STEFAN JAEGER*

Aus der Praxis: Die Duration kündbarer Obligationen

Eine kündbare Obligation - ein Callable Bond - kann als Portfolio, bestehend aus einem Bullet Bond und einer von den Emittenten gekauften Calloption, betrachtet werden. Der Käufer der Obligation hat dem Emittenten das Recht des vorzeitigen Rückkaufs der Schuld verkauft, wobei der festgesetzte Rückkaufswert oft mit einem Agio (Rückkaufswert minus 100) versehen wird. Die eigentliche Entschädigung für dieses Rückkaufsrecht ist aber nicht das Agio, sondern ein tiefer liegender Marktpreis des Callable Bonds gegenüber einem im übrigen mit identischen Konditionen versehenen unkündbaren Bullet Bond. Der Rückkaufswert - Agio plus 100 - entspricht dem Ausübungspreis der Option; die Prämie, d.h. der Wert des Kündigungsrechtes, wird aber bereits heute im Kurs der Obligation reflektiert. Der am Markt beobachtete Preis des Callable Bonds entspricht dem Wert des Portfolios, also der Summe aus dem Wert der Bullet-Anleihe und dem nicht direkt beobachtbaren Wert des geschriebenen Calls. Für das Schreiben der Calloption auf dem Bullet Bond erhält der Käufer der Obligation eine Optionsprämie.

* Der Autor dankt Daniel Wydler, Zeno Staub, Heinz Zimmermann und Konrad Hummler für die kritische Durchsicht des Manuskriptes und die wertvollen Anregungen.

1. Die Duration bei bekannten zukünftigen Cash Flows

Die Duration ist eine Masszahl zur Erfassung der Zinsrisikosensitivität und basiert auf der Barwertbetrachtung. Die sogenannte Macaulay Duration, die in ihrer ursprünglichen Form sowohl von einer flachen Zinsstruktur als auch von parallelen Verschiebungen ausgeht, misst die durchschnittliche Bindungsdauer eines finanziellen Engagements und ist somit ein Mass für die Zinselastizität einer Anlage. Zum Zeitpunkt der Duration halten sich die Barwerte der bereits eingegangenen und der noch ausstehenden Zahlungsströme genau die Waage. Mathematisch ausgedrückt ist die Macaulay Duration als Quotient zwischen der Summe aller zeitgewichteten Cash-Flows und der Summe der ungewichteten Zahlungsströme definiert.

$$\textit{Macaulay Duration} \equiv D_{Mac}$$

$$= \frac{\dfrac{CF*t_1}{(1+Y)} + \ldots + \dfrac{CF*t_n}{(1+Y)^n}}{B} \qquad (1)$$

B: Preis der zinssensitiven Anlage (Barwert der zukünftigen Zinszahlungen sowie der Rückzahlung)

Y: Zinssatz (Yield to Maturity)

CF: Cash Flow

t_i: Subperioden der Restlaufzeit

Sind die Zahlungsströme der Obligation zeitlich eindeutig festgelegt - ist die Obligation also nicht mit einer Kündigungsoption versehen - kann die Zinssensitivität berechnet werden. Sind die in der Zukunft anfallenden Zahlungsströme aber ungewiss, d.h. ist die Obligation mit einer Kündigungsoption versehen, so wird die Berechnung der Duration zu einem schwierigeren Unterfangen. Ein möglicher Lösungsansatz, wie die Duration von Callable Bonds trotzdem berechnet werden kann, besteht in der bereits oben ausgeführten Trennung des Portfolios "Callable Bond" und der partiellen Durationanalyse des Bullet Bonds und der geschriebenen Calloption. In einem weiteren Schritt kann dank der Eigenschaft der Linearität der Duration die Gesamtduration des "Portfolios" bestimmt werden: Die Gesamtduration entspricht der Summe der mit ihren Anteilen gewichteten Einzeldurations aller Portfoliowerte.

2. Die Duration der Calloption

Es kann gezeigt werden, dass die Macaulay Duration über mathematische Umformungen in einen Semi-Elastizitätsansatz überführt werden kann [1]. Eine derartige Darstellung des Durationkonzepts ergibt eine leicht berechenbare Möglichkeit, die Zinsexposure von zinssensitiven Anlagen zu erfassen, auch wenn deren Cash-Flow-Strukturen ungewiss sind. Die auf diese Weise erhaltene Modified Macaulay Duration ist bei einer flachen Zinskurve identisch mit der sogenannten Effective Duration (2); diese bildet den Ausgangspunkt bei der weiteren Ermittlung der Duration der Calloption.

$$\textit{Effective Duration} \equiv D_{Eff} = -\frac{\frac{\partial B}{B}}{\partial r} \tag{2}$$

δB: Preisveränderung aufgrund einer Zinssatzänderung
δr: Zinsänderung

Ein direkter Zusammenhang zwischen der Macaulay Duration und dem Konzept der Effective Duration lässt sich für infinitesimal kleine Zinsveränderungen anhand von Formel (3) zeigen:

$$D_{Eff} = -\frac{\frac{\partial B}{B}}{\partial r} = \frac{D_{Mac}}{(1+r)} \tag{3}$$

Im weiteren lässt sich über einige mathematische Schritte ein Zusammenhang zwischen der Duration der Calloption und der Effective Duration des Bullet Bonds bestimmen. Um die Duration der Calloption zu berechnen, wird davon ausgegangen, dass die infinitesimale Veränderung des Callpreises bezüglich einer unendlich kleinen Zinsänderung in zwei "Teile" zerlegt werden kann:

$$\frac{\partial C}{\partial r} = \frac{\partial C}{\partial B} * \frac{\partial B}{\partial r} \tag{4}$$

C: Callpreis
δC: Preisveränderung des Calls
$\delta C/\delta B$: Delta (Δ_{Call}) der Calloption

Die Duration der Calloption beträgt:

$$D_{Eff}^{Call} = \frac{\frac{\partial C}{C}}{\partial r} \tag{5}$$

was zu

$$D_{Eff}^{Call} = \left(\frac{\partial C}{\partial B}\right) * \left(\frac{B}{C}\right) * \left(\frac{\frac{\partial B}{B}}{\partial r}\right) \tag{6}$$

überführt werden kann. Dabei entspricht

$$\Delta_{Call} = \frac{\partial C}{\partial B}$$

dem Optionsdelta und

$$D_{Eff}^{BB} = \frac{\frac{\partial B}{B}}{\partial r}$$

der Duration des Bullet Bonds. So folgt:

$$D_{Eff}^{Call} = \Delta_{Call} * \frac{B}{C} * D_{Eff}^{BB} \tag{7}$$

Die Duration der Calloption ergibt sich damit aus der Multiplikation der Duration des Bullet Bonds mit dem Optionsdelta und mit dem wertmässigen Verhältnis zwischen dem Bondpreis und dem Callpreis. Der relativ tiefe Callpreis im Vergleich zum Bondpreis lässt stets eine sehr grosse Duration der Calloption erwarten. Bei einem sinkenden Marktzinssatz steigt zwar der Preis der Calloption und somit würde die Duration der Calloption sinken. Gleichzeitig tendiert das Delta gegen 1, weil sich die Wahrscheinlichkeit einer vorzeitigen Ausübung der Calloption erhöht. Der Einfluss des Deltas ist stärker und eine sehr hohe Duration der Calloption ist die Folge. Für ein Ansteigen des Marktzinssatzes über den Coupon der Obligation gilt das Umgekehrte.

3. Die Duration des "Gesamtportfolios"

Die Duration des Callable Bonds entspricht der Summe der mit ihren Anteilen gewichteten Duration der Calloption und der auf die herkömmliche Art und Weise berechneten Duration des Bullet Bonds:

$$D_{Eff}^{CB} = \alpha * D_{Eff}^{BB} + \beta * D_{Eff}^{Call} \tag{8}$$

Für die Anteile in dem als Portfolio interpretierbaren Callable Bond gilt:

$$\alpha = \frac{B^{BB}}{B_{CB}} > 1 \qquad \textit{und}$$

$$\beta = \frac{-C}{B^{CB}} < 0 \tag{9}$$

B^{BB}: Marktwert des Bullet Bond
$B^{CB}=B^{BB}-C$: Marktwert des Callable Bond

Werden die Anteile (9) und die Duration der Calloption (7) in den Ausdruck (8) eingesetzt und mit $1/(1+r)$ multipliziert, so resultiert für die Macaulay Duration des Callable Bonds [2]

$$D_{Mac}^{CB} = \left(\frac{B^{BB}}{B^{CB}}\right) * D_{Mac}^{BB} + \left(\frac{-C}{B^{CB}}\right) * D_{Mac}^{Call} \tag{9a}$$

oder umformuliert:

$$D_{Mac}^{CB} = \left(1 + \frac{C}{B^{CB}}\right) * D_{Mac}^{BB} * (1 - \Delta_{Call}) \tag{10}$$

D_{Mac}^{CB}: Macaulay Duration des Callable Bonds
D_{Mac}^{BB}: Macaulay Duration des Bullet Bonds
B^{BB}: Preis des Bullet Bonds
B^{CB}: Preis des Callable Bonds
Δ_{Call}: Delta der Calloption

Die Plausibilität des auf diese Weise erhaltenen und vereinfachten Resultats kann auf einfache Weise durch Einsetzen von Extremwerten überprüft werden. Ist die Kündigung sehr wahrscheinlich (In-the-Money Calloption), nähert sich das Delta dem Wert 1, welcher aber erst bei Verfall der Option genau erreicht wird, und die Duration des Callable Bonds konvergiert folglich gegen den Wert 0. Ist hingegen die Option stark Out-of-the-Money und die Kündigung somit sehr unwahrscheinlich, d.h der Marktzinssatz entsprechend höher als die Couponverzinsung, ist es für den Schuldner unattraktiv, die Obligation zu kündigen. Der Grund liegt in einem gegenüber dem Marktpreis höheren Rückkaufskurs. Damit ist sowohl das Delta wie auch der Preis der Calloption nahe bei 0 und die Duration des Callable Bonds entspricht nahezu der Duration des Bullet Bonds.

4. Sensitivitätsanalyse am Beispiel einer kündbaren 5 3/8 % Anleihe

Die Entwicklung der Duration für Callable Bonds soll im folgenden anhand eines praxisnahen Beispiels untersucht werden. Ausgangspunkt bildet eine 5 3/8% Anleihe mit Verfall 6.6.1998 und einem möglichen Kündigungstermin am 6.6.1995 mit einem Rückzahlungskurs von 101 % und einem Kurs von 95.75% (Valuta 15.1.1993). Die Obligation weist eine Rendite von 6.321% auf Verfall und von 7.764% auf Kündigung auf. Wird von der möglichen Kündigung abstrahiert, so misst man beim zugrundeliegenden Bullet Bond eine Duration von 4.64 Jahren bei einem Marktzins von 7%. Der unter denselben Voraussetzungen berechnete Preis des Bullet Bonds beträgt 96.12%, der den beobachtbaren Preis des Callable Bonds (95.75%) um 0.37% übertrifft, was genau der Optionsprämie entspricht.

In der folgenden Sensitivitätsanalyse wird der Marktzinssatz schrittweise um 25 Basispunkte von 9% bis auf 5% reduziert. Wie oben bereits festgehalten, wird mit sinkendem Marktzinssatz die Ausübung der Calloption und somit die Kündigung der Obligation immer wahrscheinlicher, weil für den Emittenten zusehends die Chance steigt, sich billiger refinanzieren zu können. Dieser Effekt einer abnehmenden durchschnittlichen Bindungsdauer zeigt in Abbildung 1 die Abnahme der Duration des Callable Bonds. Demgegenüber erhöht sich die Duration des Bullet Bonds geringfügig; der leichte Anstieg der Bullet Bond Duration bei sinkendem Marktzinssatz kann mit einer geringeren Diskontierung der weiter in der Zukunft liegenden Zahlungsströme im Vergleich zu den früher fälligen Zahlungsströme erklärt werden. Bemerkenswert ist das relativ kontinuierliche Absinken der Duration des Callable Bonds bis auf einen Wert von 0.96 Jahren. Die mit dem Absinken des Zinssatzes direkt einhergehende höhere Ausübungswahrscheinlichkeit der Calloption erhöht nun typischerweisere deren Preis und das Delta. Aus der Optionstheorie ist bekannt, dass das Optionsdelta den Wert 0.5 annimmt, wenn der Preis des Bullet Bonds in der Nähe des Ausübungspreises liegt, was mit einem Marktzinssatz von rund 5.75% in Abbildung 2 und einem Ausübungspreis des Bullet Bonds von 101% (= 100% plus Agio) in Abbildung 3 übereinstimmt.

Abbildung 3 zeigt nochmals die zunehmende Differenz bei abnehmendem Marktzinssatz zwischen dem Preis des Bullet Bonds und den um den Wert

Abbildung 1: Duration des Bullet und Callable Bonds.

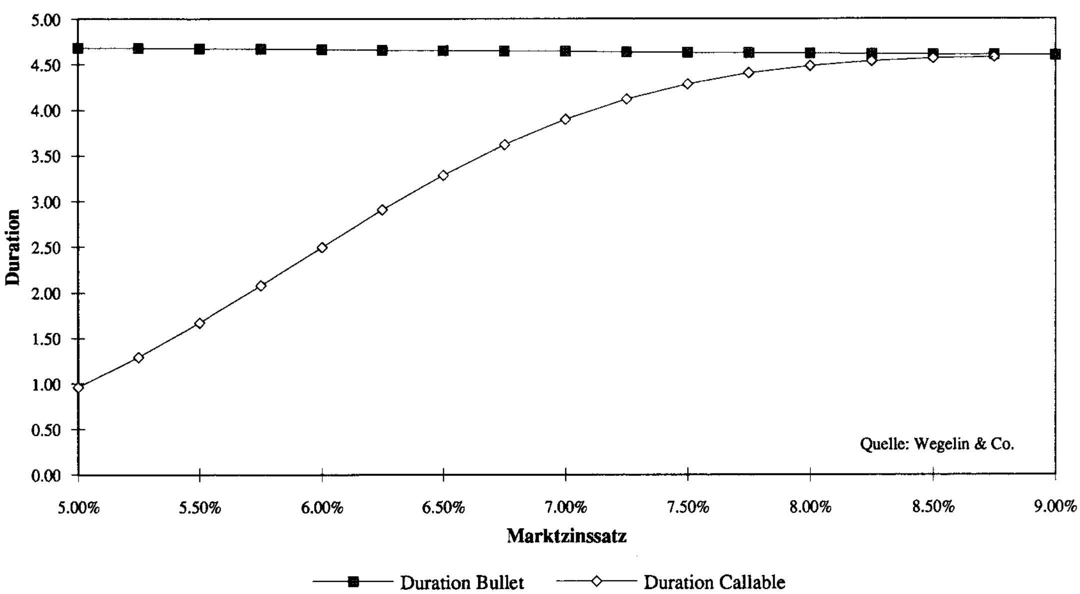


Abbildung 2: Delta und Calloptionspreise bei unterschiedlichen Marktzinssätzen.

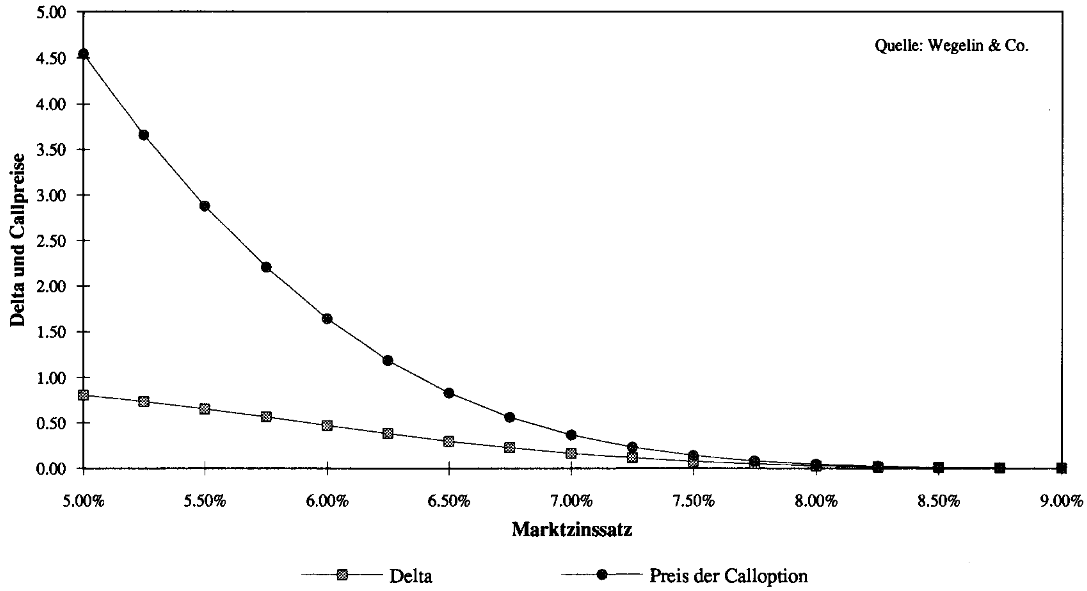
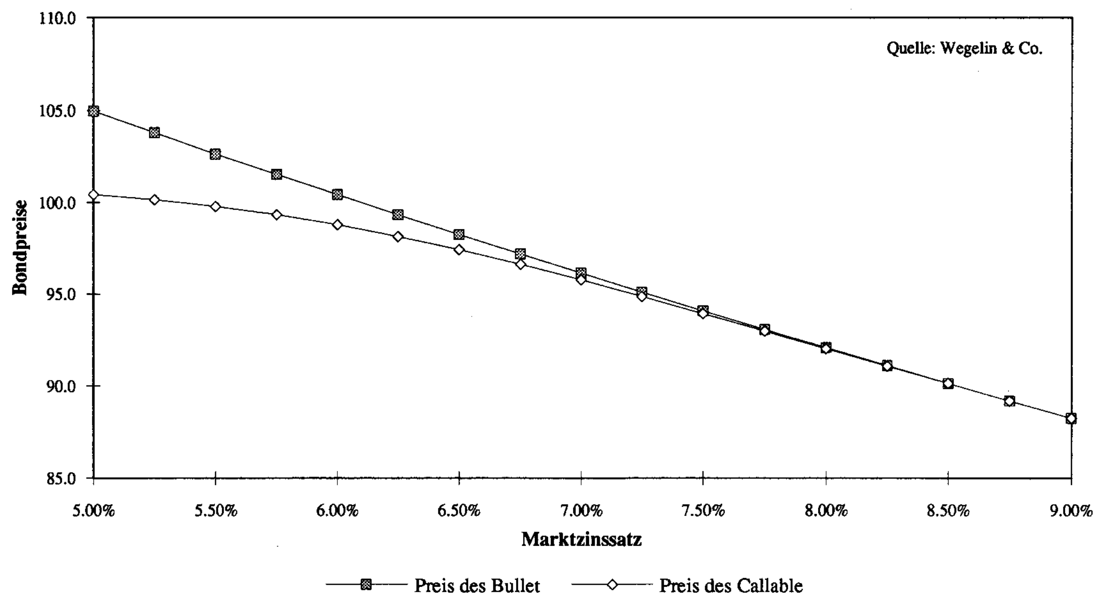


Abbildung 3: Preis des Bullet und Callable Bonds bei unterschiedlichen Marktzinssätzen.



der Calloption tieferliegenden Preis des Callable Bonds.
Derartige auf der Optionstheorie basierende Lösungsansätze bieten eine einfache Möglichkeit, die in der Schweiz weit verbreiteten kündbaren Obligationen in einer konsistenten Art und Weise in die Zinsrisikoanalyse des Gesamtportfolios miteinzubinden. Die Genauigkeit der Analyse steht und fällt mit dem für die Bewertung der Calloption eingesetzten Modell. Das für das vorliegende Beispiel verwendete Black-Scholes-Modell ist für die Berechnung von langlaufenden Zinsoptionen nur bedingt geeignet. In der Praxis dürfte sich zur Bewertung der Zinsoption ein Binomialmodell aufdrängen. Damit ist man dem Ziel, eine lückenlose Durationanalyse von Portfolios mit zinssensitiven Anlagen zu erreichen, einen Schritt näher gekommen. Gerade aufgrund der erfolgten Zinssenkung ist die frühzeitige Kündigung von Obligationen wieder ein Thema für das Portfoliomanagement geworden. Der vorliegende Ansatz zur Analyse von Callable Bonds kann mit Hilfe einer ähnlichen Konzeption (differenzierte Durationanalyse der Option und der Obligation) auch auf Obligationen übertragen werden, deren Kündigungsrechte unterschiedlich zum hier Gezeigten strukturiert sind.

Fussnoten

[1] Vgl. HO (1990), p. 105.
[2] Ein entsprechendes Ergebnis erhalten auch DUNETZ/ MAHONEY (1988), p. 65.

Literatur

BIERWAG, G.O. (1987): “Duration Analysis: Managing Interest Rate Risk”, Ballinger Publishing Company.
DUNETZ, M. L. and MAHONEY, J. M. (1988): “Using Duration and Convexity in the Analysis of Callable Bonds", Financial Analysts Journal 44, May-June, pp. 53ff.
HO, T.S. (1990): “Strategic Fixed Income Investment”, Dow Jones-Irwin.
KRUSCHWITZ, L. und R. SCHÖBEL (1986): “Duration - Grundlagen und Anwendungen eines einfachen Risikomasses zur Beurteilung festverzinslicher Wertpapiere I und II”, WISU Hauptstudium Betriebswirtschaftslehre, November und Dezember, pp. 550-555 und 603-608.