KLAUS SPREMANN

Zur Abhängigkeit der Rendite von Entnahmen und Einlagen

1. Einleitung

Bekannt ist, dass die Rendite, die ein Anleger erzielt, davon abhängt, ob und wann er zwischenzeitlich Entnahmen tätigt oder weitere Mittel einlegt [1]. Nicht im wünschenswerten Umfang geklärt ist jedoch die für die Praxis bedeutsame Frage: Wie verändert sich die Rendite für einen Investor, der einen kontinuierlichen Ansparvorgang plant, um ein Vermögen aufzubauen? Fast noch wichtiger ist die Frage, wie sich die Rendite verändert, wenn der Investor von Kapitalerträgen leben muss, also in regelmässigen Abständen Entnahmen tätigen möchte oder muss. Diesen Fragen ist der vorliegende Aufsatz gewidmet.

Das Thema betrifft vor allem private Investoren, die ihre Asset-Allocation im Hinblick auf eine Altersversorgung vornehmen. Gleiches gilt für Pensionskassen und Versicherungsgesellschaften: Aufgrund kollektiver Vorgänge (Beitragspflicht, Demographie der Versicherten, Gehaltsentwicklung) haben diese Institutionen per Saldo entweder zusätzliche Mittel anzulegen, oder sie müssen Vermögensanlagen liquidieren. Durch diese Vorgaben regulärer Geschäftstätigkeit erzielt der Vermögensverwalter der Pensionskasse oder Versicherungsgesellschaft eine Rendite, die sich von der "des Marktes" unterscheidet.

Die von Banken, Fondsgesellschaften und Börsen publizierten Renditen messen die Performance des Marktes, nicht die Performance der Verwaltung eines einzelnen Vermögens. Die publizierten Markt-Renditen unterstellen ein spezielles Entnahmeverhalten, nämlich, dass keine Entnahmen getätigt wurden, dass alle Ausschüttungen wieder angelegt werden und dass zusätzlich Beträge angelegt werden, die (für den Anleger) an den Fiskus abgeführt worden sind. Der einzelne Investor oder die einzelne Pensionskasse hat *aufgrund individueller Entnahmen (oder Einlagen)* für die Wertentwicklung des eigenen Vermögens jedoch eine davon *abweichende Rendite*.

Wie ist diese Arbeit organisiert? Wir sehen zunächst von Einlagen ab und wenden uns hauptsächlich dem Einfluss der Entnahmepolitik auf die Rendite zu. Dieser *Entnahme-Rendite-Effekt* kann positiv oder negativ ausfallen und er kann beachtliches Ausmass erreichen. Das sollen zunächst historische Daten belegen (Abschnitt 2). Danach ist ein Blick auf den Renditebegriff angebracht (Abschnitt 3). Dann: Gemeinsamkeiten und Unterschiede zwischen dem Entnahme-Rendite-Effekt und dem Coupon-Rendite-Effekt, der von Obligationen bekannt ist (Abschnitt 4). Was zukünftige Renditen betrifft, die unsicher sind, ist die Wirkung von Entnahmen auf den Erwartungswert und die Volatilität der Rendite zu studieren (Abschnitt 5). Eine realitätsnahe Simulation lässt erstens erkennen, dass Entnahmen die Volatilität der Rendite erhöhen. Eher überraschend ist ein zweites Resultat: Entnahmen verringern die zu erwartende Rendite. Beides hat Auswirkungen auf die optimale

Asset-Allocation, denn die Capital-Market-Line verläuft flacher für Investoren, die zwischenzeitlich entnehmen (Abschnitt 6).

2. Historische Daten

Zunächst sollen zwei Situationen den Effekt von periodischen, als konstant angenommenen Entnahmen auf die Rendite einer Vermögensanlage veranschaulichen. Um Künstlichkeit zu vermeiden, orientieren sich die Beispiele an historischen Kursentwicklungen des Gesamtmarktes Schweizer Aktien. Bei dem zunächst gewählten Zeitraum 1976-1986 hätte jede Entnahmepolitik die Rendite verringert. Für den anschliessend betrachteten Zeitraum 1982-1990 zeigen die Daten, dass Entnahmen die Rendite der Vermögensanlage erhöht hätten.
Die Kursentwicklung wird durch den Index des Schweizer Bankvereins beschrieben. Der SBV-Index wird als Mittelwert von Kursen ermittelt, berücksichtigt also keine Dividenden, Bezugsrechte und dergleichen (anders als der seit wenigen Jahren zur Verfügung stehende Swiss Performance Index). Das ist jedoch für die folgende Argumentation unerheblich. Man stelle sich einfach vor, der hier verwendete Index beschreibe die Wertentwicklung eines Aktien-Portefeuilles, ohne dass der Investor Entnahmen im Sinne von Verkäufen tätigt.
Um die Tabellen zu "verschlanken", werden den Beispielen Zweijahres-Perioden zugrundegelegt. Alle Renditeangaben beziehen sich auf die Zweijahres-Basis. Auch das ist eigentlich nicht wichtig und es wäre leicht, die angegebenen Renditen auf Jahresbasis umzurechnen.
Die erste Situation bezieht sich auf den Zeitraum Ende 1976 bis Ende 1986. Wie Tabelle 1 zeigt, ist der SBV-Index in diesen fünf Zweijahres-Perioden von 303.5 auf 666.4 angestiegen. Die Wertentwicklung eines Portefeuilles mit dem Einstandsbetrag von 100 [Tausend Franken], aber ohne dass Verkäufe vorgenommen wurden, ist mit V(0) bezeichnet. Das Portefeuille hat Ende 1986 einen Wert von 219,570 [Tausend Franken], woraus sich die Rendite y(0) = 17,0 % errechnet. Auch weiterhin wollen wir Renditen, die sich auf eine mehrere Einzelperioden (von je zwei Jahren) umfassende Zeitspanne (hier 1976-1986) beziehen, mit y bezeichnen, während die Symbole r oder r_t für die Renditen der Einzelperioden t reserviert bleiben.

Tabelle 1: Entwicklung eines Vermögens ohne bzw. mit Entnahmen.

	SBV-Index	V(0)	r_t	V(14)
Ende 1976	303.5	100,000		100,000
			1,4 %	
Ende 1978	307.9	101,450		87,450
			11,1 %	
Ende 1980	342.2	112,750		83,190
			-6,6 %	
Ende 1982	319.5	105,270		63,670
			26,8 %	
Ende 1984	405.5	133,600		66,810
			64,5 %	
Ende 1986	666.4	219,570		95,800

Legende:
V(0) Wertentwicklung eines Portefeuilles ohne Entnahmen
V(14) Wertentwicklung eines Portefeuilles mit einer Entnahme von 14 nach Ablauf jeder Periode
r_t Rendite der Einzelperioden t

In der Tat ist

$$100 \cdot (1 + 0{,}17)^5 = 219{,}570.$$

Natürlich ist die Rendite y(0) gleichzeitig das geometrische Mittel der in der Tabelle ausgerechneten Perioden-Renditen r_t für die fünf einzelnen Zweijahres-Abschnitte t=1,2,...,5:

$$(1{,}17)^5 = (1{,}014)(1{,}111)(0{,}934)(1{,}268)(1{,}645).$$

Des weiteren ist in Tabelle 1 ein Investor betrachtet, der beschliesst, von seinem mit der Einlage 100 [Tausend Franken] startenden Portefeuille nach Ablauf einer jeden Zweijahres-Periode eine Entnahme zu tätigen. Vielleicht in richtiger Erwartung der eben ermittelten Rendite y(0) = 17%, aber auch mit einer gewissen Vorsicht, entscheide er sich, jeweils nur 14 [Tausend Franken] zu entnehmen. Die Entwicklung der Werte des Portefeuilles unter dieser Entnahmepolitik, bezeichnet mit V(14), gibt die rechte Spalte der Tabelle 1 an. Man erkennt, dass nach fünf Perioden (und fünf Entnahmen) nur noch 95,800 [Tausend Franken] vorhanden sind - weniger als die anfängliche Einlage. Folglich muss die entsprechende Rendite unter 14 % gelegen haben. In der Tat besitzt die Zahlungsreihe

-100, 14, 14, 14, 14, (14 + 95,800)

den internen Zinssatz y(14) = 13,33%. Jedenfalls ist das deutlich weniger als die oben ermittelte Rendite y(0) = 17% für denjenigen Investor, der nichts entnimmt.

Noch ein weiteres Zahlenbeispiel, das nicht mehr in Tabelle 1 angeführt ist: Hätte der Anleger nach Ablauf einer jeden Zweijahres-Periode nicht nur 14 sondern sogar 24 [Tausend Franken] entnommen, wäre der Portefeuille-Wert von 100 (Ende 1976) bis 7,360 [Tausend Franken] (Ende 1986) geschrumpft, und da die Zahlungsreihe

-100, 24, 24, 24, 24, (24 + 7,360)

den internen Zinssatz y(24) = 8,30 % besitzt, wäre die Rendite der Vermögensanlage bei dieser Entnahmepolitik noch geringer gewesen.

Zusammenfassend: Der Entnahme-Rendite-Effekt ist für die Jahre 1976-1986 negativ und umso ausgeprägter, je grösser die Entnahmen sind.

Man kann schon erkennen, woraus sich der renditereduzierende Einfluss der Entnahmen erklärt. Der Zeitraum 1976-1986 ist so gewählt, dass eine steigende Rendite-Struktur vorliegt: die ersten drei Perioden-Renditen r_1 = 1,4 %, r_2 = 11,1 %, r_3 = -6,6 % waren unterdurchschnittlich, die letzten zwei mit r_4 = 26,8 % und r_5 = 64,5 % überdurchschnittlich gut. Durch Entnahmen wird anfänglich das Vermögen reduziert, und ist schon vergleichsweise aufgezehrt, wenn mit Beginn des Jahres 1982 die guten Börsenjahre kommen. Es ist klar: Wer vor der Hausse entnimmt, erzielt eine geringere Rendite.

Aus dieser Überlegung ist zu vermuten, dass die Rendite der Vermögensentwicklung durch Entnahmen erhöht wird, sofern die Rendite-Struktur sinkt, d.h., wenn im betrachteten Zeitraum Perioden mit günstiger Wertentwicklung abgelöst werden von späteren Phasen unterdurchschnittlicher Kursentwicklung. Kurz: Wer vor der Baisse entnimmt, erzielt eine höhere Rendite.

Diese Schlussfolgerung ist ganz richtig.

Zur Veranschaulichung für einen positiven Entnahme-Rendite-Effekt eignet sich gut der 8-Jahreszeitraum 1982-1990. Tabelle 2 zeigt wieder den SBV-Index, die Entwicklung der Werte V(0) eines mit 100 [Tausend Franken] beginnenden Portefeuilles ohne Entnahmen und die auf die vier Zweijahres-Perioden bezogenen Renditen r_t. Das Portefeuille V(0) hat Ende 1990 einen Wert von 162,790 [Tausend Franken], woraus sich y(0) = 12,95 % als Rendite für alljene Anleger errechnet, die nichts entnehmen.

Tabelle 2: Die Entwicklung eines Vermögens ohne bzw. mit Entnahmen.

	SBV-Index	V(0)	r_t	V(15)
Ende 1982	319.5	100,000		100,000
			26,8 %	
Ende 1984	405.5	126,900		111,910
			64,5 %	
Ende 1986	666.4	208,580		168,920
			-16,0 %	
Ende 1988	559.8	175,210		126,900
			-7,1 %	
Ende 1990	520.1	162,790		102,900

Legende:
V(0) Wertentwicklung eines Portefeuilles ohne Entnahmen
V(15) Wertentwicklung eines Portefeuilles mit einer Entnahme von 15 nach Ablauf jeder Periode
r_t Rendite der Einzelperioden t

Ausserdem gibt Tabelle 2 die Entwicklung der Werte V(15) eines Portefeuilles wieder, dem nach jeder der vier Zweijahres-Perioden 15 [Tausend Franken] entnommen werden. Trotz dieser Entnahmen wächst der Wert des Portefeuilles von 100 auf 102,900 an. Das bedeutet: Die Rendite der Vermögensentwicklung bei dieser Entnahmepolitik y(15) muss grösser als 15 % sein. In der Tat hat die Zahlungsreihe

-100, 15, 15, 15, (15 + 102,900)

den internen Zinssatz y(15) = 15,58 %. Das ist deutlich mehr als y(0) = 12,95 %, die ohne Entnahmen zu verzeichnende Rendite.

Noch ein letztes Zahlenbeispiel, das nicht mehr in Tabelle 2 angeführt ist: Hätte der Investor nach Ablauf einer jeden Zweijahres-Periode sogar 25 [Tausend Franken] entnommen, dann wäre der Portefeuille-Wert von 100 (Ende 1982) zwar bis 62,960 (Ende 1990) zurückgegangen, da jedoch die Zahlungsreihe

-100, 25, 25, 25, (25 + 62,960)

den internen Zinssatz y(25) = 17,89 % besitzt, wäre die Rendite der Vermögensanlage bei dieser Entnahmepolitik noch grösser ausgefallen im Vergleich zu y(15) und zu y(0).

3. Zwei Rendite-Begriffe

Was ist die Rendite? Im Sprachgebrauch und in der Denkvorstellung von Investoren ist die "Rendite" eine *Kennzahl, welche die vielen Aspekte der Wertentwicklung einer Wertschrift oder eines Portefeuilles in einem Zeitabschnitt zusammenfasst und die im Sinne eines Performance-Masses auch Vergleiche zwischen verschiedenen Anlagemöglichkeiten erlauben soll.*

Was die Dimension der Zeit im Renditebegriff betrifft, sind drei Aspekte zu unterscheiden, die hier als "Zeitabschnitt", als "Periode" und als "Basis" angesprochen werden:

- Der Zeitabschnitt, auf den sich die Rendite bezieht, ist in der Regel der Zeitraum, für den ex ante Entscheidungen getroffen und durchgehalten werden, und für den ex post Rechenschaft gegeben wird. Bei Finanzanlagen handelt es sich dabei oft um Zeiträume, die mehrere Jahre umfassen. Beispielsweise könnte ein Investor seine Anlagestrategie für fünf Jahre festlegen, und er wird bei dieser Entscheidung die erwarteten Renditen alternativer Strategien vergleichen, die sich auf diesen Zeitabschnitt beziehen.
- In diesem Zeitabschnitt, sozusagen "zwischenzeitlich", wird es Ausschüttungen, Entnahmen (Wertschriftenverkauf) und Neuanlagen geben. Diese Zahlungszeitpunkte zerlegen den Gesamtzeitraum in einzelne Perioden; ohne Beschränkung der Allgemeinheit kann man die Perioden als von gleicher Länge voraussetzen. Zur Vereinfachung der Notation wird in Lehrbuch-Beispielen meist von jährlichen Zahlungen ausgegangen. In der Praxis dürften die zu betrachtenden Perioden kürzer als ein Jahr sein, sie haben die Länge eines Quartals oder eines Monats.
- Als drittes besitzt die Rendite eine Basis. Denn die Rendite hat die Dimension "Erfolg pro Zeiteinheit", und die in dieser Angabe gewählte Zeiteinheit ist die Basis. In aller Regel wird als Basis ein Jahr gewählt (nur wir haben die Basis hier auf zwei Jahre festgelegt).

Ein Vermögensverwalter beispielsweise, der vorgibt, 8% Rendite erzielt zu haben, bezieht sich vielleicht, ohne dies explizit auszudrücken, auf einen Zeitabschnitt von 5 Jahren, aufgeteilt in Perioden von Ein-Monats-Dauer, und die übliche Jahresbasis.

Je länger der Zeitabschnitt, desto mehr mittelt die Rendite über gute und schlechte Wertentwicklungen hinweg. Je kürzer die Periode, desto feiner wird erfasst, wann zwischenzeitliche Entnahmen und Einzahlungen erfolgten. Die Wahl der Basis ist pure Konvention: Es ist elementare Rechentechnik, Renditeangaben, die sich auf verschiedene Basen beziehen, ineinander zu transformieren.

Nun zur ersten Definition der Rendite: Der klassischen Auffassung folgend, werden die verschiedenen Gesichtspunkte einer Vermögensanlage reduziert auf die Reihe von Zahlungen, die der Investor während des betrachteten Zeitabschnitts entweder geleistet hat oder die ihm zugeflossen sind. Nur zu Beginn des mit der Rendite zu beurteilenden Zeitabschnitts darf es sein, dass eine Auszahlung für den Erwerb des Vermögens nicht tatsächlich erfolgte (weil sich das Vermögen schon im Besitz des Investors befand), sondern eine Marktbewertung die Zahlung ersetzt. Gleiches gilt für die Zahlung zu Ende des betrachteten Zeitabschnitts. Sie kann durch den Marktwert des Portefeuilles ersetzt werden.

Es sei betont, dass *für einen Investor primär die Zahlungsreihe relevant ist:* Marktzinssätze oder andere Marktgrössen sind für ihn allenfalls relevant, wenn sie sich für ihn in Zahlungen niederschlagen. Diese Optik muss das gewählte Renditemass reflektieren.

Dementsprechend wird die Rendite (yield) als interner Zinssatz der Zahlungsreihe verstanden. Sie ist derjenige, für alle einzelnen Perioden als gleich gedachte, rechnerische Zinssatz, bei dem der Barwert aller Einzahlungen gleich ist dem Barwert aller Auszahlungen. Weil dabei die Betonung auf der Zahlungsreihe liegt, also auf Geldbeträgen, wird die so verstandene Rendite auch als *Dollar-Weighted-Return* bezeichnet. Internal Rate of Return (IRR) und Dollar-Weighted-Return bezeichnen dasselbe.

Eine Alternative zu dieser Definition ist der *Time-Weighted-Return*. Um diesen Renditebegriff zu erläutern, beginnen wir mit einem Spezialfall: Die Rendite (IRR) eines Vermögens in einem mehrperiodigem Zeitabschnitt, bei dem es nur eine anfängliche Einzahlung (oder: Marktwert zu Beginn) und eine abschliessende Auszahlung (oder: Marktwert zu Ende des Zeitabschnitts) gibt, aber keine Zahlungen zwischendurch. Die Rendite (IRR) für diesen gesamten Zeitabschnitt ist gleich dem geometrischen Mittel der Renditen (IRR) der einzelnen Perioden. Die so verstandene Rendite wird also berechnet, indem man zunächst Renditen für die einzelnen Perioden ermittelt und anschliessend das geometrische Mittel der Periodenrenditen berechnet.

Diese Berechnungsweise führt auf eine Rendite, die als Time-Weighted-Return bezeichnet wird. Wie gesagt stimmen Dollar-Weighted-Return und Time-Weighted-Return überein, wenn es zwischenzeitlich keine Entnahmen oder Zuzahlungen gibt.

Die Berechnungsvorschrift zur Gewinnung des Time-Weighted Return

"ermittle zunächst Renditen für die einzelnen Perioden und berechne anschliessend das geometrische Mittel der Periodenrenditen"

lässt sich jedoch verallgemeinern und auf Situationen übertragen, bei dem ein Investor zwischenzeitlich Entnahmen tätigt oder Zuzahlungen leistet. Dann führen Dollar-Weighted Return und Time-Weighted Return im allgemeinen auf verschiedene Werte.

Das folgende Beispiel wurde mit geringen Variationen SHARPE/ALEXANDER (1990) [2] entnommen: Ein Investor legt zu Jahresbeginn 100 an; zahlt zwölf Monate später weitere 5 hinzu und hat am Ende zweier Jahre 110 [Tausend Franken]. Für die auf Jahresbasis bezogene Rendite y (IRR) gilt

$$100 + \frac{5}{1+y} = \frac{110}{(1+y)^2}$$

woraus als Dollar-Weighted-Return $y = 2{,}41\ \%$ folgt.

Wenn man, um das Beispiel fortzuführen, nun die zusätzliche Information erhält, dass das Portefeuille am Ende des ersten Jahres, kurz vor der Hinzuzahlung der 5 [Tausend Franken], einen Marktwert von 97 [Tausend Franken] hatte, ist es möglich, die Time-Weighted Return zu berechnen. Denn die erste Jahresrendite betrug

$$r_1 = (97 - 100)/100 = -3\ \%;$$

die zweite Jahresrendite betrug

$$r_2 = (110 - 102)/102 = 7{,}84\ \%;$$

das geometrische Mittel beider Periodenrenditen ist demnach durch

$$(1+r)^2 = (1-0{,}03)(1+0{,}0784)$$

gegeben, woraus als Time-Weighted-Rendite r = 4,6 % folgt.

Da die Renditen der einzelnen Perioden sich oft aus der Marktentwicklung ergeben (ohne Zutun des Investors, ohne Entnahmen oder Einlagen), kann man statt vom Time-Weighted-Return auch von der Marktrendite sprechen. Die Marktrendite steht im Unterschied zur Rendite der individuellen Vermögensanlage. *Insofern misst die Time-Weighted-Rendite die Marktentwicklung ganz generell, während die Dollar-Weighted-Rendite auch noch das Zutun den Investors miterfasst:* die Auswahl von Wertschriften mit Ausschüttungen, Entnahmen durch Verkäufe, zusätzliche Einlagen. Kurz: die Time-Weighted-Rendite beschreibt den Markt allein, die Dollar-Weighted-Rendite beschreibt den Markt plus das vom Investor vorgenommene *Timing.*

Natürlich könnte es nützlich sein, beide Renditen (Dollar-Weighted-Return und Time-Weighted-Return) zu ermitteln, eben gerade dann, wenn man die Wirkung des Timings (der zwischenzeitlichen Zahlungen) aufzeigen will. Genau das haben wir gemacht: y(0) bezeichnete oben in den Tabellen 1 und 2 den Time-Weighted Return, die als Benchmark diente; y(e) war der Dollar-Weighted Return einer Vermögensanlage mit Entnahmen in Höhe von e [Tausend Franken].

4. Ein Vergleich mit dem Coupon-Rendite-Effekt

Offensichtlich ist der für ein Aktienportefeuille aufgezeigte Entnahme-Rendite-Effekt stark verwandt mit dem Coupon-Rendite-Effekt, der bei festverzinslichen Wertschriften auftritt [3]. Um ihn kurz in Erinnerung zu rufen: In einem Kapitalmarktgleichgewicht können Obligationen mit unterschiedlichem Coupon unterschiedliche Renditen (Dollar-Weighted-Returns) haben.

Zunächst: Genau dann, wenn sich der Kapitalmarkt in einem Gleichgewicht befindet (es gibt keine Arbitrage mehr, die ein Free Lunch erlaubt), existiert eine Zinsstruktur so, dass für jede Obligation ihr augenblicklicher Kurs übereinstimmt mit dem Barwert aller Rückflüsse an den Inhaber (Couponzahlungen und Tilgung).

Die Zinsstruktur ist eine Sequenz von Zinssätzen $r_1, r_2, \ldots, r_n$, wobei r_t den für das Jahr t (oder die Periode t) gültigen Zinssatz bezeichnet. Um die Analogie zwischen dem Entnahme-Rendite-Effekt und dem Coupon-Rendite-Effekt deutlicher herauszuarbeiten, drücken wir die Zinsstruktur als Sequenz der Forward-Zinssätze, nicht als Sequenz der Spot-Zinssätze aus. Die *Spotzinssätze* beschreiben die Verzinsung für Kapital, das von heute an bis zum Ende des Jahres t gebunden wird; die *Forward-Zinssätze* r_t beschreiben die Verzinsung, die jemand erhält, der heute vereinbart, zu Beginn des Jahres t Geld anzulegen und während des Jahres t zu binden.

Ist K(c) der heutige Kurs einer Obligation mit jährlichem Coupon c und N der Tilgungsbetrag zum Fälligkeitszeitpunkt n, dann liegt mithin ein Kapitalmarktgleichgewicht genau dann vor, wenn

$$K(c) = \frac{c}{(1+r_1)} + \frac{c}{(1+r_1)(1+r_2)} + \ldots + \frac{c}{(1+r_1)(1+r_2)\ldots(1+r_{n-1})} + \frac{c+N}{(1+r_1)(1+r_2)\ldots(1+r_{n-1})(1+r_n)} \tag{1}$$

für alle im Markt gehandelten Obligationen gilt. Die Zinssätze $r_1, r_2, \ldots, r_n$ sind also Marktgrössen, d.h. für alle Obligationen dieselben, und sie können lediglich mit der Periode t variieren. Das geometrische Mittel der Zinssätze $r_1, r_2, \ldots, r_n$ wäre der Time-Weighted Return des die Jahre t=1,2,...,n umspannenden Zeitraumes.

Die Rendite y(c) der Obligation mit Coupon c (Dollar-Weighted-Return) dagegen ist ein für diese Obligation spezifischer kalkulatorischer Zinssatz, der für alle Perioden als gleich angesehen wird, und bei dem die Barwerte aller Ein- und Auszahlungen sich ausgleichen:

$$K(c) = \frac{c}{1 + y^{(I)}} + \frac{c}{(1 + y^{(I)})^2} + \ldots + \frac{c}{(1 + y^{(I)})^{n-1}} + \frac{c}{(1 + y^{(I)})^n} \qquad (2)$$

Kennt man bei einer Wertschrift den heutigen Kurs, die späteren Couponzahlungen und die Tilgung, kann man bereits ihre Rendite ermitteln - ohne die Marktzinssätze kennen zu müssen. Insofern steht die Rendite einer Obligation in keinem direkten Zusammenhang zu Marktzinssätzen. Da in einem gleichgewichtigem Kapitalmarkt der heutige Kurs einer Obligation jedoch von den Zinssätzen abhängt, gibt es einen indirekten Zusammenhang zwischen der Rendite einer Obligation und den Markzinssätzen.

Wegen dieses indirekten Zusammenhangs darf die Rendite einer Obligation (Dollar-Weighted-Return) als ein Mittelwert der Zinssätze $r_1, r_2, \ldots, r_n$ aufgefasst werden, der allerdings nicht in expliziter Weise berechenbar ist. Bei dieser Interpretation der Rendite ist jedoch zu beachten, dass die Rendite nicht ein Mittelwert der Zinssätze allein ist, denn sie hängt wesentlich von den Zahlungshöhen ab. Anders die Marktrendite (Time-Weighted-Return), denn sie ist das leicht berechenbare geometrische Mittel der Perioden-Zinssätze, hängt also nur von diesen ab.

Die Richtung und das Ausmass des Coupon-Rendite-Effektes hängt nun von der Zinsstruktur ab, also von der Sequenz der Perioden-Zinssätze $r_1, r_2, \ldots, r_n$. Drei bekannte Resultate lauten:

- Bei einer *normalen* Zinsstruktur, d.h., $r_1 < r_2 < \ldots < r_n$, ist die Rendite einer Obligation umso geringer, je grösser deren Coupon ist. Die grösste Rendite hat der Zero-Bond.
- Bei einer *inversen* Zinsstruktur, d.h., $r_1 > r_2 > \ldots > r_n$, ist die Rendite einer Obligation umso höher, je grösser ihr Coupon ist. Der Zero-Bond hat dann die kleinste Rendite.
- Bei einer *flachen* Zinsstruktur, d.h., $r_1 = r_2 = \ldots = r_n$, ist die Rendite der Obligation unabhängig von ihrem Coupon; und die Renditen aller Obligationen stimmen mit dem uniformen Zinssatz überein.

Ein generelles Theorem über die Richtung des Coupon-Rendite-Effektes hat KHANG (1975) bewiesen:

Man unterstelle einen Kapitalmarkt, der sich im Gleichgewicht befinde, und in dem mehrere Obligationen gehandelt werden, so dass die Zinsstruktur eindeutig festgelegt ist. Dann berechne man erstens die Rendite y(c) irgendeiner Obligation mit positivem Coupon $c > 0$ (Dollar-Weighted-Return) und Restlaufzeit n (vgl. Formel (2)) und zweitens die Marktrendite (Time-Weighted-Return)

$$y(0) = \sqrt{(1 + r_1)(1 + r_2) \ldots (1 + r_n)} - 1 \qquad (3)$$

Dann gilt:

- Wenn y(c) grösser als y(0) ist, dann haben Obligationen eine umso grössere Rendite, je höher ihr Coupon ist. Geringere Coupons bedeuten niedrigere Renditen.
- Im Fall $y(c) < y(0)$ bewirken höhere Coupons geringere Renditen, und geringere Coupons höhere Renditen.

KHANG (1975) kommt also zu einer Aussage, ohne monoton steigende oder monoton fallende Zinssätze vorauszusetzen. Deshalb ist sein Resultat gut für die Abschätzung auch des Entnahme-Rendite-Effekts geeignet, und es ist ohne Einschränkung auf diesen übertragbar. Man muss lediglich von periodisch wiederkehrenden Entnahmen in gleicher Höhe ("Coupon") ausgehen. Dann aber kann für eine Beurteilung im Nachhinein, wenn also die realisierten Marktrenditen der vergangenen Perioden bekannt sind, schnell festgestellt werden, ob Entnahmen die Rendite erhöht oder verringert hätten. Man berechnet lediglich die Rendite (Dollar-Weighted Return) für eine einzige, beliebig gewählte Entnahmepolitik, etwa y(1) für periodische Entnahmen von 1 [Tausend Franken], und vergleicht sie mit der Marktrendite (Time-Weighted Return) y(0). Die obige Fallunterscheidung sagt dann, in welcher Richtung Entnahmen in jeder anderen Höhe die Rendite verändert hätten.

Allerdings gibt es einen wesentlichen Unterschied zwischen dem Coupon-Rendite-Effekt bei Obligationen und dem Entnahme-Rendite-Effekt bei Aktien oder bei Portefeuilles aus Aktien: Richtung und Ausmass des Coupon-Rendite-Effektes stehen am Kauftag der Obligation exakt fest, da dann die Zinsstruktur festliegt. Bei Aktien oder Aktienportefeuilles kommt es jedoch, wenn man nicht gerade eine Nachrechnung für einen abgelaufenen Zeitabschnitt durchführt, vor allem auf die zukünftige Börsenentwicklung an, die zum Kauftag natürlich *unsicher* ist.

Denn wie festgestellt, könnte der Entnahme-Rendite-Effekt positiv oder negativ ausfallen. Für Entscheidungen über die Gewichtung des Aktienanteils im Portefeuille ist deshalb eine Aussage wichtig, wie sich Entnahmen wohl *vermutlich* auf die Rendite auswirken werden. Gefragt ist also, wie der Erwartungswert der Rendite einer Vermögensanlage in Aktien und wie sich ihre mutmasslichen Schwankungen (Standardabweichung der Rendite) verändern, wenn das Portefeuille mit einem Entnahmeplan geführt wird.

5. Eine Simulation des Entnahme-Rendite-Effektes

Die bisherigen Betrachtungen sollten Dreierlei gezeigt haben: 1. Die im nachhinein vorgenommene Beurteilung einer Vermögensanlage anhand ihrer Rendite hängt von Entnahmen ab (die vermutlich auf Entscheidungen und Wünsche des Anlegers zurückgehen und eher weniger vom Vermögensverwalter zu vertreten sind). 2. Die Richtung und das Ausmass des Entnahme-Rendite-Effektes sind durch die historische Börsenentwicklung bestimmt. 3. Eine Abschätzung kann mit Hilfe der KHANG'schen Fallunterscheidung vorgenommen werden.

Für einen Investor, der sein Vermögen anlegen möchte, aber auch von Entnahmen leben muss, stellt sich jedoch die Frage, wie er die *zukünftige* Wirkung der geplanten Entnahmen beurteilen soll. Um diese Frage anzugehen, wenden wir eine Simulation an. Alle denkbaren Entwicklungspfade des Wertes einer Vermögensanlage werden berechnet. Die Rendite (Dollar-Weighted-Return) eines jeden Pfades wird ermittelt, und anschliessend wird über alle Pfade der Mittelwert und die Standardabweichung der Rendite berechnet. Diese vollständige Simulation wird sodann für verschiedene Entnahmepolitiken durchgeführt.

Als Zeitraum wählen wir acht kommende Jahre, aufgeteilt in vier Zweijahres-Perioden: Wir betrachten einen Anleger, der von seiner Bank 100 [Tausend Franken] in ein Aktienportefeuillle anlegen lässt und vier Perioden später von ihr Rechenschaft verlangt. Genauer: Der Anleger wird von seiner Bank erwarten, dass sie dann nach Ablauf dieser Zeitspanne die Rendite mitteilt, die unter Berücksichtigung eines Entnahmeplans für den Anleger erzielt wurde.

Welche Wertentwicklungen werden in der Simulation für eine Zweijahresperiode als möglich unterstellt? Aus den Tabellen 1 und 2 geht hervor, dass in den sieben, seit Ende 1976 abgelaufenen Zweijahres-Perioden der SBV-Index Renditen von

-16.0%,-7.1%,-6.6%,1.4%,11.1%, 26.8%,64.5%

aufwies (in wertmässig aufsteigender, nicht in zeitlicher Reihenfolge wiedergegeben). Betrachtet man diese historischen Renditen als alle möglichen Realisationen der Zufallsgrösse, welche die zukünftige Perioden-Rendite beschreibt, so hätte diese den Erwartungswert 10,56 % und die Standardabweichung 23,65 %.

In Anlehnung an diese Werte wird für die Simulation angenommen, das Vermögen könne sich in jeder Zweijahres-Periode entweder um -13% oder um +34% verändern; beide Möglichkeiten seien gleich wahrscheinlich. Wir wählen also für die Einzelperiode eine dichotom verteilte Rendite mit dem Erwartungswert 10,5 % und der Standardabweichung 23,5 %.

Über die vier Perioden hinweg gesehen gibt es demnach $2^4 = 16$ verschiedene Pfade. Zwischen den Perioden sollen die Renditen stochastisch unabhängig sein (eine mit der Informationseffizienz konforme Annahme). Jeder Pfad ist demnach gleich wahrscheinlich. In Tabelle 3 bezeichnet beispielsweise + + - + (vgl. die dritte Zeile) den Pfad, bei dem das Vermögen während der ersten zwei Perioden um jeweils +34 % zunimmt, in der dritten sich um -13 % verringert, und in der vierten Zweijahres-Periode noch einmal um +34 % zunimmt.

Tabelle 3 gibt für jeden der 16 möglichen Pfade den nach acht Jahren vorhandenen Endwert eines Vermögens an, das bei 100 [Tausend Franken] begann. Die Rechnung wurde ausgeführt für drei Entnahmepolitiken:

- V(0): es wird nichts entnommen;
- V(8): sowohl nach 2, 4, 6 und nach 8 Jahren werden jeweils 8 [Tausend Franken] entnommen;
- V(16): ganz analog mit einer Entnahme von 16 [Tausend Franken] nach Ablauf einer jeden der vier Zweijahres-Perioden.

Ausserdem gibt Tabelle 3 für jeden der 16 Pfade und jede Entnahmepolitik e = 0, 8, 16 die erzielte Rendite y(e) an.

In den beiden linken Spalten von Tabelle 3 finden sich einige Zahlen mehrfach. Das muss so sein: Was die Politik nichts zu entnehmen betrifft, so sind die Höhe des Endvermögens V(0) und folglich die Rendite y(0) zwar davon abhängig, wie oft gute und wie oft schlechte Börsenperioden auftraten, aber davon unabhängig, wann das jeweils war und in welcher Sequenz gute und schlechte Perioden aufeinander folgten.

Ausserdem zeigt Tabelle 3, dass in einem Spezialfall die Entnahmen keine Wirkung auf die Rendite haben, nämlich wenn die Börsenentwicklung in allen Perioden des betrachteten Zeitabschnitts gleich wäre. Aufgrund der vorangegangenen Diskussion des Coupon-Rendite-Effekts darf das nicht verwundern. In der Simulation liegt dieser Spezialfall

Tabelle 3: Endvermögenswerte und erzielte Renditen für verschiedene Entnahmepolitiken bei allen in der Simulation möglichen Marktentwicklungen.

Pfad	V(0)	y(0)	V(8)	y(8)	V(16)	y(16)
+ + + +	322,418	34,00%	270,084	34,00%	217,751	34,00%
+ + + -	209,331	20,28%	172,547	21,27%	135,763	22,43%
+ + - +	209,331	20,28%	168,787	20,69%	128,243	21,17%
+ + - -	135,909	7,97%	106,780	9.47%	77,651	11,27%
+ - + +	209,331	20,28%	163,749	19,89%	118,167	19,41%
+ - + -	135,909	7,97%	103,509	8,77%	71,108	9,75%
+ - - +	135,909	7,97%	99,749	7,94%	63,588	7,91%
+ - -	88,239	-3,08%	61,956	-1,77%	35,673	-0,11%
- + + +	209,331	20,28%	156,997	18,80%	104,664	16,91%
- + + -	135,909	7,97%	99,125	7,81%	62,341	7,59%
- + - +	135,909	7,97%	95,365	6,96%	54,821	5,61%
- + - -	88,239	-3,08%	59,110	-2,64%	29,981	-2,05%
- - + +	135,909	7,97%	90,327	5,78%	44,745	2,74%
- - + -	88,239	-3,08%	55,839	-3,67%	23,439	-4,47%
- - +	88,239	-3,08%	52,079	-4,90%	15,919	-7,56%
- - - -	57,290	-13,00%	31,007	-13,00%	4,723	-13,00%

Legende:

V(0)	Wert des Vermögens ohne Entnahmen.
V(8); V(16)	Wert des Vermögens bei Entnahmen von 8; 16.
y(.)	Renditen

bei den Pfaden + + + + und - - - - vor. Für sie ist die Rendite 34 bzw. -13 Prozent unabhängig von Entnahmen.
Nun weiss der Investor vorweg nicht, welcher Pfad eintreten wird: Die zukünftige Rendite ist eine Zufallsvariable Y (zur Verdeutlichung verwenden wir Grossbuchstaben). Ex ante kann man aber den Erwartungswert und die Standardabweichung dieser Rendite Y ermitteln. Die Ergebnisse (Tabelle 4) zeigen: Entnahmen verringern zu erwartende Rendite und vergrössern deren Standardabweichung.

Tabelle 4: Wirkung der Entnahmen auf die Rendite.

	Y(0)	Y(8)	Y(16)
Erwartungswert μ	8,60%	8,46%	8,22%
Volatilität σ	11,74%	11,80%	12,04%

Ist dieses Ergebnis intuitiv nachvollziehbar? Leichter einzusehen ist die Feststellung, dass die Varianz σ^2 oder die Standardabweichung σ der Rendite Y durch Entnahmen vergrössert wird. Denn ohne Entnahmen haben die wahrscheinlichsten Börsenentwicklungen (es gibt einige gute, einige schlechte Jahre - auf die Sequenz kommt es dabei nicht an) alle dieselbe Gesamtrendite. Mit Entnahmen haben sie jedoch unterschiedliche Renditen, weil es bei Entnahmen darauf ankommt, in welcher Sequenz gute und schlechte Jahre aufeinanderfolgen. Also streuen die Renditen um so stärker, je grösser die Entnahmen sind.
Eher überraschend ist der Effekt, dass Entnahmen den Erwartungswert μ der Rendite verringern. Doch ist auch dieses Ergebnis intuitiv einzusehen (wenn man berücksichtigt, dass der Coupon-Rendite-Effekt nicht-linear ist). Denn zuvor hatten wir gezeigt, dass der Entnahme-Rendite-Effekt positiv und negativ sein kann (Entnahmen erhöhen die Rendite besonders dann, wenn auf gute Börsenjahre schlechte folgen; Entnahmen verringern die Rendite, besonders dann, wenn auf schlechte Börsenjahre gute folgen). Jedoch ist der positive Effekt betragsmässig nicht so stark ausgeprägt wie der negative (ohne Beweis). Zu erwarten ist daher ein leichter Rückgang der Rendite.
Insgesamt zeigt das Ergebnis von Tabelle 4: *Für jemanden, der von Kapitalerträgen leben muss, ist die Anlage in Aktien weniger rentabel und risikoreicher, als es die üblicherweise publizierten Performanceberichte vermuten lassen.*
Ein letzter Kommentar scheint angebracht, wenn man die in Tabelle 4 gemachte Angabe $\mu(0) = 8{,}60$ % für den Erwartungswert der ohne Entnahmen erzielbaren Rendite Y(0) vergleicht mit den ursprünglichen Simulationsdaten, wo davon ausgegangen worden war, dass sich das Vermögen in einer Periode um entweder -13 % oder um +34 % verändern konnte, was einem Erwartungswert von 10,5 % entsprach. Wie erklärt sich der Unterschied zwischen den 8,6 % und den 10,5 %? Die Antwort liegt in der Ungleichung von JENSEN. Sie vergleicht den mit einer konkaven Funktion f transformierten Erwartungswert E[X] einer Zufallsvariablen X mit dem Erwartungswert der transformierten Zufallsvariablen f(X) und besagt: $f(E[X]) \geq E[f(X)]$.
Ganz ähnlich wird hier die Rendite eines Erwartungswertes verglichen mit dem Erwartungswert der Renditen:

- Die 10,5 % sind die Rendite des erwarteten Endvermögens, denn (man vgl. Tabelle 3), $E[V(0)] = (322{,}418+...+57{,}290)/16 = 149{,}090$ und es gilt $149{,}090 / 100 = (1+0{,}105)^4$.
- Die in Tabelle 4 angegebenen 8,60 % sind dagegen der Erwartungswert der möglichen Renditen.

Wenn man bedenkt, dass die Renditeberechnung als konvexe Funktion aufgefasst werden kann, besagt die JENSENsche Ungleichung gerade, dass die Rendite des erwarteten Endvermögens (nämlich 10,5 %) grösser (oder gleich) ist als der Erwartungswert der möglichen Renditen (nämlich 8,6 %).

6. Life-Time-Asset-Allocation

Wir betrachten nun Investoren, die ihre Asset-Allocation, also die individuelle Gewichtung von Obligationen und von Aktien, für einen Zeitraum von beispielsweise 8 Jahren festlegen wollen. Die betrachteten Investoren unterscheiden sich natürlich durch persönliche Charakteristika. Dazu gehören

- der anzulegende Betrag b,
- die persönliche Risikoaversion a,
- und der Aspekt, ob und in welcher Höhe zwischenzeitlich Entnahmen e für den Lebensunterhalt benötigt werden.

Ausserdem sind

- der Zinssatz i
- und die Rendite Y (Zufallsvariable) eines (gut diversifizierten) Aktienportefeuilles

als weitere Daten für die Asset Allocation wichtig. Die Rendite Y soll sich dabei auf den Zeitraum beziehen, für den die Asset Allocation getroffen wird. In unserem Fall sind das acht Jahre.

Die auf die Zeitspanne von acht Jahren bezogene Rendite Y hängt jedoch von den Entnahmen ab, die ein Investor zwischenzeitlich, etwa nach 2, 4, und 6 Jahren, vor hat.

Vielleicht stimmen alle Anleger darin überein, welche Verteilungsparameter E[R] und Var[R] sie der Rendite R einer Aktienanlage für eine Zweijahres-Periode zugrundelegen. Die Annahme homogener Erwartungen kann also durchaus erfüllt sein. Jeder einzelne Anleger muss aus diesen "Marktgrössen" E[R] und Var[R] nun die auf acht Jahre bezogene Rendite Y(e) ermitteln, wobei es auf die Entnahmen e ankommt.

Der Punkt:

- Obwohl die Periodenrendite R für alle Investoren dieselbe ist (homogene Erwartungen), erweist sich die auf die Zeitspanne mehrerer Perioden bezogene Rendite Y(e) als etwas Individuelles, weil sie von den Entnahmen e abhängt.
- Relevant für die Asset-Allocation ist aber nicht die (für alle gleiche) Periodenrendite R, sondern die individuelle Rendite Y(e), weil sie sich auf den Zeitraum bezieht, für den die Asset-Allocation vorgenommen wird.

Die zuvor durchgeführte Simulation zeigte, dass für eine Person, die Entnahmen plant, die Rendite Y(e) eine grössere Streuung und einen kleineren Erwartungswert aufweist (Tabelle 4). Das hat zwei Konsequenzen:

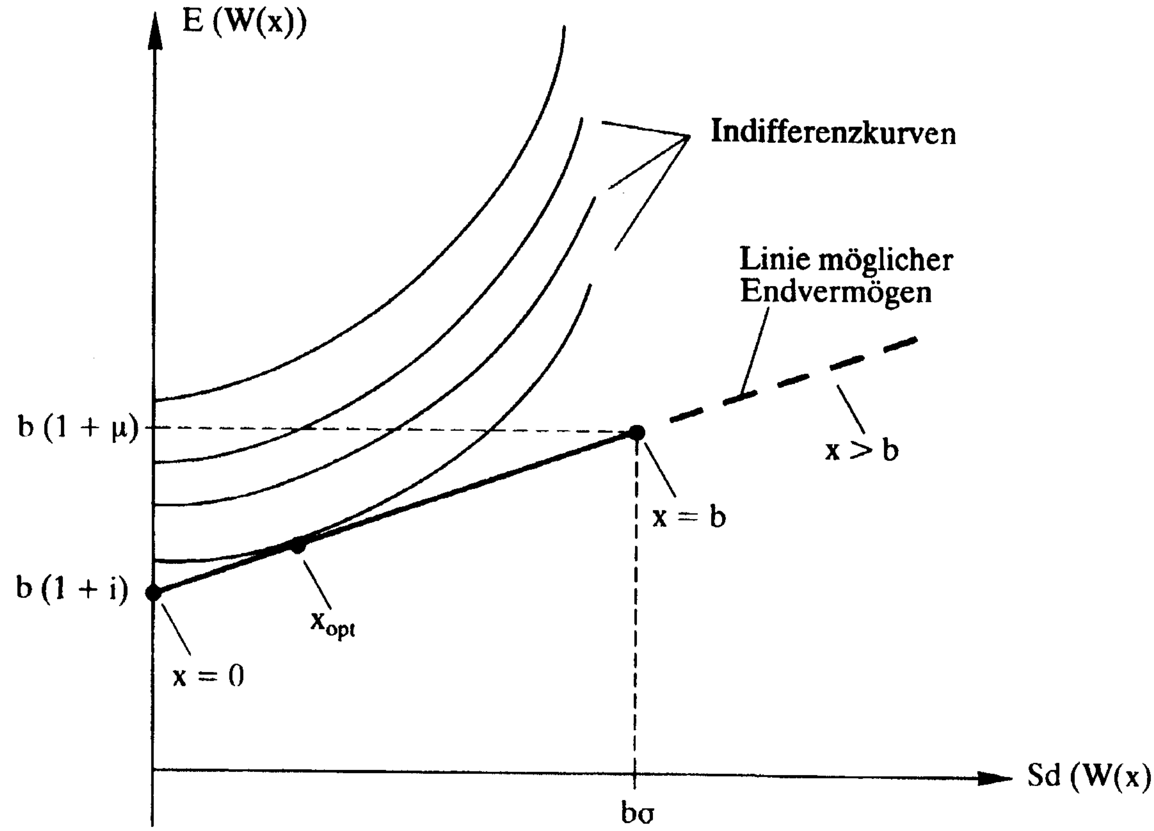
- das sogenannte Marktportefeuille ist nicht unbedingt auch für jene Investoren optimal zusammengesetzt, die Entnahmen planen;
- die Capital-Market-Line (CML) verläuft für Investoren, die Entnahmen planen, flacher; d.h. sie werden die Anteile von Obligationen und Geldmarktinstrumenten stärker gewichten, der Anteil des (etwas anders strukturierten) Aktienportefeuilles wird geringer.

Die zweitgenannte Konsequenz soll noch näher ausgeführt werden.

Bekanntlich ist die Capital Market Line (CML) eine Gerade im sogenannten μ-σ-Diagramm (siehe Abbildung 1); als erste Dimension (x-Achse) wird die Standardabweichung σ der Rendite eines Portefeuilles und als zweite Dimension (y-Achse) der Erwartungswert μ der Rendite des Portefeuilles abgetragen. Die CML verbindet die im μ-σ-Diagramm positionierte risikofreie Anlage (Zinssatz i) mit der durch die Parameter σ_M, μ_M gegebenen Rendite Y_M eines gut diversifizierten Aktien-Portefeuillles, des Marktportefeuilles M. Die CML dient dazu, die für einen Investor optimale Asset-Allocation zu finden, also die individuelle Gewichtung der risikofreien Anlage und des Marktportefeuilles. Als Optimalitätsbedingung wird dazu geprüft, wo die anhand der individuellen Risikoaversion gebildeten Indifferenzkurven des Investors die CML berühren, wie aus Abbildung 1 ersichtlich ist.

Weil für einen entnehmenden Investor die Standardabweichung der Gesamtrendite grösser und der Erwartungswert kleiner ist, verläuft die CML für ihn flacher, als für einen Investor, der nichts entnimmt. Deshalb ist für den entnehmenden Investor eine andere Asset-Allocation optimal: Die Anteile von Obligationen und Geldmarktinstrumenten sind stärker zu gewichten, der Anteil des Marktportefeuilles wird geringer.

Abbildung 1: Die Bestimmung der optimalen Asset Allocation.



Legende:

E(.)	Erwarteter Ertrag
Sd(.)	Standardabweichung
i	risikofreier Zinssatz
μ	Erwartungswert der Portefeuille-Rendite
σ	Standardabweichung der Portefeuille-Rendite
b	anzulegender Betrag
x	in risikoreiche Anlagen investierter Betrag

Man beachte, dass die individuelle Risikoaversion für diese Umgewichtung keine Rolle spielt, sondern allein die Tatsache, dass die gewünschte Entnahmepolitik von Anleger zu Anleger verschieden sein kann. Intuitiv gehen Anlageberater so vor und raten jenen Anlegern zu einer stärkeren Gewichtung von Obligationen im individuellen Portefeuille. Als Hintergrund für derartige Empfehlungen führen sie allgemein vorsichtiges Verhalten an. Hier konnte eine formale Begründung gegeben werden: Wer von Kapitalerträgen leben muss, soll risikofreie Anlageinstrumente stärker gewichten - nicht weil dieser Anlegertyp stärker risikoavers wäre, sondern weil für ihn die Rendite eines (gut diversifizierten) Portefeuillles einen geringeren Erwartungswert und eine grössere Volatilität hat.
Diese Verschiebung der optimalen Asset-Allocation kann man nicht nur graphisch mit der CML veranschaulichen, sondern auch zahlenmässig berechnen.
Für die Berechnung genügt schon ein einfaches Modell der Portfolioselektion. Ohne die Modellan-

nahmen zu wiederholen, seien nur die hier benötigten Bezeichnungen eingeführt: Der Investor ist durch den Betrag b, den er anzulegen gedenkt, und durch seine Risikoaversion a charakterisiert. Er möchte herausfinden, welchen *Betrag* x er risikobehaftet in einem Aktienportefeuille (Rendite Y mit Erwartungswert μ und Standardabweichung σ) anlegen sollte; der Rest b-x wird risikofrei zum Zinssatz i gebunden. Die Entscheidungsvariable x beschreibt die Asset Allocation. Das optimale x ist gegeben durch [4]

$$x = \frac{\mu - i}{a\sigma^2} \tag{4}$$

Mit dieser Formel soll nun die Frage beantwortet werden, welche Auswirkungen die Entnahmepolitik auf die Asset-Allocation zahlenmässig hat. Tabelle 4 liefert die benötigten Werte von μ und σ; jedoch müsste man nun noch die Risikoaversion a des Investors und den Zinssatz i kennen. Hier helfen wir uns mit einem Trick weiter.

Das Entscheidungsverhalten zahlreicher privater Anleger wurde empirisch untersucht. Dabei zeigte sich, dass die Risikoaversion a bei den meisten Menschen in der Grössenordnung 1/b ist. Mit der Gleichsetzung a = 1/b kann (4) umformuliert werden in

$$\frac{x}{b} = \frac{\mu - i}{\sigma^2} \tag{5}$$

wobei x/b der *Anteil* des Vermögens ist, welcher risikobehaftet angelegt werden sollte.

Um nun noch die explizite Bestimmung des Zinssatzes i zu vermeiden, betrachten wir einen ersten Anleger A, der nichts entnimmt (die für ihn relevante Rendite Y(0) hat also den Erwartungswert μ = 8,60 % und die Standardabweichung σ = 11,74 %, vgl. Tabelle 4) und der findet, eine fifty-fifty-Mischung von Obligationen und Aktien sei für ihn das Beste (das ist unsere Annahme). Mit diesen Angaben ist i implizit festgelegt, nämlich

i = 7,91 %,

bezogen auf die hier stets verwendete Basis von zwei Jahren.

Ein zweiter Anleger B, der sich von diesem nur dadurch unterscheidet, dass er alle zwei Jahre 8 % des ursprünglichen Kapitals entnehmen möchte, aber sonst dieselbe Risikoeinstellung hat, sollte dann nur noch 39 % in Aktien anlegen; denn

$$(0{,}0846 - 0{,}0791) / (0{,}118)^2 = 0{,}395$$

Ein dritter Anleger C, der sich schliesslich nur dadurch unterscheidet, dass er alle zwei Jahre 16 % des ursprünglichen Kapitals entnehmen möchte, sollte nur noch 21 % in Aktien anlegen; denn

$$(0{,}0822 - 0{,}0791) / (0{,}1204)^2 = 0{,}214$$

Diese Rechnungen zeigen, dass der Entnahme-Rendite-Effekt erhebliche Wirkungen auf die individuell optimale Asset Allocation hat.

Zum Schluss: Ganz analog können Ansparvorgänge untersucht werden. Unterstellt man wiederum realitätsnahe Börsenentwicklungen, bewirken Ansparvorgänge eine Erhöhung der erwarteten Rendite bei gleichzeitiger Erhöhung deren Volatilität. Wer alle zwei Jahre 20 [Tausend Franken] anlegt, hätte in dem oben simuliertem Kapitalmarktgeschehen eine Rendite Y mit

Erwartungswert μ = 8,92% und
Standardabweichung σ = 12,73%.

Trotz der höheren Volatilität sollte jemand, der ansparen kann oder will, vermehrt auf Aktien setzen, weil auch die zu erwartende Rendite durch den Ansparvorgang grösser wird. Betrachten wir wieder den Anleger A, der ohne Entnahmen eine fifty-fifty Asset-Allocation zwischen Obligationen und Aktien für sich gut findet. Plant diese Person den Aufbau eines Vermögens mit den eben genannten Einzahlungen, sollte sie

x/b = 62%

in Aktien anlegen, 38% in Obligationen und Geldmarktinstrumenten, wie Formel (5) zeigt.
Um deshalb mit einer *praktischen Empfehlung* zu schliessen, wenden wir uns einem Vierzigjährigen zu, der zwar über kein nennenswertes Vermögen verfügt, aber ein gutes und sicheres Einkommen bezieht. Er möchte ansparen, um dann vielleicht als Sechzigjähriger über eine zusätzliche Rente verfügen zu können. Aufgrund der Effekte, die Einlagen und Entnahmen auf die Rendite haben, würde man ihm vorschlagen, anfangs Aktien zu betonen, im Alter von 55 jedoch, *di volta in volta*, umzuschichten, um schliesslich überwiegend Obligationen zu halten.

7. Zusammenfassung

Die Rendite, die ein Anleger erzielt, hängt nicht nur von der Marktentwicklung ab, sondern auch von persönlichen Einlagen und Entnahmen, die er zwischenzeitlich tätigt. Besonders die Wirkung von Entnahmen auf die Rendite wird hier untersucht. Es zeigt sich, dass dieser Entnahme-Rendite-Effekt eine Grössenordnung erreicht, die eigentlich nicht mehr vernachlässigbar ist.
Im Rückblick auf einen abgelaufenen Zeitabschnitt kann der Entnahme-Rendite-Effekt positiv oder negativ ausfallen. Es kommt dabei auf die Sequenz an, in der gute und schwache Börsenjahre in dem Zeitabschnitt aufeinander folgen. Eine Abschätzung des Entnahme-Rendite-Effektes erlaubt ein Resultat von KHANG (1975), welches für den von Obligationen bekannten Coupon-Rendite-Effekt hergeleitet wurde.
Was die zukünftigen, also unsicheren Renditen betrifft, so zeigt eine Simulation, dass für einen Investor, der periodisch wiederkehrende Entnahmen plant, der Erwartungswert seiner Rendite geringer und die Standardabweichung seiner Rendite grösser ist, als für nicht entnehmende Investoren. Folglich wird ein Anleger, der Entnahmen plant, in seinem Portefeuille Obligationen stärker als Aktien gewichten - nicht weil er risikoaverser wäre, sondern weil für ihn die Aktienrendite andere Verteilungsparameter aufweist.

Fussnoten

[1] Vgl. SHARPE/ALEXANDER (1990), pp.733-736; ZIMMERMANN (1992), pp.100-101.
[2] Vgl. SHARPE/ALEXANDER (1990), p. 735.
[3] Vgl. SCHAEFER (1977).
[4] Vgl. SPREMANN (1991), pp. 447-449.

Literatur

KHANG, C. (1975): "Expectations, Prices, Coupons and Yield", Journal of Finance 30, pp.1137-1140.
SCHAEFER, S.M. (1977): "The Problem with Redemption Yields", Financial Analysts Journal, July/August, pp. 59-67.
SHARPE, W.F., und G. J. ALEXANDER (1990): "Investments", 4th ed., Prentice-Hall.
SPREMANN, K. (1991): "Investition und Finanzierung", 4.Aufl., Oldenbourg-Verlag.
SPREMANN, K. (1989): "Konsistente Zins-Tableaus", Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung 41, pp. 919-943.
ZIMMERMANN, H. (1992): "Performance-Messung im Asset Management", in: K. SPREMANN und E. ZUR (Hrsg.): Controlling - Grundlagen, Informationssysteme, Anwendungen, Gabler-Verlag.