HEINZ ZIMMERMANN*

Zeithorizont, Risiko und Performance: Eine Übersicht

1. Einleitung

Der Rolle des Anlagezeithorizonts bei Anlageentscheidungen in Aktien wurde in der Portfoliotheorie lange Zeit kaum Beachtung, geschenkt. Ist ein Portfolio, das für einen Planungshorizont von 3 Monaten als optimal gilt, auch für einen Horizont von einem Jahr, zehn oder zwanzig Jahren optimal? Wenn ein Aktienanteil von 40% für zwei Monate angemessen ist, ist dieser Anteil auch für einen Planungshorizont von vier Jahren zweckmässig? Steigt oder sinkt die Performance, also die risikoadjustierte Rendite eines Aktienportfolios, mit zunehmender Anlageperiode? Weisen Aktien, anders ausgedrückt, langfristig ein geringeres oder höheres Anlagerisiko auf als über die kurze Frist?
Dies sind Fragestellungen, welche insbesondere für institutionelle Anleger, welche vermehrt Portfolioentscheidungen unter strategischen und damit langfristigen Gesichtspunkten fällen, bedeutungsvoll sind. Als "strategisch" wird ein Anlageentscheid bezeichnet, der einen langfristigen Finanzierungszweck sicherstellen soll. Erstaunlicherweise findet man in den gängigen Lehrbüchern zur Investitionstheorie kaum eine Antwort zu diesen Fragestellungen. Im vorliegenden Artikel sollen einige dieser Fragen aufgegriffen werden. Ausgangspunkt bildet die moderne Portfoliotheorie, wonach sich Investitionsentscheidungen aufgrund des Erwartungswertes und der Varianz der Anlagerenditen optimieren lassen. Als "Anlagen" werden hier ausschliesslich Aktien und risikolose Festgeldanlagen betrachtet. Zeithorizonteffekte, welche auf Erwartungen aufbauen, sind naheliegend. So kann man sich etwa vorstellen, dass langfristig andere Erwartungen über die Kursentwicklung bestehen als kurzfristig, so dass die Portfoliostruktur, beispielsweise den, Bond-Equity-Mix, diesen Erwartungsunterschieden angepasst werden. Um diesen Aspekt, den man als "Timing" bezeichnen kann, geht es hier allerdings nicht. Untersucht wird hingegen die Frage, welche Rolle der Anlagezeithorizont bei konstant vorgegebenen Erwartungen erfüllt. Es interessiert also die Relevanz des Anlagerisikos für unterschiedliche Zeithorizonte. Dazu muss das zufällige, zeitliche Verhalten der Aktienkurse modelliert werden; dies erfolgt im zweiten Abschnitt. Im dritten Abschnitt werden Zeithorizonteffekte des Aktienrisikos, im vierten jene der Anlageperformance analysiert. Im fünften Abschnitt erfolgt eine Zusammenfassung.

2. Rendite, Varianz und Zeithorizont: Statistische Grundlagen

In der Portfoliotheorie wird angenommen, dass die stetigen Aktienrenditen durch eine (gemeinsame)

* Ich danke Daniel Wydler und Christoph Zenger für die Diskussion der in diesem Artikel dargestellten Gedanken, sowie Martin Drummen, Markus Tanner und Walter Wasserfallen für wertvolle Kommentare.

Normalverteilung charakterisiert werden können, deren Mittelwert und Varianz sich proportional zur Länge der zugrundeliegenden Zeitperiode (Δt) verhalten. Stetige Renditen sind definiert als logarithmierte Veränderungen des Anlagewerts (unter Berücksichtigung der anfallenden Ausschüttungen), nachfolgend kurz als "Kurs" bezeichnet. $S(t)$ ist der Kurs im Zeitpunkt t, und $S(t+\Delta t)$ bezeichnet den Kurs nach Ablauf der Zeitperiode Δt. Die stetige Rendite ist dann gegeben durch

$$R\,(\Delta t) \equiv \ln\,[S(t + \Delta t)] - \ln\,[S(t)] \qquad (1a)$$

Δt wird meistens in Jahren gemessen. Bezeichnet man die annualisierte Durchschnittsrendite (oder den Erwartungswert) mit μ und die annualisierte Varianz mit σ^2, dann bedeutet der oben beschriebene Tatbestand

$$R\,(\Delta t) \equiv \ln\,[S(t + \Delta t)] - \ln\,[S(t)] \sim N(\mu\,\Delta t, \sigma^2\,\Delta t) \qquad (1b)$$

Das heisst beispielsweise, dass jährliche Renditen eine 52-mal grössere Varianz aufweisen als wöchentliche Renditen, und Jahresrenditen haben eine 12 mal grössere Varianz als Monatsrenditen. Dasselbe gilt für den Mittelwert der Renditen. In den meisten der nachfolgenden Anwendungen wird nicht die Varianz der stetigen Renditen, sondern deren Standardabweichung (also die Quadratwurzel der Varianz) verwendet. Man bezeichnet die annualisierte Standardabweichung stetiger Renditen auch als "Volatilität". Wenn die Varianz proportional zur Länge der zugrundeliegenden Zeitperiode ausfällt, dann ist die Volatilität proportional zur Quadratwurzel der Zeitperiode. Wenn die tägliche Volatilität 1% beträgt, so berechnet man einen annualisierten Wert von $(1\%)\sqrt{365} = 19.1\%$, oder über 10 Jahre eine Volatilität von $(1\%)\sqrt{3650} = 60.4\%$.
Es gilt zu beachten, dass diese Eigenschaften nicht für die "gewöhnlichen" (sog. einfachen) Renditen zutreffen, definiert als die relativen Kurs- oder Indexveränderungen,

$$r\,(\Delta t) \equiv [S(t + \Delta t) - S(t)]\,/\,[S(t)] \qquad (1c)$$

sondern nur für die stetigen Anlagerenditen. Man kann argumentieren, dass die zahlenmässige Differenz zwischen stetigen und einfachen Renditen klein ist. Der Unterschied ist jedoch gerade im Zusammenhang mit "langen" Zeithorizonten von grösster Bedeutung und muss deshalb beachtet werden. Selbstverständlich kann jede stetige Rendite $R(\Delta t)$ durch die Transformation

$$r\,(\Delta t) = \exp\,[R(\Delta t)] - 1 \qquad (1d)$$

als einfache Rendite ausgedrückt werden, und umgekehrt jede einfache Rendite $r(\Delta)$ als stetige:

$$R\,(\Delta t) = \ln\,[1 + r(\Delta t)] \qquad (1e)$$

Es ist eine empirische Frage, ob sich die Eigenschaft (1b) in der Realität beobachten lässt. Betrachtet man längere Zeiträume, so wird sie durch viele Studien bestätigt. Auf alle Fälle handelt es sich um eine Approximation, welche für die meisten praktischen Zwecke hinreichend genau ist.
Wie kommt diese Eigenschaft zustande, respektive wie kann sie begründet werden? Wenn unterstellt wird, dass (logarithmierte) Aktienkursveränderungen durch eine Normalverteilung charakterisiert werden können, so unterstellt man damit offensichtlich, dass der Aktienkurs nach resp. innerhalb einer bestimmten Zeitperiode unendlich viele Werte annehmen kann - beispielsweise indem er sich stetig, also kontinuierlich verändert. Dies ist in der Tat die Annahme, die getroffen wird; man bezeichnet diesen Prozess als "Wiener-Prozess". Nun ist es unmöglich, das zeitliche Verhalten eines sich stetig verändernden Kurses durch ein Zahlenbeispiel zu veranschaulichen. Es soll stattdessen ein Aktienkursprozess dargestellt werden, welcher diesem Verhalten sehr nahe kommt. Dieser ist in Abbildung 1a dargestellt. Es handelt sich um einen binomialen Random Walk Prozess; dieser weist die folgenden Eigenschaften auf:

1. Der Kurs kann von einer "Periode" zur nächsten genau zwei verschiedene Werte annehmen, einen höheren und einen tieferen [1].

2. Die Wahrscheinlichkeit, dass der Kurs von einer Periode zur nächsten steigt oder fällt, ist im Zeitablauf konstant. Damit ist sie insbesondere auch nicht von der historischen Kursentwicklung abhängig.
3. Die Volatilitätsfaktoren (im Zahlenbeispiel 1.2 und 1/1.2) verhalten sich reziprok und sind im Zeitablauf konstant.

Die erste Eigenschaft gibt dem Prozess die Bezeichnung "binomial", die zweite bewirkt einen "Random Walk" der Kurse [2]. Die dritte Eigenschaft garantiert, dass die stetigen Aktienrenditen symmetrisch verteilt sind, und dass deren Volatilität im Zeitablauf konstant bleibt.

In Abbildung 1b sind die (stetigen) Renditen, welche sich aus dieser Kursentwicklung ergeben, dargestellt. Sämtliche Renditen beziehen sich auf die Ausgangsbasis 1000. Aufgrund dieser Renditen und den unterstellten Wahrscheinlichkeiten kann für jeden Zeithorizont der Erwartungswert sowie die Varianz der Renditen berechnet werden (ein Berechnungsbeispiel findet man im Anhang 1). Hier interessiert lediglich die Streuung, also die Varianz und die Volatilität.
Es lässt sich unschwer feststellen, dass sich die Varianz (ungefähr) proportional zur Länge des analysierten Zeithorizonts verhält. Dies ist eine Eigenschaft, welche bei einer Erhöhung der Zahl der unterstellten Kursänderungen (pro ZEH) nicht

Abbildung 1a: Binomialer Random Walk der Aktienkurse.

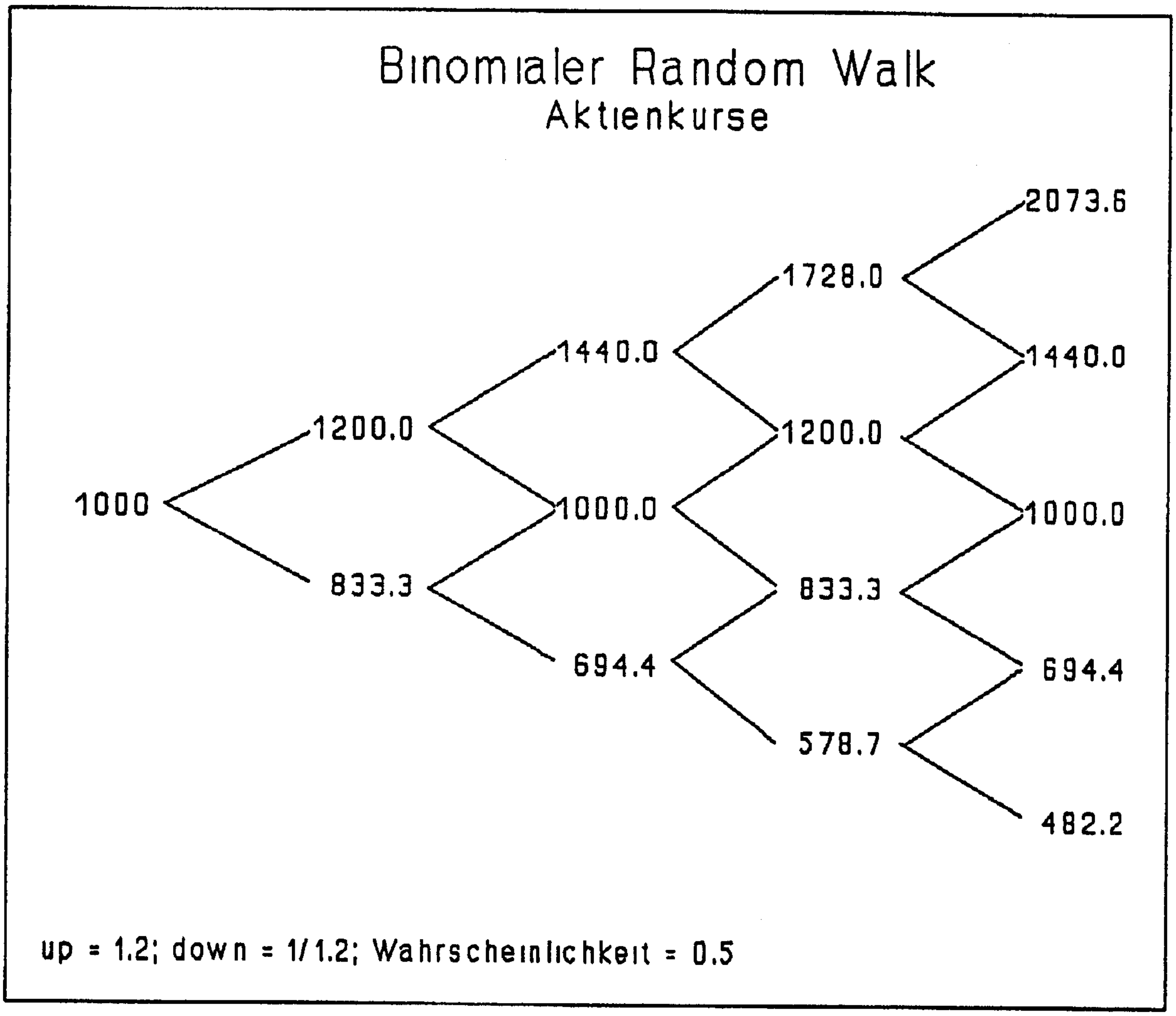
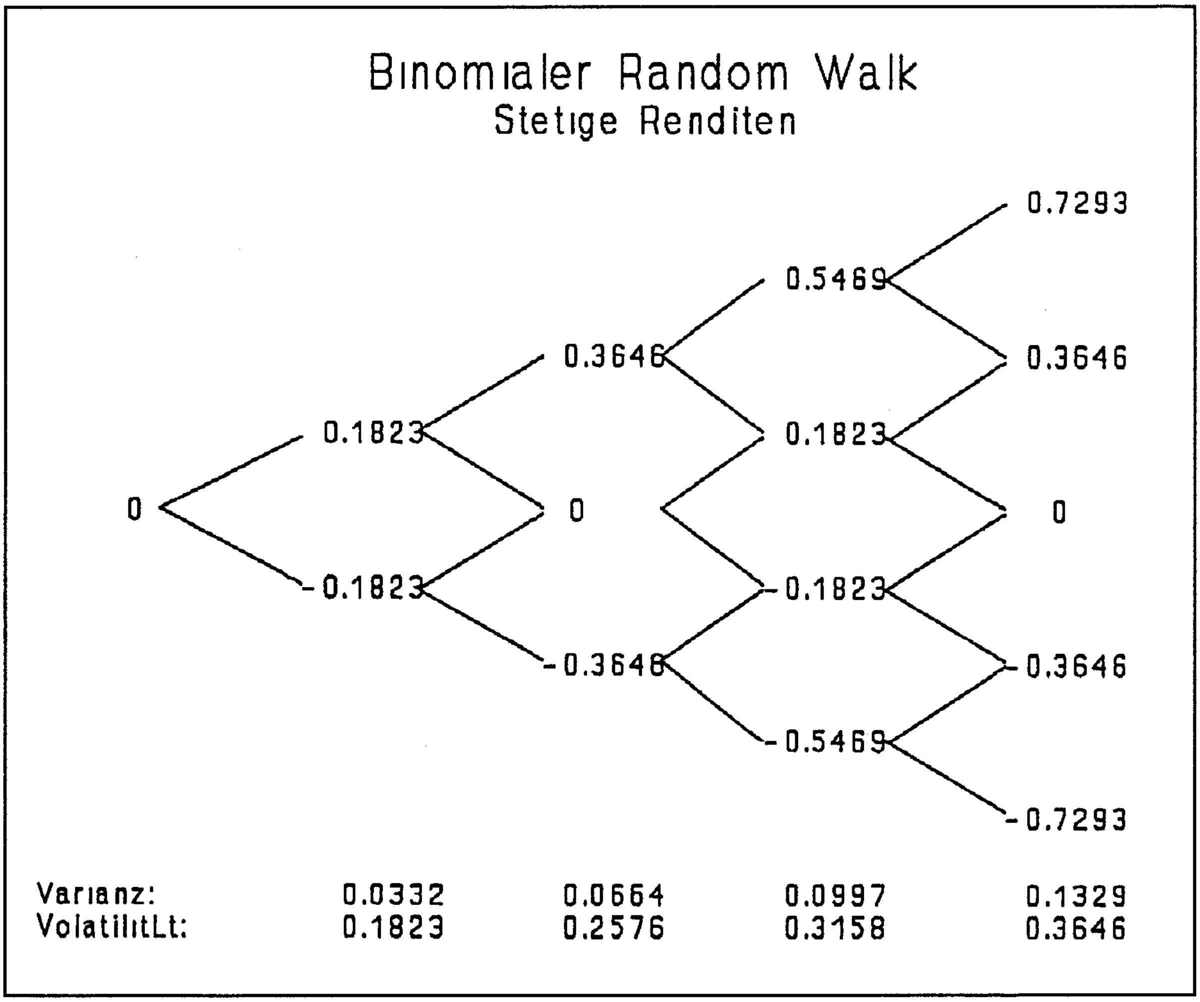


Abbildung 1b: Stetige Aktienrenditen aufgrund binomialer Aktienkursveränderungen.



nur erhalten bleibt, sondern immer besser erreicht wird. Im Grenzfall unendlich vieler Veränderungen, wo eine Normalverteilung resultiert, ergibt sich die Proportionalität sogar mit absoluter Exaktheit.

Die ökonomische Implikation liegt darin, dass das "Risiko" einer Anlage, deren Wertveränderung auf die beschriebene Art charakterisiert werden kann, mit zunehmendem Anlagezeithorizont steigt. Das Risiko "verschwindet" also nicht, wenn man "lange genug wartet". SAMUELSON (1963, p. 5) hat diese oftmals missverstandene Tatsache so charakterisiert, dass sich durch das längere Halten einer Aktie das Risiko im Zeitablauf nicht, wie irrtümlich unterstellt, "diversifiziert", sondern kumuliert; vergleiche auch SAMUELSON (1989).

Diese Schlussfolgerung gilt unabhängig davon, ob als Risiko die Varianz oder die Standardabweichung (nachfolgend als Volatilität bezeichnet) der Renditen betrachtet wird. Wie oben angemerkt wurde, fällt die Standardabweichung proportional zur Wurzel des Zeithorizonts aus. Wenn σ die annualisierte Volatilität der Renditen bezeichnet, dann heisst dies

$$\sigma\,[R\ \Delta t] = \sigma \sqrt{\Delta t} \tag{1f}$$

Damit wächst die Volatilität zwar unterproportional zum Zeithorizont, aber sie ist zunehmend. Eine Implikation des unterproportionalen Wachstums wird im Abschnitt 4 im Zusammenhang mit der Performancebeurteilung über verschiedene Zeithorizonte analysiert. Wie wirkt sich die Länge der Anlagezeithorizonts auf die optimale Portfoliostruktur aus? Dies kann am Beispiel eines einfachen Stock-Bond-Mix gezeigt werden, wo *w*% des Vermögens in risikobehaftete Aktien und der Rest, 100-*w*%, in Obligationen investiert wird (letztere werden als risikolos unterstellt). Dabei lässt sich *w*% aufgrund der Formel

$$w\% = 100\,\tau\,(\mu - R)\,/\,\sigma^2 \qquad (2a)$$

berechnen. μ ist die erwartete Aktienrendite, σ^2 die Varianz der Aktienrenditen und R die Verzinsung der risikolosen Anlage. τ ist eine Masszahl für die subjektive Risikotoleranz des Investors. Eine Veranschaulichung für die Quantifizierung und Interpretation dieses Koeffizienten liefert SHARPE (1987, Anhang). Aufgrund dieser Formel leuchtet sofort ein, dass die Länge des Zeithorizonts den optimalen Stock-Bond-Mix nicht beeinflusst. Wenn μ, R und σ^2 annualisierte Grössen darstellen, dann betragen Erwartungswert, Zinssatz und Varianz für die Anlageperiode Δt $\mu\ \Delta t$, $R\ \Delta t$ und $\sigma^2\ \Delta t$. In die Formel eingesetzt ergibt sich

$$\begin{aligned} w\% &= 100\,\tau\,[\mu\,\Delta t - R\,\Delta t]\,/\,\sigma^2\,\Delta t \\ &= 100\,\tau\,[\mu - R]\,/\,\sigma^2 \qquad (2b) \end{aligned}$$

d.h. die optimale Portfoliozusammensetzung ist unabhängig von der Länge des Zeithorizonts Δt. Dasselbe gilt auch für Portfolios, welche beliebig viele Anlagen enthalten. SAMUELSON (1963) liefert ein allgemeines Theorem zu diesem Tatbestand, das besagt, "that a person whose utility schedule prevents him from ever taking a specific favorable bet when offered only once can never rationally take a large sequence of such bets, if expected utility is maximized". Dieser Erkenntnis sollte in der Portfoliotheorie vermehrt Beachtung geschenkt werden.

Für viele Investoren werden diese Erkenntnisse auf Widerspruch stossen: sie werden überzeugt sein, dass in der langen Frist das Risiko einer Aktienanlage tiefer ist als kurzfristig. Dies kann verschiedene Gründe haben: Erstens können die Annahmen bezüglich des zugrundeliegenden Kursprozesses von den hier unterstellten abweichen:

- Wird beispielsweise aus "fundamentalen" Gründen angenommen, dass der Erwartungswert kurzfristig höher als langfristig anzusetzen ist, dann wird man das Portfolio "timen", indem kurzfristig eine höhere Aktienexposure gewählt wird als langfristig [3].
- Ebenso würde man langfristig einen höheren Aktienanteil wählen als kurzfristig, wenn "Mean Reversion" im Aktienkursverhalten unterstellt würde. Darunter versteht man eine Abweichung von der Random Walk Eigenschaft in dem Sinne, als mit fortgesetztem Kursanstieg die Wahrscheinlichkeit einer Kursreduktion zunimmt (und umgekehrt). Das bewirkt, dass die langfristige Volatilität ab einem genügend langen Zeithorizont unter die kurzfristige fällt.

  Ob sich Aktienkurse langfristig durch einen Random Walk oder einen Mean Reverting Prozess charakterisieren lassen, ist unklar. Immerhin häuft sich in neueren Untersuchungen die Evidenz für Mean Reversion im langfristigen Aktienkursverhalten [4]. In den vorliegenden Betrachtungen wird jedoch von den Zeithorizonteffekten, die daraus resultieren können, abgesehen.

Zweitens wird häufig die Volatilität der Renditen mit der Volatilität der Durchschnittsrendite verwechselt. Die Standardabweichung (Volatilität) der durchschnittlichen Rendite ist durch die Formel [5]

$$\sigma\,[1/n\ \Sigma_t\,R(t)] = \sigma\sqrt{(1/n)} \qquad (3)$$

gegeben, wobei n die Zahl der Jahre, über welche der Durchschnitt berechnet wird bedeutet; $R(t)$ ist die effektive Rendite für das Jahr t, und σ bezeichnet die annualisierte Volatilität der Renditen. Offensichtlich nimmt die Varianz der Durchschnittsrendite mit zunehmendem Zeithorizont (hier durch die Zahl der Jahre n charakterisiert) ab. Beträgt beispielsweise die annualisierte Volatilität 20%, dann weist die Durchschnittsrendite über einen Horizont von 5 Jahren eine Volatilität von 8.9%, über einen Horizont von 10 Jahren eine Volatilität von 6.3% und über 50 Jahren eine solche von 2.8% auf. Dies bestätigt zwar, dass langfristig die Durchschnittsrendite "immer sicherer" wird - steht aber nicht im Widerspruch zur Tatsache, dass die Streuung der Renditen um diesen Durchschnitt mit zunehmendem Zeithorizont immer grösser wird.

Drittens wird für viele Investoren die Varianz resp. die Volatilität nicht ein geeignetes Risikomass hinsichtlich ihrer Anlageziele darstellen. Dieser Punkt wird im nächsten Abschnitt ausgiebig diskutiert.

Zum Schluss seien die Ausführungen dieses Abschnitts durch einige schweizerische Renditemasszahlen von Aktien und Obligationen illustriert. In Tabelle 1 sind die jährlichen, geometrischen Durchschnittsrenditen sowie die annualisierte Volatilität schweizerischer Aktien und Obligationen dargestellt - und zwar sowohl nominell als auch real, d.h. um die tatsächliche Inflationsrate bereinigt. Zur einfacheren Interpretation beruhen sowohl die Durchschnittswerte wie auch die Volatilitäten auf einfachen (und nicht stetigen) Renditen. Datengrundlage bilden die Performance-Reihen der Bank Pictet & Cie., wie sie durch WYDLER (1989) untersucht worden sind. Die Zeitreihe beruht auf jährlichen Indexwerten der Periode 1926 bis 1987. Die Werte zeigen, dass die jährliche Durchschnittsrendite der Obligationen bei rund 4,5% liegt; der durchschnittliche Aktienertrag liegt rund 2,5% höher. Die höhere Durchschnittsrendite muss mit einem höheren Risiko erkauft werden. Während die Volatilität bei den Aktien bei 20% liegt, beträgt die Volatilität des analysierten Obligationenindex lediglich rund 3,5%.

Tabelle 1: Durchschnittsrenditen schweizerischer Aktien und Obligationen, 1926-1987 (Pictet-Reihen).

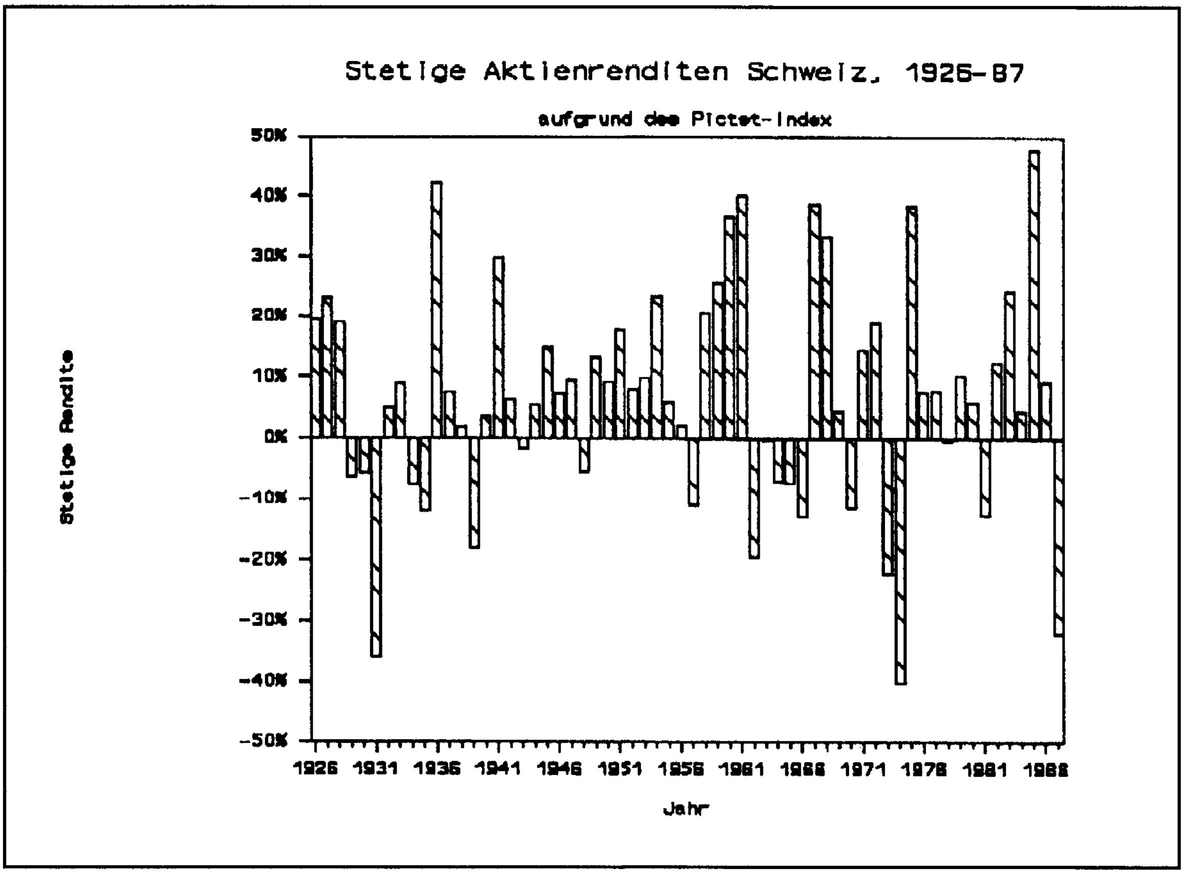
	Durchschnittsrendite (geometrisch)		Volatilität	
	Aktien	Bonds	Aktien	Bonds
nominell				
1926-1987	7.09%	4.43%	20.09%	3.31%
1946-1987	8.03%	4.42%	20.85%	3.89%
real				
1926-1987	4.59%	1.99%	19.74%	5.41%
1946-1987	4.86%	1.35%	20.87%	4.91%

Abbildung 2 veranschaulicht die jährliche Entwicklung der zugrundeliegenden jährlichen Aktienrenditen. Da deren Verteilungseigenschaft analysiert werden soll, sind die stetigen (und nicht einfachen) Renditen dargestellt. Bei einer Normalverteilung würde man erwarten, dass rund zwei Drittel (exakt 68%) der jährlichen Werte im Bereich von $\pm$ einer Standardabweichung (Volatilität) um den Mittelwert verteilt sind. Aus den Werten berechnet man einen Mittelwert von 6.85% und eine Volatilität von 18.33%. Von den 62 Jahreswerten befinden sich je 9 Werte ober- resp. unterhalb des Bereichs
[-11.5%; 25.18%]; dies sind 18 Werte oder 29% - was nur geringfügig weniger ist als die erwarteten 32%. Ebenso sollten bei einer Normalverteilung rund 95% der Werte innerhalb des Wertebereichs von $\pm$ zwei Standardabweichungen um den Mittelwert streuen. Im vorliegenden Fall beträgt dieser Bereich [-29.8%; 43.52%], und er wird in 1 Jahr über- und in drei Jahren untertroffen. Dies sind vier Fälle oder 6.45%, was geringfügig über den erwarteten 5% liegt. Im grossen und ganzen scheinen jedoch die Aktienrenditen über lange Zeithorizonte relativ gut durch eine Normalverteilung beschrieben werden zu können.

3. Ausfallrisiko und Zeithorizont

In diesem Kapitel wird das Konzept des Ausfallrisikos (shortfall risk) dargestellt und dessen Bedeutung für die Beurteilung des Zeithorizonts bei Anlageentscheidungen diskutiert. Es wird insbe-

Abbildung 2: Stetige Aktienrenditen Schweiz, 1926-1987 (Pictet Reihen).



sondere gezeigt, dass das Ausfallrisiko durch den Einsatz von Optionen auf sehr flexible Weise beeinflusst werden kann. Dies bedeutet auch, dass der rendite-risiko-optimale Aktienanteil bei Portfolios, bei denen das Ausfallrisiko durch eine dynamische Absicherungsstrategie gesteuert wird, von der Länge des unterstellten Zeithorizonts abhängig ist. Diese Ueberlegungen werden schliesslich auf den Performance-Vergleich von Aktien und Obligationen übertragen.

3.1 Ausfallrisiko

Für viele Investoren, und zwar sowohl private als auch institutionelle, wird die Varianz als Risikomass nicht sehr aussagekräftig sein. Man wird feststellen, dass häufig nicht beurteilt werden kann, ob zur Vermeidung von 2 Volatilitätsprozenten eine durchschnittliche Ertragseinbusse von 3% in Kauf genommen werden soll. Diese Beurteilung ist allerdings erforderlich, wenn effiziente Portfolioentscheidungen aufgrund der Mittelwert-Varianz-Regel gefällt werden sollen.

Als vergleichsweise einfach interpretierbare Masszahl zur Beurteilung des Portfoliorisikos wird in letzter Zeit die sog. "Ausfallwahrscheinlichkeit" (shortfall probability) verwendet. Das Konzept wird in LEIBOWITZ/KRASKER (1988) beschrieben. Es handelt sich dabei um die Wahrscheinlichkeit, eine vorgegebene Rendite nicht zu erreichen, respektive einen tolerierbaren Verlust zu überschreiten. Bei einer erwarteten Rendite von 10% p.a. und einer Volatilität von 20% p.a. beträgt beispielsweise die Wahrscheinlichkeit, eine vorgegebene Rendite von 5% p.a. zu untertreffen, 40.13%. Das bedeutet, dass in rund 4 von 10 Jahren das Ertragsziel von 5% nicht erreicht wird. Wird das Ertragsziel auf 8% erhöht, dann steigt die Ausfallwahrscheinlichkeit auf 48.0%, und bei einer Reduktion auf 2% sinkt sie auf 34.5%. Berechnet wird die Ausfallwahrscheinlichkeit im vorliegenden Fall mit der Formel

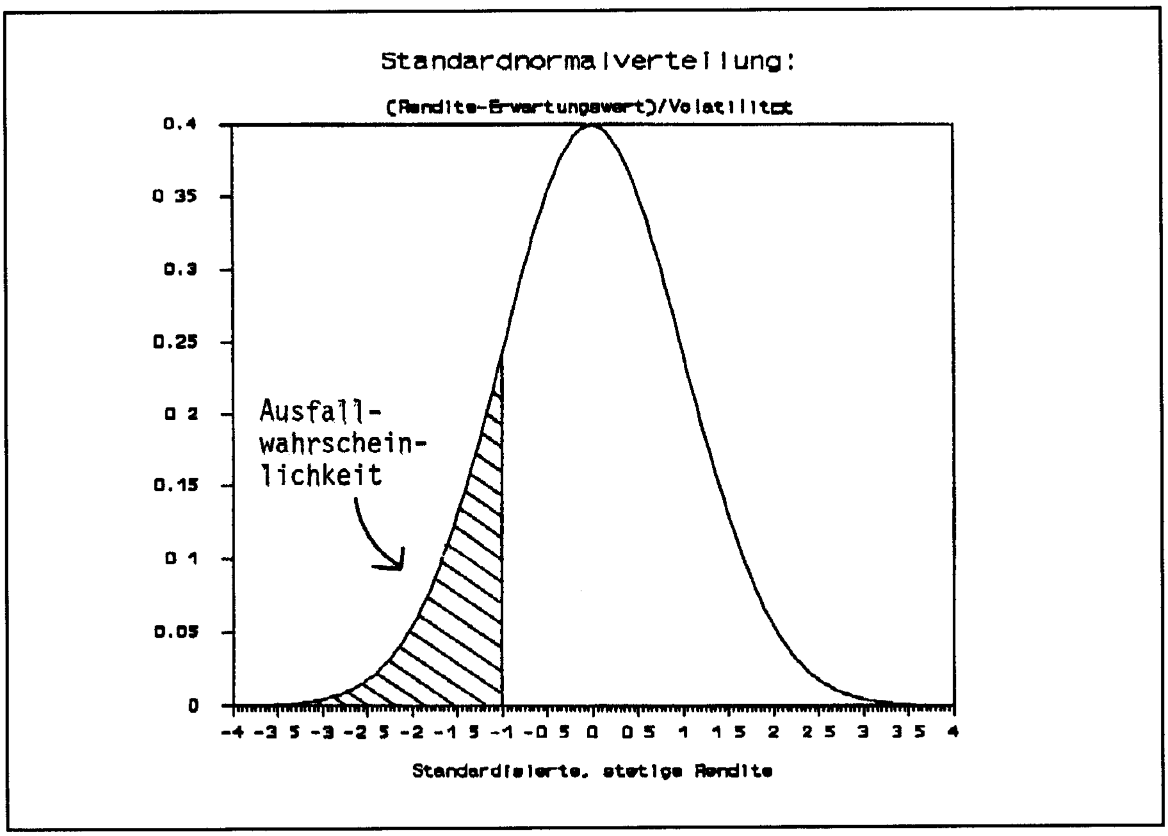
$$pr = N\left[\frac{\text{Ertragsziel - Erwartungswert}}{\text{Volatilität}}\right]$$

$$= N\left[\frac{0.05 - 0.10}{0.20}\right] = N\,[-0.25] = 40.13\% \qquad (4)$$

worin N[.] die kumulative Normalverteilung bezeichnet. Graphisch handelt es sich um den Flächenabschnitt unter der angenommenen Renditeverteilung (vgl. Abbildung 3). Es muss betont werden, dass sich die Annahme der Normalverteilung auf die stetigen Renditen bezieht und demzufolge alle Grössen in stetiger Form einzusetzen sind.

Ebenso ist das Ausfallrisiko von der unterstellten Volatilität abhängig. Wird im vorangehenden Beispiel die Volatilität von 20% auf 25% erhöht, dann beträgt die Ausfallwahrscheinlichkeit bei einem 5%-Ertragsziel 42.1% (statt 40.1%); bei einer Volatilität von 15% sinkt sie hingegen auf 36.9%. Auf diese Weise dürfte die Relevanz von "Volatilitätsveränderungen" bezüglich eines verfolgten Anlageziels einfacher verstanden werden. Generell dürften Ausfallwahrscheinlichkeiten für viele Anleger auf ein intuitiveres Verständnis bezüglich des

Abbildung 3: Grafische Veranschaulichung des Ausfallrisikos.



eingegangenen Risikos stossen als die Varianz oder die Volatilität einer Anlage. Man möchte beispielsweise mit einer gewissen "Sicherheit" mit einer minimalen Anlagerendite rechnen können und ist dafür durchaus bereit, bei einer guten Börsenentwicklung auf einen Teil des Gewinns zu verzichten. Dies kann damit zusammenhängen, dass sich dauerhafte Konsumpläne oder Investitionsabsichten auf diese "normale" Rendite ausrichten. Ebenso sind institutionelle Investoren häufig verpflichtet, periodisch eine bestimmte Minimalrendite auszuweisen. Es muss deutlich darauf verwiesen werden, dass das Konzept der Ausfallwahrscheinlichkeit in keiner Weise als Ersatz für die Varianz als Risikomass zu betrachten ist. Vielmehr stellt die Berücksichtigung von Ausfallwahrscheinlichkeiten ein zusätzliches Kriterium bei der Anlageentscheidung dar. Vorgaben über Ausfallwahrscheinlichkeiten können problemlos als zusätzliche Restriktion bei der Selektion effizienter Portfolios einbezogen werden [6].

Die vorangehend präsentierten Berechnungen beruhen auf der Annahme normalverteilter Aktienrenditen. Selbstverständlich kann sowohl die Vorgabe als auch die Berechnung der Ausfallwahrscheinlichkeit aufgrund beliebiger Renditeverteilungen erfolgen - solange der relevante Flächenabschnitt unterhalb des Ertragsziels berechnet werden kann. Dies ist insbesondere im Zusammenhang mit dem Einsatz von Optionen, Caps, Floors, etc. nützlich, also all jenen Instrumenten, deren Verwendungszweck gerade dazu dient, die Renditeverteilung von Portfolios asymmetrisch zu beeinflussen.

3.2 Asymmetrische Verteilungen

Was heisst asymmetrisch beeinflussen? Oben wurde gezeigt, dass das Ausfallrisiko bei einer Verteilung der Portfoliorenditen mit einem Mittelwert von 10% und einer Volatilität von 20% bei einem Ertragsziel von 5% bei 40.13% liegt. Angenommen, diese Wahrscheinlichkeit soll auf 30% reduziert werden. Lässt man nur eine symmetrische Reduktion der Volatilität zu (beispielsweise durch den Verkauf von Aktienindex-Futures oder durch die Anlage in risikolose Bonds), so müsste die Volatilität der Portfoliorenditen - bei unverändertem Erwartungswert - auf 9.5% reduziert werden, was etwa einer Halbierung entspricht. Dies erreicht man durch eine Umschichtung der Hälfte des Vermögens in risikolose Bonds, (oder durch den Verkauf von Aktienindexfutures auf 50% des Portfoliowerts) [7]. Tatsächlich nimmt mit dieser Absicherungstransaktion auch der Erwartungswert des Portfolios ab. Die erwartete Rendite einer perfekt abgesicherten Position entspricht der Verzinsung einer risikolosen Anlage. Das bedeutet, dass die erwartete Rendite im vorliegenden Fall auf (47.5%)(10%)+(52.5%)(5"%") = 7.375% reduziert wird. Das Ausfallrisiko beträgt in diesem Fall

$$pr = N\left[\frac{0.05 - 0.07375}{0.095}\right] = N[-0.25] = 40.13\%$$

und ist identisch mit jenem des ursprünglichen Portfolios (100% in Aktien). Offensichtlich ist es so, dass sich die Ausfallwahrscheinlichkeit (für einen gegebene Mindestrendite) durch Verteilung des Vermögens auf eine risikolose Anlage überhaupt nicht beeinflussen lässt - ausser im Grenzfall, wo das gesamte Vermögen risikolos investiert wird. Mithilfe einer asymmetrische Veränderung der Renditeverteilung lässt sich das Ausfallrisiko hingegen sehr einfach beeinflussen. Dies kann beispielsweise mit dem Kauf oder Verkauf von Optionen erfolgen. Dies ist in Tabelle 2 illustriert, wo die Rendite- und Risikoeigenschaften eines Portfolios durch den Erwerb von Putoptionen verändert werden. In der ersten Spalte sind die Portfoliocharakteristiken, insbesondere die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Renditen, für das "ungeschützte" Portfolio dargestellt. In den nächsten Spalten findet man diese Charakteristika für die Fälle, wo at-the-money Putoptionen im Umfang von 25%, 50%, 75% und 100% des Portfoliowerts erworben werden [8]. Als Absicherungskosten werden die Black-Scholes Preise verwendet. Mit zunehmendem Optionsschutz nimmt der Erwartungswert der Portfolios ab; dies ist auf die ansteigenden Optionskosten

Tabelle 2: Ausfallrisiko bei unterschiedlichem Optionsschutz von Portfolios.

Optionsschutz des Portfolios	0%	25%	50%	75%	100%
Mittelwert	10%	9.5%	9.0%	8.6%	8.1%
Standardabw.	20%	18.5%	17.1%	15.9%	14.9%
Schiefe	0	0.27	0.55	0.81	1.01
Beta	1	0.92	0.84	0.77	0.69
Renditebereich	Wahrscheinlichkeit (in %)				
bis -50%	0.14	0.01	0.00	0.00	0.00
-50% bis -40%	0.49	0.00	0.00	0.00	0.00
-40% bis -30%	1.67	0.71	0.06	0.00	0.00
-30% bis -20%	4.42	3.33	1.31	0.01	0.00
-20% bis -10%	9.19	10.12	10.03	5.26	0.00
-10% bis 0%	14.97	19.22	24.77	33.70	41.80
0% bis 10%	19.10	19.40	19.62	19.70	19.68
10% bis 20%	19.10	18.73	18.25	17.69	17.06
20% bis 30%	14.90	14.16	13.31	12.45	11.59
30% bis 40%	9.20	8.38	7.60	6.87	6.17
40% bis 50%	4.42	3.88	2.30	2.97	2.57
über 50%	3.40	1.92	1.61	1.34	1.10
unter 5%	40.1%	43.0%	45.9%	48.8%	51.7%
unter -10%	15.9%	14.3%	11.4%	5.3%	0.0%

Anmerkungen:
(1) Putoptionen im Umfang von x% des Portfoliowerts
(2) at-the-money Putoptionen

zurückzuführen. Auf den ersten Blick vermag zu erstaunen (vgl. zweitletzte Zeile), dass die Ausfallwahrscheinlichkeit bezüglich eines Ertragsziels von 5% mit zunehmendem Optionsschutz zunimmt; dies ist darauf zurückzuführen, dass die Leistung der Absicherungskosten zunehmend in Form einer Renditereduktion ins Gewicht fallen. Immerhin erreicht man im Gegenzug eine vollumfängliche Absicherung gegen noch tiefere Verluste: Die Ausfallwahrscheinlichkeiten gegenüber einem Ertrags- (resp. Verlust-)ziel von -10% finden sich auf der letzten Zeile in der Tabelle. Während das ungeschützte Portfolio noch ein Ausfallrisiko von 15% aufweist, ist dieses Risiko bei einem 75%-igen Schutz auf 5% gesunken. Diese Beispiele zeigen, dass mit Optionen das Ausfallrisiko eines Portfolios auf sehr flexible Art und Weise beeinflusst werden kann. Daraus folgt, dass dem Konzept des Ausfallrisikos gerade im Zusammenhang mit dem strategischen Einsatz von Optionen im Portfoliomanagement grösste Bedeutung zukommt.

3.3 Zeithorizont

Ein zentraler Aspekt der Ausfallwahrscheinlichkeit liegt im Zeithorizonteffekt. Zur Illustration wird angenommen, dass die Verteilung der stetigen Portfoliorenditen einen Mittelwert von 10% p.a. und eine Volatilität von 20% aufweisen. Das als stetigen Zinssatz formulierte Ertragsziel beträgt 5% p.a. Wie hoch fällt das Ausfallrisiko für eine Anlageperiode von 3 Jahren aus? In diesem Zusammenhang muss nochmals betont werden, dass bei der Anwendung von Formel (4) stetige Renditen zu verwenden sind; damit lautet die Berechnung

$$pr = \mathrm{N}\left[\frac{(0.05)(3) - (0.10)(3)}{(0.2)\ (\sqrt{3}\ )}\right] = \mathrm{N}[-0.433] = 33.25\%$$

Während der Unterschied zwischen stetigen und geometrischen Durchschnittsrenditen über kurze Anlageperioden gering ist, d.h.

$$(1/n)\ \Sigma_i \ln\,(1 + r_i)\ \approx\ \sqrt[n]{\Pi_i\ (1 + r_i)} - 1,$$

mit r_i als den einfachen Periodenrenditen, so wirkt sich dieser Unterschied bei sehr langen Anlageperioden gravierend aus. Wer anstelle von stetigen Renditen von "einfachen" ausgehen möchte, muss letztere zunächst durch die Transformation gemäss Gleichung (1e) umwandeln, bevor Formel (4) verwendet werden kann. So kann ein einfaches Anlageziel von 5% p.a. als stetiges, annualisiertes Anlageziel von $\ln(1{+}0.05) = 0.04879 = 4.879\%$ verstanden werden.
In Tabelle 3 sind Ausfallwahrscheinlichkeiten für unterschiedliche Anlage-Zeitperioden dargestellt. Aus der Tabelle geht hervor, dass die Wahrscheinlichkeit rund 33.3% besteht, nach drei Jahren ein

Tabelle 3: Ausfallwahrscheinlichkeit bei unterschiedlichen Zeithorizonten.

Zeithorizont (Jahre)	Ausfallwahrscheinlichkeit
1	40.1%
2	36.1%
3	33.2%
4	30.8%
5	28.8%
6	27.0%
7	25.4%
8	23.9%
9	22.6%
10	21.4%
15	16.6%
20	13.1%
25	10.5%
50	3.8%
75	1.5%
100	0.6%

Annahmen:
R^* = 5% (stetig)
$E(R)$ = 10% (stetig)
$\sigma(R)$ = 20%

durchschnittliches (d.h. stetig fortgeschriebenes) Ertragsziel von 5% zu verfehlen. Bei einer Verdoppelung des Zeithorizonts auf 6 Jahre sinkt diese Wahrscheinlichkeit auf 27%; bei zehn Jahren liegt sie noch bei 21% und bei 25 Jahren bei 10.5%. Wenn bei 50 Jahren der Wert bei 3.86% liegt, so bedeutet dies, dass in ungefähr 2 Jahren der in Abbildung 2 betrachteten Jahre das Ertragsziel verfehlt wird. Daraus erkennt man, dass die Ausfallwahrscheinlichkeit mit zunehmendem Zeithorizont abnimmt. Wer deshalb das Ausfallrisiko (und nicht die Varianz) als das relevante Anlagerisiko betrachtet, wird Aktien über lange Anlageperioden als weniger risikoreich betrachten als über kurze Perioden. Dies illustriert, dass der gewählte Risikobegriff auf sehr direkte Weise bestimmt, ob der Zeithorizont ein relevantes Anlagekriterium darstellt oder nicht.

Natürlich ist die Struktur der Ausfallwahrscheinlichkeiten sehr stark von den zugrundegelegten Annahmen über die Renditeerwartungen und Volatilität abhängig. Während das langfristige Verhalten der Volatilität relativ gut abgeschätzt werden kann (20% dürfte für die meisten Aktienmärkte eine gute Prognosegrösse sein), so ist die Einschätzung der langfristig erwarteten Aktienmarktrendite schwieriger. Abbildung 4 illustriert, neben den aus Tabelle 3 bekannten Werten, die Ausfallwahrscheinlichkeiten für jährliche (stetige) Ertragserwartungen von 7% und 15%. Man erkennt, dass die Struktur des Ausfallrisikos sehr stark von diesen Erwartungen abhängig ist.

Unterstellt man, im Gegensatz zum vorangehenden Zahlenbeispiel, ein Szenario, welches auf historischen schweizerischen Zahlen (vgl. Tabelle 1) und einem jährlichen (und zinseszinslich fortgeschriebenen) technischen Jahreszins von 4% p.a. als Ertragsziel beruht, so berechnet man die Ausfallwahrscheinlichkeiten in Tabelle 4. Man erkennt, dass sich mit verlängertem Anlagehorizont das Ausfallrisiko zwar deutlich reduziert, doch selbst bei 25 Jahren noch erheblich ist. Wenn für Aktien wesentlich ausgeprägtere Zeithorizonteffekte unterstellt werden, so kann dies durchaus auf fehlerhaften Berechnungen beruhen. Wenn beispielsweise anstelle der stetigen Renditen im Zähler des Ausdrucks (3), d.h.

$$pr = N\left[\frac{(25)\cdot\ln(1.04) - (25)\cdot\ln(1.07)}{(0.20)\sqrt{25}}\right]$$

$$= N[-0.71] = 23.86\%$$

die zinseszinslich fortgeschriebenen, einfachen Renditen verwendet werden, dann ergibt sich für den fünfundzwanzigjährigen Anlagehorizont ein Ausfallrisiko von

$$pr = N\left[\frac{1.04^{25} - 1.07^{25}}{(0.20)\sqrt{25}}\right] = N[-2.76] = 0.29\%$$

was erheblich zu tief ist gegenüber dem korrekten Wert 23.86%. Der "Fehler" für die übrigen Zeit-

Abbildung 4: Ausfallwahrscheinlichkeiten bei unterschiedlichen Zeithorizonten: Einfluss der Renditeerwartung.

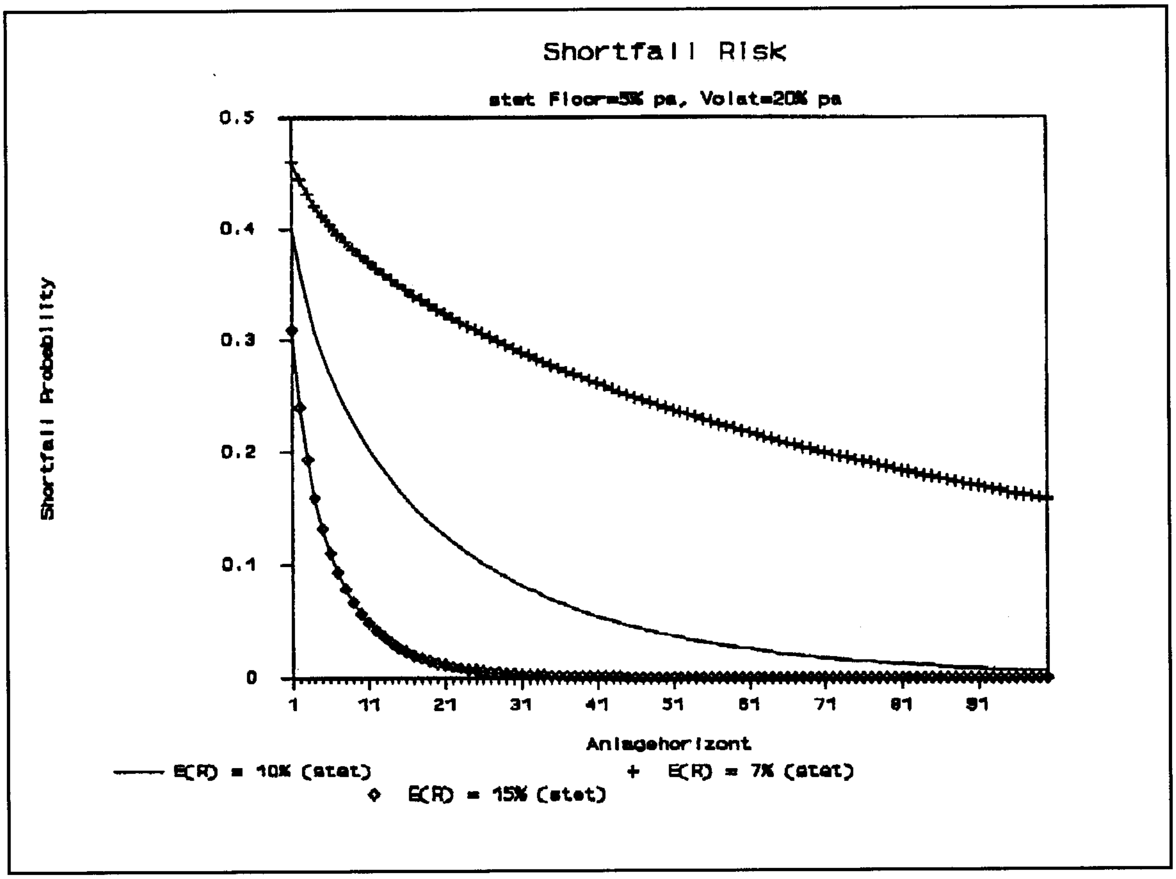


Tabelle 4: Einfluss stetiger resp. einfacher Renditen auf die Berechnung der Ausfallwahrscheinlichkeit.

		Ausfallwahrscheinlichkeit: richtig *	falsch **
Ertragsziel:		4% (einfach)	
Erwartete Aktienrendite:		7% (einfach)	
Aktienvolatilität:		20%	
Zeithorizont:	1 Jahr	44.35%	44.04%
	10 Jahre	32.65%	22.07%
	25 Jahre	23.86%	0.29%
	100 Jahre	7.75%	0.00%

Anmerkungen:
* Berechnung aufgrund stetig transformierter Renditen
** Berechnung aufgrund einfacher Renditen

horizonte findet man in der zweiten Kolonne der Tabelle 4. Das Beispiel zeigt eindrücklich, wie drastisch das Ausfallrisiko aufgrund einer fehlerhaften Verwendung von Renditen unterschätzt werden kann.

3.4 Aktienanteil

Eine weitere Implikation des Zeithorizonteffekts der Ausfallwahrscheinlichkeit liegt darin, dass der Aktienanteil bei dynamischen Absicherungsstrategien ebenfalls von der Länge des unterstellten Zeithorizonts abhängig ist. Bei diesen Strategien wird versucht, die Absicherungseffekte, welche sich normalerweise aus dem Einsatz von (Put-)Optionen ergeben, durch eine zyklische Veränderung der Aktien-Bond-Zusammensetzung nachzubilden. PEROLD/SHARPE (1988), STUCKI/STULZ/WASSERFALLEN (1990) oder BENNINGA (1990) liefern detaillierte Beschreibungen dieser Strate-

Tabelle 5: Aktienanteil bei dynamischer Portfolioabsicherung und gegebenem Floor bei unterschiedlichen Zeithorizonten.

Dynamische Portfolioabsicherung (synthetische Putoption):

Zeithorizont (Jahre)	Aktienanteil in % des Vermögens
1	37.5%
2	48.0%
3	55.0%
4	60.3%
5	64.6%
6	68.2%
7	71.2%
8	73.9%
9	76.2%
10	78.2%
15	85.7%
20	90.3%
25	93.3%

Annahmen:
R^* = 5% (stetig)
$E(R)$ = 10% (stetig)
$\sigma(R)$ = 20%

gien. Das Delta der Putoption (Δ_p), welche es zu replizieren gilt, liefert dabei die benötigte Information zur Berechnung des erfoderlichen Aktienanteils. Bei der Festsetzung des Ausübungspreises dieser Putoption muss, neben dem beabsichtigten "Floor", allerdings noch berücksichtigt werden, dass die Optionskosten durch das ursprüngliche Portfoliovermögen gedeckt werden müssen; dies äussert sich in einem Adjustierungsfaktor n, der numerisch bestimmt werden kann. Der gesuchte prozentuale Aktienanteil ist dann gegeben durch $n(1-\Delta_p)$.

Die Höhe des Aktienanteils für unterschiedliche Anlagehorizonte ist in Tabelle 5 dargestellt. Unterstellt wird ein (stetig fortgeschriebenes) Ertragsziel von 5% p.a. (Floor), ein (stetiger) risikoloser Zinssatz von 10% p.a. sowie eine Volatilität von 20%. Man erkennt deutlich, dass mit der Länge des unterstellten Anlagezeithorizonts der erlaubte Aktienanteil deutlich zunimmt. Bei einem einjährigen Zeithorizont liegt der Aktienanteil bei rund 37.5%, bei 10 Jahren bei rund 78% und bei 25 Jahren bei 93%. Dies hat entscheidende Konsequenzen; man erkennt insbesondere, dass ein zu kurzfristig (beispielsweise jährlich) angesetzter Performance-Ausweis nicht im Interesse eines langfristig optimalen Risiko-Ertragsziel liegt.

3.5 Austausch-Option

Zum Schluss soll schliesslich noch die Frage geklärt werden, ob der Zeithorizonteffekt der Ausfallwahrscheinlichkeit auch dann noch vorliegt, wenn ein variables Ertragsziel zugrundegelegt wird. So wird man möglicherweise nicht an der Frage interessiert sein, mit welcher Wahrscheinlichkeit Aktien ein (festes) Ertragsziel von beispielsweise 5% untertreffen, sondern mit welcher Wahrscheinlichkeit sie eine schlechtere Performance aufweisen als Obligationen. Das Problem liegt also darin, dass die "Benchmark"-Rendite selbst ungewiss ist. Es interessiert also die Frage, mit welcher Wahrscheinlichkeit eine positive Differenz zwischen Aktienrendite- und Obligationenrendite erwartet werden kann. Es wird eine (stetige) jährliche Durchschnittsrendite-Differenz zwischen Obligationen und Aktien von 3% unterstellt, sowie eine Bond Volatilität von 3.5% und eine Aktien-Volatilität von 20%. Um die Verteilung der Differenz der beiden Renditen zu finden, muss zudem der Korrelationskoeffizient zwischen den beiden Renditeentwicklungen festgelegt werden; es wird ein Wert von 0.3 angenommen. Daraus berechnet man eine Varianz für die (stetige) Renditedifferenz von $(3.5\%)^2 + (20\%)^2 - 2 \cdot 0.3 \cdot 3.5\% \cdot 20\% = 370.3\%^2$, d.h. eine Volatilität von 19.2%.

Wie aus Tabelle 6 hervorgeht, liegt die Wahrscheinlichkeit bei rund 43.8%, dass bei einem jährlichen Zeithorizont eine negative Renditedifferenz eintritt. Bei zehn Jahren liegt die Wahrscheinlichkeit immerhin noch bei rund 30%, d.h. in 3 von zehn Jahren wird man mit Bonds eine höhere Rendite erzielen als mit Aktien. Voraussetzung für den negativen Zeithorizonteffekt ist auch hier, dass die durchschnittliche Renditedifferenz (zugunsten der Aktien) positiv ist.

Eine andere Möglichkeit, diesen Effekt aufzuzeigen, kann durch das Options-Modell von Margrabe erfolgen. MARGRABE (1978) analysiert Optionen, welche den Austausch von zwei risikobehafteten Anlagen verkörpern. Wenn mit S der Preis der ersten Anlage (Aktie) und mit B der Preis der zweiten Anlage (Bonds) bezeichnet wird, so lässt sich mithilfe des Margrabe-Modells der Wert einer Option bestimmen, die Bonds gegen die Aktien auszutauschen. Dies wird natürlich genau dann gemacht, wenn der Kurs S über dem Kurs B liegt. In unserer Problemstellung interessiert jedoch der umgekehrte Fall: nämlich die Wahrscheinlichkeit, dass die Aktienrendite unter jener von Obligationen liegt, also dass die Aktien gegen Obligationen ausgetauscht werden können ("S gegen B").

Zwar wird, aufgrund des risikoneutralen Bewertungsprinzips von Optionen, die effektive Wahrscheinlichkeit dieses Austauschs zur Bewertung der Option nicht benötigt; doch liefert die sog. "risikoneutrale" Wahrscheinlichkeit, also die Wahrscheinlichkeit der Optionsausübung in einer Welt ohne Risikoprämien, eine entsprechende Veranschaulichung. Der Wert der Austauschoption "S gegen B" ist bestimmt durch

$$W = B\ \mathrm{N}(d1) - S\ \mathrm{N}(d2) \qquad (5)$$

worin $\mathrm{N}(d2)$ die gesuchte Wahrscheinlichkeit darstellt [9]. N[.] bezeichnet die kumulative Standardnormalverteilung bis zum Wert $d2$; letztere ist gegeben durch

$$d2 = [\ln(B/S) - 1/2\ \sigma^2\ \Delta t\ ] / \sigma \sqrt{\Delta t}$$

und kann für verschiedene Zeithorizonte Δt berechnet werden. Unterstellt man dieselben Werte wie vorher, so ergeben sich die in Tabelle 7 dargestellten Wahrscheinlichkeiten. Ebenfalls dort dargestellt sind die Preise der Austauschoption. Man erkennt dabei, dass mit zunehmendem Zeithorizont die Wahrscheinlichkeit, dass die Austauschoption ausgeübt wird, abnimmt - allerdings vielleicht nicht im erwarteten Ausmass. Diese Abnahme schlägt sich in einer deutlich degressiven Zunahme des Optionspreises nieder [10]. Während für die Austauschoption über 5 Jahre immerhin noch 17% des Aktienwertes bezahlt werden müssen, liegt der Optionspreis beim doppelten Zeithorizont lediglich 7 Prozentpunkte höher.

Tabelle 6: Ausfallwahrscheinlichkeit von Aktien gegenüber Bonds bei unterschiedlichen Zeithorizonten.

Zeithorizont (Jahre)	Ausfallwahrscheinlichkeit
1	43.8%
2	41.2%
3	39.3%
4	37.7%
5	36.3%
6	35.1%
7	33.9%
8	32.9%
9	31.9%
10	31.0%
15	27.2%
20	24.2%
25	21.7%
50	13.5%
75	8.8%
100	5.9%

Annahmen:
$\Delta E(R)$ = 3% (stetig)
$\sigma(R;stock)$ = 20%
$\sigma(R;bond)$ = 3.5%

4. Performance und Zeithorizont

Die letzte, unmittelbar an die vorangehenden Überlegungen anschliessende Frage betrifft den Einfluss des Zeithorizonts auf die Performance von Wert-

Tabelle 7: Charakteristika von Austauschoptionen bei unterschiedlichen Zeithorizonten.

Zeithorizont (Jahre)	Austauschoption "Aktie gegen Bond" Risikoneutrale Ausübungswahrscheinlichkeit; N[*d2*]	Options-Preis in % *W*
1	0.46	7.6
2	0.44	10.8
3	0.43	13.2
4	0.42	15.2
5	0.41	17.0
6	0.40	18.6
7	0.40	20.0
8	0.39	21.4
9	0.38	22.6
10	0.38	23.8
15	0.35	29.0
20	0.33	33.2
25	0.31	36.9

Annahmen:
$\sigma(bond)$ = 3.5%
$\sigma(stock)$ = 20%
Corr(*stock;bond*) = 0.3

schriftenanlagen. Typischerweise ist die Performance einer Anlage definiert als

$$T = \frac{\text{Anlagerendite - Benchmark-Rendite}}{\text{Volatilität}} \tag{6a}$$

wobei als Benchmark-Rendite die Rendite einer risikolosen Anlage oder ein nominelles Ertragsziel gilt. Meistens wird die Gleichung dahingehend interpretiert, dass die erzielte Ueberrendite (Zähler) mit dem dafür eingegangenen Risiko (Nenner) standardisiert wird. In diesem Sinne entspricht Gleichung (6a) dem Sharpe'schen Performance-Mass. Für die folgenden Zwecke wird eine etwas andere, allgemeinere Interpretation vorgenommen. Der Quotient kann als statistischer Test (konkret: als t-Test) verstanden werden, mit welcher die Signifikanz der Anlagerendite gegenüber der Benchmark-Rendite beurteilt werden kann. In diesem Sinne sei im folgenden (6a) nicht primär als Performance-Mass, sondern als Masszahl für das "Vertrauen" in die beobachtete Anlagerendite verstanden. Es ist eine Masszahl, mit Hilfe derer beurteilt werden kann, ob eine bestimmte, über eine bestimmte Zeitperiode beobachtete Anlagerendite, besserem Können oder reinem Glück zugeschrieben werden kann.

Diese Interpretation ermöglicht insbesondere auch eine Interpretation des Falls, wo als Benchmark ein Index oder ein Modellportfolio verwendet wird. Hier ist der Quotient wie folgt zu interpretieren: Als Anlagerendite gilt ein risikobereinigtes Performance-Mass (beispielsweise Jensen's Alpha), als Benchmark wird jener Wert eingesetzt, gegen den die Performance beurteilt wird (beispielsweise Null), und die Volatilität entspricht dem Stichprobenfehler, mit der die Ueberschussrendite gemessen wird (beispielsweise der Schätzfehler des Jensen'schen Alpha). So entspricht der Quotient (5) einem t-Test, mit Hilfe dessen die Signifikanz der Anlage-Performance gemessen wird.

Wesentlich ist, dass bei jeder Beurteilung der statistischen Signifikanz des Anlageerfolgs eine Renditemasszahl durch eine Volatilitätszahl dividiert wird. Diese Idee wird von KRITZMAN (1987) für den folgenden Gedankengang verwendet: Weil (durchschnittliche oder erwartete) Renditen proportional sind zur Länge des unterstellten Zeitintervalls, Standardabweichungen hingegen nur proportional zur Wurzel des betrachteten Zeitintervalls, nimmt das "Vertrauen" (d.h. die Signifikanz), mit welcher eine bestimmte Ueberrendite (R) beobachtet wird, mit zunehmendem Zeithorizont zu, d.h.

$$T = \frac{R\,\Delta t}{\sigma\,\sqrt{\Delta t}} = (R/\sigma)\,\sqrt{\Delta t}$$

also mit dem Faktor $\sqrt{\Delta t}$. Wenn es einem Portfolio-Manager gelingt, eine bestimmte Ueberrendite über vier Jahre hinweg aufrecht zu erhalten, so ist das Vertrauen doppelt so gross ($\sqrt{4} = 2$), dass es sich um eine systematische statt eine zufällige Ueberrendite handelt, als wenn die Beurteilung nach einem einzigen Jahr vorgenommen wird. Entsprechend wäre nach 9 Jahren das Vertrauen dreimal grösser, nach 16 Jahren viermal grösser etc. Von einer statistisch signifikanten Ueberrendite spricht man in der Regel dann, wenn der T-Wert über 2 liegt; auf diese Weise erreicht man in 95 von 100 Fällen, also mit einem relativ hohen Vertrauen, eine korrekte Identifikation zufälliger resp. tatsächlicher Ueberrenditen. Erzielt man bei einer Volatilität von 20% p.a. über 5 Jahre eine Rendite von 5% p.a., ergibt sich ein Vertrauens-Wert von $(0.05/0.2)\sqrt{5} = 0.56$, womit kein hinreichend hohes Vertrauen vorliegt, dass die Ueberrendite nicht nur rein zufällig entstanden ist.

Die Idee von Kritzman wird besonders dann anschaulich, wenn die Formel (6b) nach der Länge des Zeithorizonts aufgelöst wird, der erforderlich ist, um eine Ueberrendite als statistisch signifikant zu beurteilen. Dies führt zu

$$\Delta t = (T\sigma / R)^2 \tag{6c}$$

Im vorangehenden Zahlenbeispiel bedeutet dies, dass eine statistisch gesicherte Aussage über Zufall und Strategie (die mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% stimmt) erst nach 64 Jahren (!) möglich ist. Wäre die jährliche Ueberrendite lediglich 2.5% statt 5%, dann wären sogar 256 Jahre erforderlich. Und selbst wenn man sich mit einer geringeren statistischen Toleranzschwelle begnügt (d.h. in nur 90% der Fälle eine korrekte Aussage zu gewinnen), wären noch 172 Jahre erforderlich. Wenn es hingegen gelänge, die Ueberperformance von 5% mit einer Volatilität von 10% statt 20% zu erreichen, könnte die Zeitperiode auf 16 Jahre reduziert werden.

Aus diesen Zahlen müsste geschlossen werden, dass es über "vernünftige" Zeithorizonte nicht möglich ist, statistisch gesicherte Aussagen über Zufall und Strategie beim Anlageerfolg zu machen. Diese Argumentation von Kritzman beruht jedoch auf der Annahme, dass während des gesamten Zeithorizonts nur genau eine einzige "Beobachtung" über die Performance möglich ist (nämlich am Schluss der betrachteten Periode). Dies ist unrealistisch. Die über eine bestimmte Zeitperiode gemessene Anlagerendite ist vielmehr ein Durchschnitt von Renditen, die über kürzere Teilperioden gemessen werden können. Wenn der Anlageerfolg über 6 Jahre hinweg monatlich gemessen werden kann, so wird zur Beurteilung des Anlageerfolgs ein Durchschnitt von 72 Monatsrenditen verwendet werden. Der modifizierte Signifikanztest lautet dann

$$T = \frac{R\,\Delta t}{\sigma\,\Delta t}\sqrt{n} \tag{7a}$$

worin n die Anzahl der verfügbaren Beobachtungen pro Zeiteinheit Δt (hier jeweils ein Jahr) bezeichnet. Man erkennt, dass sich das "Vertrauen" mit der Quadratwurzel der verfügbaren jährlichen "Beobachtungen", $\sqrt{n}$, erhöht. Bei einer Ueberrendite von 5%, einer Volatiltät von 20% sowie einem Anlagehorizont von 5 Jahren erreicht man mit einer monatlichen Beobachtungsfrequenz ein Vertrauensniveau von

$$T = (5/20)\,\sqrt{6}\,\sqrt{12} = 2.12$$

was als statistisch signifikant gewertet werden kann. Löst man die Formel (7a) nach

$$(\Delta t)\,(n) = (T\sigma/R)^2 \tag{7b}$$

auf, so erkennt man, dass im Vergleich zur Formel (6c) eine Erhöhung der Zahl der erforderlichen Jahre (Δt) ohne weiteres durch eine Erhöhung der Beobachtungsfrequenz des Anlageerfolgs (n) kompensiert werden kann. Dies bedeutet, dass man selbst innerhalb eines realistischen Zeithorizonts den Anlageerfolg statistisch zuverlässig beurteilen kann.

In Tabelle 8 sind einige Rechenbeispiele zur Länge des erforderlichen Anlagezeithorizonts dargestellt, die eine korrekte Beurteilung des Anlageerfolgs in 95% der Fälle sicherstellen. Es wird unterstellt, dass die Performance aufgrund monatlicher Messwerte (n=12) beurteilt werden kann. Die Werte zeigen beispielsweise, dass bei einer Volatilität des Aktienmarktes von 20% ein Zeithorizont von 128

Tabelle 8: Anlagezeithorizont und Performance-Messung.

Erforderlicher Zeithorizont (Jahre) für eine in 95% der Fälle zuverlässige Identifikation einer Ueberrendite von *x*% bei unterschiedlichen Volatilitäten.

	Volatilität: 5%	10%	15%	20%	25%
Überrendite:					
0.5%	22	128	288	512	800
1%	8	32	72	128	200
2%	2	8	18	32	50
3%	0.8	3	8	14	22
5%	0.3	1.3	3	5	8

Jahren erforderlich ist, damit eine durchschnittliche Ueberrendite von 1% aufgrund monatlicher Messungen als statistisch signifikant beurteilt werden kann. Bei einer durchschnittlichen Ueberrendite von 3% kann diese Beurteilung bereits nach 14 Jahren erfolgen. Wäre die Volatilität zusätzlich nur 10%, dann könnte der Schluss bereits nach 3 Jahren gezogen werden.

5. Zusammenfassung

Zeithorizonteffekte werden in der traditionellen Portfoliotheorie vielfach vernachlässigt. Trotzdem scheinen sie in der Praxis nicht irrelevant zu sein. In diesem Beitrag wird eine Uebersicht über einige wichtige Anwendungsbereiche gegeben. Es wird analysiert, ob Aktienrisiken in der langen Frist höher oder tiefer sind als in der kurzen Frist, ob Aktien unter einem langfristigen Anlageziel eher stärker oder weniger stark gewichtet werden sollen, oder über welchen Zeithorizont die Performance statistisch zuverlässig beurteilt werden kann. Weitere Anwendungen sind naheliegend. Es bleibt zu hoffen, dass mit der vorliegenden Uebersicht ein Themenkreis angeschnitten wurde, der auf weiteres theoretisches wie auch praktisches Interesse stösst.

Anhang

Rechenbeispiel für die Varianz eines binomialen Random Walks

Varianz für $\Delta t = 1$:

$$\begin{aligned} \mathrm{Var}(R) &= (0.5)(0.1823-0)^2+(0.5)(-0.1823-0)^2 \\ &= 0.0332 \end{aligned}$$

Varianz für $\Delta t = 2$:

$$\begin{aligned} \mathrm{Var}(R) &= (0.25)(0.3646-0)^2+(0.25)(-0.3646-0)^2 \\ &= 0.0664 \end{aligned}$$

Varianz für $\Delta t = 3$:

$$\begin{aligned} \mathrm{Var}(R) &= (0.125)(0.5469-0)^2+(0.375)\bullet \\ &\quad (0.1823-0)^2+(0.375)(-0.1823-0)^2 \\ &\quad +(0.125)(-0.5469-0)^2 \\ &= 0.0997 \end{aligned}$$

Fussnoten

[1] Im vorliegenden Zahlenbeispiel ist die Periodenlänge 1 Jahr. Selbstverständlich kann diese beliebig kurz festgesetzt werden. In einem hochliquiden Markt dürfte diese vielleicht wenige Sekunden betragen. Damit die annualisierte Volatilität unverändert bleibt, müssten die binomialen Volatilitätsfaktoren entsprechend reduziert werden - im Falle einer Minute beispielsweise auf up=1.000276 und down=0.999724.

[2] Man beachte die Terminologie: Wenn die “Kurse” durch einen Random Walk Prozess charakterisiert werden, folgen die Veränderungen (also die “Renditen”) einem sog. “white noise” Prozess. Letzteres ist gleichbedeutend mit der Aussage, dass die “Renditen” einem reinen Zufallsprozess folgen.

[3] Man beachte aber, dass diese Argumentation häufig mit Markteffizienz nicht vereinbar ist - beispielsweise wenn unterstellt wird, dass langfristig andere Preisfaktoren als relevant erachtet werden als kurzfristig. Auf einem effizienten Markt fliesst beides in den heutigen Kurs ein.

[4] Vergleiche FAMA/FRENCH (1988) sowie POTERBA/SUMMERS (1987) für Evidenz über Mean Reversion.

[5] Diese Formel beruht auf der Annahme des Random Walks, d.h. der Unabhängigkeit der Renditen im Zeitablauf.

[6] Vergleiche LEIBOWITZ/HENRIKSSON (1989) für den Einbezug von Shortfall-Restriktionen bei der traditionellen Mittelwert-Varianz-Portfolioselektion.

[7] Die Volatilität des Portfolios ist gegeben durch $\sigma(R_p)=w\,\sigma(R_m)$, wobei w der Anteil im Aktienportfolio und (1-w) der risikolos investierte Geldbetrag bezeichnen. Damit ist im vorliegenden Fall w durch $\sigma(R_p) / \sigma(R_m)$ = 9.5/20 = 47.5% bestimmt.

[8] Die Berechnungen wurden mit dem Softwareprogramm "INVEST 2.0" von Richard Bookstaber durchgeführt.

[9] Vergleiche JOHNSON (1987, p.278) für eine Intuition und Herleitung dieser Tatsache.

[10] Die degressive Zunahme mit der Länge der Laufzeit ist eine generelle Eigenschaft von Optionspreisen. Man erkennt dies am einfachsten bei einer Formel, welche den Wert einer europäischen at-the-money Call-Option relativ genau approximiert, nämlich
$C = ([1/\sqrt{2\pi}\,]\,F\,\sigma\sqrt{\tau} / (1 + R)^{\tau}$.
F bezeichnet den Terminkurs und R den risikolsen Zinssatz. Man erkennt, dass der Optionspreis proportional zu $\sqrt{\tau}$ ist.

Literatur

BENNINGA, S. (1990): "Comparing Portfolio Insurance Strategies", Finanzmarkt und Portfolio Management 4, pp. 20-30.

FAMA, E. und K. FRENCH (1988): "Permanent and Transitory Components of Stock Prices", Journal of Political Economy 96, pp. 264-273.

JOHNSON, H. (1987): "Options on the Maximum or the Minimum of Several Assets", Journal of Financial and Quantitative Analysis 22, pp. 277-283.

KRITZMAN, M. (1987): "Incentive Fee: Some Problems and Some Solutions", Financial Analysts Journal, Jan./Feb., pp. 21-26.

LEIBOWITZ, M. und R. HENRIKSSON (1989): "Portfolio Optimization with Shortfall Constraints: A Confidence-Limit Approach to Managing Downside Risk", Financial Analysts Journal, March/April, pp. 34-41.

LEIBOWITZ, M. und W. KRASKER (1988): "Persistence of Risk: Shortfall Probabilities over the Long Term", Financial Analysts Journal, November/December.

MARGRABE, W. (1978): "The Value of an Option to Exchange One Asset for Another", Journal of Finance 33, pp. 177-186.

PEROLD, A. und W. SHARPE (1988): "Dynamic Asset Allocation", Financial Analysts Journal, July/August, pp. 42-52.

POTERBA, J. und L. SUMMERS (1987), "Mean Reversion in Stock Prices: Evidence and Implications", NBER Working Paper, Nr. 2343.

SAMUELSON, P. (1963), "Risk and Uncertainty: A Fallacy of Large Numbers", Scientia, 6th series, 57th year, April/May, pp. 1-6, abgedruckt in: Collected Scientific Papers of P.A.Samuelson, Vol. 1, Kapitel 16, pp. 153-158.

SAMUELSON, P. (1989): "The Judgement of Economic Science on Rational Portfolio Management: Indexing, Timing, and Long-Horizon Effects", Journal of Portfolio Management, Fall, pp. 4-12.

SHARPE, W. (1987): "Integrated Asset Allocation", Financial Analysts Journal, September/October, pp. 25-32.

STUCKI, T., R. STULZ und W. WASSERFALLEN (1990): "Portfolio Insurance with Options and Futures on the SMI", Finanzmarkt und Portfolio Management 4, pp. 99-115.

WYDLER, D. (1989): "Swiss Stocks, Bonds and Inflation", Journal of Portfolio Management, Winter, pp. 27-32.