.238	-0.303	-0.032	-0.166	1

Tabelle 4b: Korrelationskoeffizienten ex ante (1991-2000; berechnet aufgrund der Modellprognosen).

	BIP	KPI	AKTIEN	OBLIG	BODEN
BIP	1				
KPI	-0.585	1			
AKTIEN	-0.431	-0.033	1		
OBLIG	-0.872	0.130	0.510	1	
BODEN	0.172	-0.744	0.613	0.216	1

der Erwartungsbildung exemplarisch aufgezeigt werden.

Das Portfolio PF-1 in Tabelle 5 basiert ausschliesslich auf Vergangenheitswerten für die Periode von 1949 bis 1990. Es handelt sich dabei also um eine reine Ex-post-Optimierung. Mit dem Portfolio PF-2h wird eine in der Praxis oft verwendete Variante gewählt: Während für die Risikomasse (Standardabweichungen und Korrelationen) Ex-post-Werte zur Anwendung gelangen, werden für die Renditen Erwartungen formuliert, deren Grundlage irgendein explizites oder informelles Modell darstellt. Für die folgenden Optimierungen setzen wir die Prognosen unseres BVAR-Modells ein.

Da eine Mischung zwischen Ex-post-Vorgaben für die Portfolio-Optimierung und Erwartungswerten für die Rendite, welche einem anderen Modell bzw. einer anderen statistischen Verteilungsfunktion entstammen, zu Inkonsistenzen führen kann, erscheint es sinnvoller, alle Vorgaben demselben Modell zu entnehmen. Dies ist beim Portfolio PF-2p für das Prognosejahr 1991 der Fall. Anstelle der historischen Standardabweichungen wird dort die Volatilität aufgrund dynamisch errechneter, zeit-horizontabhängiger Standardfehler der Modellprognosen ermittelt; und die Korrelationen basieren auf den Prognosewerten für die Periode 1991-2000. Das gleiche gilt auch für das Portfolio PF-3p, welches den Prognosehorizont von 1991 bis 1995 abdeckt.

Entsprechende Portfoliostrukturen sind in Tabelle 5 festgehalten. Auffallend ist dabei zunächst, dass sich die Portfolios aufgrund der Zukunftswerte für ein und fünf Jahre untereinander, aber auch im Vergleich zum historischen Portfolio deutlich unterscheiden. Während das historische Portfolio (PF-1) recht ausgewogen scheint, resultieren in den anderen Fällen recht extreme Lösungen. Bei den Portfolios mit einem Prognosehorizont von einem Jahr dominieren mit einem Anteil von 95% die Obligationen. Dieses Resultat verändert sich auch kaum, wenn anstelle der historischen Risikomasse (PF-2h) die prognostizierten angewandt werden. Wiederum ganz anders sind die Ergebnisse bei einem Prognosehorizont von fünf Jahren. Während

Tabelle 5: Optimale Portfolios.

Portfolio	PF-1	PF-2h	PF-2p	PF-3h	PF-3p
<i>Typisierung</i>					
Rendite	ex post 1949-90	ex ante 1991	ex ante 1991	ex ante 1991-95	ex ante 1991-95
Standardabweichungen	ex post 1949-90	ex post 1949-90	ex ante 1991	ex post 1949-90	ex ante 1991-95
Korrelationen	ex post 1949-90	ex post 1949-90	ex ante 1991	ex post 1949-90	ex ante 1991-95
<i>Rendite und Risiko</i>					
Rendite	7.20	4.66	4.66	5.98	7.70
Standardabweichung	8.79	3.92	3.15	5.18	7.74
<i>Portfoliostruktur (Anteile in %)</i>					
AKTIEN	25.67	4.59	4.03	15.59	88.11
OBLIG	28.93	95.41	95.97	64.84	0.00
BODEN	44.40	0.00	0.00	19.57	11.89

PF-1: Portfolio aufgrund historischer Renditen und Risikomasse

PF-2h: Portfolio mit historischen Risikomassen und prognostizierten Renditen für 1991

PF-2p: Portfolio mit prognostizierten Risikomassen und prognostizierten Renditen für 1991 (optimiert mit erwarteten Korrelationskoeffizienten für die Periode 1991-2000)

PF-3h: Portfolio mit historischen Risikomassen und prognostizierten Renditen für die Periode 1991-1995

PF-3p: Portfolio mit prognostizierten Risikomassen und prognostizierten Renditen für die Periode 1991-1995 (optimiert mit erwarteten Korrelationskoeffizienten für die Periode 1991-2000)

im Falle der historischen Risikomasse (PF-3h) immer noch die Obligationen dominieren, kippt die Struktur bei Verwendung der prognostizierten Risikomasse (PF-3p) zugunsten der Aktien.

Besonders interessant ist das Verhalten der Liegenschaften, approximiert durch die Bodenpreise. Während Liegenschaften in langfristig angelegten Portfolios einen hohen Stellenwert aufweisen [14], ist ihre Bedeutung in unseren Portfolios mit Ex-ante-Werten wesentlich kleiner. Unter Anwendung von Ein-Jahresprognosen (PF-2h und PF-2p) sinkt der Liegenschaftenanteil auf Null Prozent, weil die Modellprognosen für die Bodenrendite unter jene von Aktien und Obligationen fällt, was historisch betrachtet ausserordentlich ist. Im Falle des Fünf-

Jahreshorizontes (PF-3h und PF-3p) kommt der Liegenschaftenanteil auf 20% und 12% zu liegen, also auch deutlich unter den historischen Anteil von 44%. Diese Optimierungsergebnisse sind teilweise auch durch die Unterschiede zwischen Ex-ante und Ex-post-Korrelationskoeffizienten bedingt. Während die Koeffizienten zwischen Boden und Aktien und Obligationen ex post leicht negativ ausfallen, sind sie ex ante deutlich positiv.

In Abbildung 1 sind die "efficient frontiers" für die fünf Varianten mit unterschiedlichen Zeithorizonten und Risikomassen dargestellt. Daraus lassen sich zwei Befunde ableiten:

- Ergebnisse von Portfoliooptimierungen mit Ex-post-Werten für die Renditen und die Risi-

komasse unterscheiden sich wesentlich von solchen mit Ex-ante-Werten. Offensichtlich spielt es eine Rolle, ob man bei Asset Allocation-Entscheiden mit prognostizierten Werten arbeitet oder mit historischen. Die Portfolios mit Ex-ante-Werten sind in der Regel effizienter, d.h. sie weisen im Vergleich zu den jeweiligen Renditen geringere Risiken auf. Der Grund dafür kann sowohl bei den Korrelationskoeffizienten, als auch bei der Standardabweichung der Renditen liegen. Da jedoch die prognostizierten Standardfehler gemäss unseren Modellprognosen für alle Variablen unter den Ex-post-Standardabweichungen liegen (Tabelle 3), ist die Reduktion der Renditestreuung bei Ex-ante-Werten mit Sicherheit für einen Teil der Effizienzverbesserung verantwortlich.

- Der Prognosehorizont wirkt sich im Falle unserer Modellprognosen massgeblich auf die Zusammensetzung und die Effizienz der Portfolios aus. Bei einem Horizont von einem Jahr ist die Streuung von Portfoliorendite und -risiko über die Menge effizienter Varianten hinweg gerin-

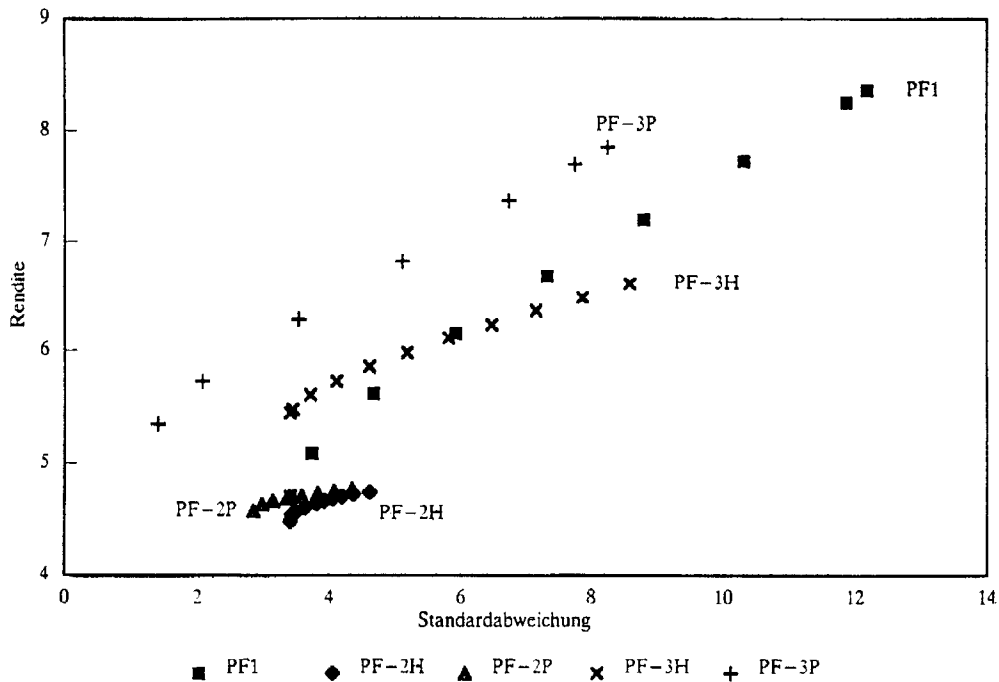
ger als bei einem Prognosehorizont von fünf Jahren. Hierin widerspiegelt sich die Tatsache, dass die Streuung von Renditen und Standardfehler der drei Anlagen Aktien, Obligationen und Liegenschaften bei Einjahres- kleiner als bei Fünfjahresprognosen ist.

5. Folgerungen

Optimierungen von Portfolios werden heute noch vorwiegend mit Renditen oder Risikomassen aus der Vergangenheit durchgeführt, obwohl die daraus resultierende Asset Allocation für die Zukunft optimal sein soll. Ein solches Vorgehen ist jedoch mit Recht restriktiven Bedingungen über die Struktur der zugrundegelegten Zeitreihen und einer damit implizierten Vorstellung verbunden, dass wir über keine Prognosefähigkeiten verfügen.

Zur Überwindung dieser Einschränkungen haben wir ein Vorgehen gewählt, das zwar nur beispielhaft sein kann, aber dennoch geeignet ist, Grenzen der traditionellen Verfahren bei der Portfolio-Opti-

Abbildung 1: Effiziente Portfolios.



mierung aufzuzeigen. Anstelle von Ex-post-Werten für Renditen und Risikomasse kommen Erwartungswerte aufgrund von Modellprognosen zur Anwendung, deren Herleitung ebenfalls Gegenstand dieses Papiers ist.

Da die Portfolioergebnisse massgeblich von den prognostizierten Renditen und Risikomassen bestimmt sind, werden die angewandte BVAR-Methode und der Erarbeitungsprozess der Modellspezifikationen ausführlich erläutert. Dabei zeigt sich, dass die BVAR-Methode aus theoretischen und rechnerischen Gründen für unsere Zwecke besser geeignet ist, als herkömmliche Strukturmodelle. Sie erlaubt die Ermittlung von dynamischen Prognosefehlern insbesondere auch für Modelle mit mehreren Variablen.

Die Verwendung eines konsistenten Sets von Erwartungswerten mit unterschiedlichen Zeithorizonten, die für die Portfolio-Optimierung gebraucht werden, führt zu mehreren bemerkenswerten Befunden:

- Die optimalen Portfoliostrukturen ändern sich massgeblich, wenn Erwartungswerte für die Renditen, die Standardabweichungen und die Korrelationen angewendet werden. Dabei sind die Ergebnisse insbesondere auch vom Zeithorizont der Prognose abhängig.
- Die Standardfehler der Prognose sind generell geringer als die Standardabweichungen der Vergangenheit. Dies ist zunächst natürlich eine spezifische Eigenschaft unseres BVAR-Modelles, hierin kommt aber auch eine gewisse Prognosefähigkeit zum Ausdruck, die bei praktischen Asset Allocation-Entscheiden auch nicht negiert werden kann.
- Anlagen in Liegenschaften verlieren im Rahmen der Asset Allocation an Attraktivität, wenn Ex-ante-Renditen und Risikomasse anstelle von Ex-post-Werten angewandt werden.

Die vorliegende Arbeit beschränkte sich auf schweizerische Anlageformen. Eine Ausdehnung des Modelles auf die internationale Wirtschaft und damit auch auf zusätzliche Anlagemöglichkeiten drängt sich geradezu auf. Damit verbunden wäre jedoch eine zusätzliche Komplexität und ein höherer Auf-

wand bei der Bildung des entsprechenden Zeitreihenmodells. Angesichts der praktischen Bedeutung von Asset-Allocation-Entscheiden und immer besseren Technologien für die Modellbildung dürften sich solche Erweiterungen inskünftig aber lohnen. Mit dem hier aufgezeigten Verfahren können in fast idealer Weise die Verbindungen zwischen volkswirtschaftlichen Fundamentalvariablen und Finanzmarktrenditen sowie zwischen der strategischen und der kurzfristig taktischen Asset Allocation hergestellt werden.

6. Technischer Anhang

6.1 Zur Darstellung des VAR-Prozesses

Unser VAR-System lässt sich allgemein folgendermassen darstellen

$$X_t = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^K a_{jk}(t) X_j(t-k) + c_i(t) + u(t) \quad (1)$$

N = Anzahl Variablen

$c_i(t)$ = Konstanter Term

K = Anzahl Lags (verzögerte Werte: $t-k$)

$u(t)$ = Prozess generiert durch Weisses Rauschen

$u(t)$ = Störglied mit $E[u(t)] = 0$, $\text{Var}[u(t)] = \sigma^2 < \infty$,
 $\text{Kov}(t,s) = \sigma^2$ für $t = s$, $\text{Kov}(t,s) = 0$ sonst.

6.2 Bemerkungen zur Prior-Technik

Mit Hilfe dieser Prior-Technik [15] können wir im Vergleich zum CSM oder zum unrestringierten VAR verhältnismässig mehr Variablen und Lags (d.h. mehr Information) modellieren. Bei 21 zu schätzenden Koeffizienten pro Gleichung ermöglicht unser Informationsprior eine OLS-Variante, die durch eine "Augmenting"-Prozedur der echten Zeitreihen mit "Pseudobeobachtungen" (mind. 26 pro Gleichung) erfolgt. Mit steigender Echtdatenmenge, reduziert sich der Einfluss der "Pseudodaten" zu Null. Die so generierten Daten sind mit unserer modellierten Hypothese per Konstruktion kompatibel. Der Schlüssel dieser auf THEIL (1963)

zurückgehenden Schätztechnik liegt darin, dass der Einfluss unserer "fuzzy" Restriktionen - im Gegensatz zu konventionellen exakten Restriktionen - auf die Schätzer asymptotisch verschwindet.

Die grosse Flexibilität des bayesianischen Prior sowie der Vorteil flexibler Restriktionen gegenüber exakten Restriktionen kann nicht darüber hinwegtäuschen, dass die Metaparameteroptimierung unseres Modell eine zusätzliche probabilistische Dimension verleiht. Darüber hinaus erlaubt der nicht-deterministische Charakter unserer Restriktionen nur eine bedingte Interpretation und Inferenz von Kausalitäten. Wegen der prognostischen Ausrichtung unseres Modells steht allerdings die Auseinandersetzung mit dem präterministischen Modellbau nicht im Mittelpunkt unserer Studie.

6.3 Zur Standardabweichung der Prior-Verteilung (Die Metaparameter)

Wir steuern die Standardabweichung der Prior-Verteilung von a_{ijk} bzw. des um k Jahre verzögerten Koeffizienten der Variable j in der i -ten Gleichung mit der folgenden Funktion:

$$s_{ijk} = [\theta g(k) f(i,j)] \times \frac{s_j}{s_i}$$

$$f(i,j) = g(1) = 1.0 \quad \text{für } i = j \quad (2)$$

θ = tightness

$g(k)$ = decay

$f(i,j)$ = weight(i,j)

s_j/s_i = Skalierung (sogenannte Metaparameter unseres Prior)

Decay legt fest, wie schnell der Einfluss vergangener Werte auf die gegenwärtigen abnimmt. Diese Funktion ist $\text{decay}(k) = k^{(-\text{decay})}$, wobei wir $\text{decay} = 1.0$ festgesetzt haben. Tightness = 0.3 ist unsere Wahl. s_j/s_i ist der Skalierungsfaktor, der die verschiedenen Dimensionen unserer 5 Variablen ausgleicht. Hier ist s_i bzw. s_j der sogenannte "standard error of estimate" (see) in der Regression auf die Eigenlags zur i -ten Variable bzw. die Kreuzlags

(Variable j). Alle einem Koeffizienten zugeordneten Gewichte werden simultan skaliert, um die relativen Prior-Varianzen in absolute zu verwandeln. Die relativen Gewichte (weight) unter allen Variablen haben wir wie im sogenannten Minnesota Prior gewählt. Das relative Gewicht $f(i,j)$ sagt aus, in welchem Masse die Variable j die abhängige Variable i in der i -ten Gleichung beeinflusst. Wir haben die $f(i,j)$ so gesetzt, dass alle Gewichtungskoeffizienten auf den Interaktionsmatrix-Nebendiagonalen 0.5 betragen und die auf der Hauptdiagonale genau 1.0. Damit ist $f(i,j)_{5 \times 5} = \{1.0 \text{ falls } i=j \text{ und } 0.5 \text{ sonst}\}$. Alle möglichen Variablen-Interaktionen bilden ja eine 5×5 -Matrix. Hätten wir statt 0.5 genau 0.0 für die Koeffizienten ausserhalb der Hauptdiagonale gewählt, ergäbe sich ein System fünf einfacher autoregressiver Prozesse. Die relative Gewichtung der Kreuzbeziehungen kann genutzt werden, um theoretisch relevante bzw. irrelevante Beziehungen stärker bzw. schwächer zu gewichten. Gewichtsänderungen setzen jedoch ausreichende Kenntnis über langfristige prognostische Modelleigenschaften sowie die ökonomische Theorie voraus.

6.4 Bemerkung zur Standardabweichung von Prognosen

Zur Erfassung des künftigen Risikos einer prognostizierten Vermögensanlage ist eine systematische - auf vergangene Prognosefehler aufbauende - Schätzung eines Risikomasses zu empfehlen. Das ist der Fall mit unserem Prognose-Standardfehler (STE), wodurch das Risiko einer Anlage eng mit unserer Fähigkeit diese zu prognostizieren zusammenhängt. Die Risikoerfassung über die eigene Volatilität der Prognose kann - je nach Modelltyp - wegen der herkömmlichen Prognosegüte-Optimierung irreführend sein. Viele Vorhersagen gehen aus "prognosefehler-minimierenden Prozeduren" hervor, bei denen die Varianz des zugrundeliegenden Prozesses per Konstruktion über jener der Prognose liegt. Bsp: In einem univariaten Fall folgt aus der Unabhängigkeit zwischen der Prognose

$[P(n,h)$; mit n = Prognosezeitpunkt und h = Prognosehorizont]

und dem geschätzten Prognosefehler $[\varepsilon^e(n,h)]$ für den zu prognostizierenden Prozess X , dass $\text{Var}[X(n+h)] = \text{Var}[P(n,h)] + \text{Var}[\varepsilon^e(n,h)]$, d.h. $\text{Var}[X(n+h)] > \text{Var}[P(n,h)]$.

Die Varianz der - durch Minimierung der Prognosefehler $\varepsilon(\cdot)$ optimierten - Prognose ist somit kleiner als die tatsächliche Varianz des Prozesses X . Der geschätzte Fehler der optimalen Prognose ist dabei ein mit h monoton wachsender Moving Average der Ordnung $(h-1)$.

Fussnoten

- [1] BURGER/MEIER (1991).
- [2] Der BVAR-Ansatz eignet sich zur Modellierung des klassischen Monetarismus, welcher auf der Theorie rationaler Erwartungen basiert. Diese bildet das Fundament der modernen Kapitalmarkttheorie.
- [3] Man berücksichtige $Y_t = Y_{t-1} + \varepsilon_t$ oder $\log Y_t = \log Y_{t-1} + \alpha$ mit ε_t Weisses Rauschen und α deterministische Komponente (drift), die - linear approximiert - einer durchschnittlichen Wachstumsrate entspricht. Der Random Walk-Prozess kann als diskrete Darstellung einer Brownschen Bewegung betrachtet werden. Es sei auch auf die berühmte Studie von NELSON/PLOSSER (1982) hingewiesen.
- [4] Beide Modellansätze erstellen jedoch insoweit bedingte Prognosen, als sie eine Wahl der Variablen und der Schätzmethode voraussetzen.
- [5] In unserem Differenzen-Modell wurden kointegrierende Beziehungen nicht berücksichtigt. Ökonomische Prozesse sind miteinander kointegriert, wenn sie in einem langfristigen Gleichgewicht zueinander stehen und jeder Abweichung vom Gleichgewicht in der Regel eine Korrektur folgt. Da eine effiziente Lösung zur Modellierung von Fehlerkorrekturtermen noch aussteht, haben wir unser Modell zusätzlich im Niveau spezifiziert (um zumindest Zusammenhänge in den Trends zu berücksichtigen). Differenzen- und Niveau-Modell wurden denselben Tests ausgesetzt, wobei die Ergebnisse weitgehend miteinander kompatibel waren.
- [6] Das Gleichungssystem unseres VAR-Prozesses (siehe Gleichung (1) im technischen Anhang) gleicht dann nahezu einer univariaten OLS-Schätzung oder einem Autoregressiven Prozess 1. Ordnung. Die resultierende Prognose entspricht einem Random Walk.
- [7] Die in unserem Vorwissen enthaltenen ökonomischen Theorien setzen bestimmte Kausalitätsrichtungen voraus. Diese sind für ökonomische Interpretationen der Systemreaktionen auf Schocks legitim, was jedoch impliziert, dass das Auferlegen von Restriktionen auf Störterm-Verteilungen einer theoretischen Prior-Identifikation gleichkommt. Der Einsatz des Innovation Accounting sollte auf prädeterminierte Kausalzusammenhänge beschränkt werden.
- [8] Monte Carlo-Studien zeigen, dass Hyperoptimierungen in der Regel nur marginale Prognosegütesteigerung herbeiführen. Dabei wurden die Metaparameter-Suchfunktionen nach dem Theil U-Kriterium optimiert.
- [9] Zur Erfassung des künftigen Risikos einer prognostizierten Vermögensanlage ist eine - auf vergangene Prognosefehler aufbauende - Schätzung eines Risikomasstes zu empfehlen. Siehe technischen Anhang 6.4.

- [10] Vgl. ZIMMERMANN (1991).
- [11] Theil $U = \text{RMSE}(\text{BVAR})/\text{RMSE}(\text{Random Walk})$.
RMSE=Root Mean Square Error.
- [12] Hat beispielsweise der Investor eine sehr optimistische Renditeerwartung bezüglich einer bestimmten Anlage (steigende Überschussrendite relativ zur bisherigen Kursentwicklung) im Rahmen einer neuen Portfoliooptimierung, so müsste er bedenken, dass dies mit einem erhöhten Risiko und geänderten Korrelationen zu anderen Anlagen einhergehen dürfte.
- [13] Vgl. ZIMMERMANN (1991).
- [14] Vgl. BURGER/MEIER (1991).
- [15] Die theoretischen und praktischen Fundamente für diese Bayesianische Prior-Technik wurden vor allem durch C. Sims, R.B. Litterman und T.A. Doan gelegt. Der interessierte Leser wird auf folgende Literatur verwiesen: LITTERMAN (1984,1986), ROBERTS (1988) und TODD (1984).

Literatur

- BURGER, W. und P. MEIER (1992): "Makroökonomisches Umfeld und optimaler Anlagemix - Eine Analyse für die Schweiz unter spezieller Berücksichtigung von Immobilienanlagen", Schweizerische Zeitschrift für Volkswirtschaft und Statistik 127, pp. 511-524.
- LITTERMAN, R.B. (1984): "Forecasting and Policy Analysis with Bayesian Vector Autoregression Models", Quarterly Review, Federal Reserve Bank of Minneapolis, Fall 1984 (Research paper).
- LITTERMAN, R.B. (1986): "Forecasting with Bayesian Vector Autoregressions - Five years of Experience", Journal of Business and Economic Statistics 4, pp. 25-38.
- NELSON, C.R. and C.I. PLOSSER (1982): "Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series: Some Evidence and Implications", Journal of Monetary Economics 10, pp. 139-162.
- ROBERTS, W. (1988): "A Quarterly Bayesian VAR Model of The U.S. Economy", Working Paper 88-2, Macro-Policy Research Dept., Federal Reserve Bank of Atlanta, May 1988.
- THEIL, H. (1963): "On The Use of Incomplete Prior Information in Regression Analysis", Journal of the American Statistical Association 58, pp. 401-14.
- TODD, R.M. (1984): "Improving Economic Forecasting with Bayesian Vector Autoregression", Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review 8 (Fall), pp. 18-29.
- ZIMMERMANN, H. (1991): "Zeithorizont, Risiko und Performance: Eine Übersicht", Finanzmarkt und Portfolio Management 5, pp. 164-181.